

## **Modelación de tensiones de contacto en las llantas del secador rotatorio de menas lateríticas**

Edidiong Uboho  
Tomás Fernández Columbié  
Yodelkis Delgado Drubey

### **Resumen**

El propósito de la investigación fue modelar el comportamiento de las tensiones de contacto de naturaleza compresiva y térmica que se originan en las llantas del horno de tambor rotatorio, con el fin de realizar ensayos de fatiga y desgaste superficial en las llantas. Primeramente se estableció un modelo teórico para estimar las tensiones en la llanta. Se discretizó, mediante el software ANSYS v.12.1, un modelo geométrico equivalente de la llanta y de la zona de contacto. Por último, mediante el método de elementos finitos, se simularon los contactos para estimar el comportamiento de las tensiones. Los resultados mostraron que la tensión máxima actúa sobre la línea media de la banda de contacto y su valor es directamente proporcional a la fuerza sobre la llanta y a su temperatura. El valor más elevado de tensión máxima de contacto (415,14 MPa) se observó para 1 254 467 N de fuerza sobre la llanta y temperatura de 100 °C; mientras que el valor más bajo (87,662 MPa) fue para 1 153 915 N y 40 °C.

**Palabras clave:** secado; menas lateríticas; llanta; horno de tambor rotatorio; tensiones de contacto; elementos finitos.

## **Modeling of the contact stresses in the wheels of the rotary dryer of laterite ores**

### **Abstract**

The objective of the present paper is to model the behavior of the compressive and thermal surface stresses originated in the wheel of the rotary dryer with the aim of carrying out fatigue and superficial wear tests on the wheels. Firstly, a theoretical model to estimate the surface stresses that originate in the wheel was established. An equivalent geometrical model of the wheel and the contact zone was discretized using ANSYS v.12.1. Lastly, simulations were carried out using the finite element method in order to determine the behavior of the contact stresses. The results showed that the maximum stress acts along the middle of the contact strip and its magnitude increases proportionally with the force on the wheel and its temperature. The highest value of maximum contact stress (415,14 MPa) was observed when the force acting on the wheel was 1 254 467 N and its temperature 100 °C, whereas the smallest value (87,662 MPa) was obtained for 1 153 915 N and 40 °C

**Key words:** drying; laterites; wheel; rotary furnace; contact stresses; finite element method.

### **1. INTRODUCCIÓN**

El secado de las menas lateríticas en la tecnología CARON se realiza dentro de hornos de tambor rotatorio. Estos equipos, fabricados de acero, son cilindros horizontales huecos con levantadores, dentro de los cuales fluyen las menas lateríticas y los gases calientes. Los cilindros rotan sobre su eje horizontal, accionado por un motor eléctrico.

Los rodillos y las llantas (fabricadas de acero AISI 4140 tratado térmicamente) sirven de apoyo mecánico para estos cilindros y, por ende, están sometidas a tensiones de contacto generadas por el peso de la catalina, del tambor, de las llantas y de las menas. Debido a que la expansión térmica de las llantas es obstaculizada por los rodillos surgen, en las primeras, tensiones térmicas.

En los últimos años, la productividad de estos hornos se ha incrementado por encima de la proyectada en el diseño del complejo metalúrgico y, consecuentemente, se ha elevado el peso total que actúa sobre las llantas. Como consecuencia, las incidencias de fracturas no anticipadas en la superficie de las llantas se han incrementado. Estas fracturas son provocadas por las fuerzas o cargas distribuidas en la superficie de contacto entre las llantas y los rodillos.

Silovsky & Oliva (1975) definen que «fuerzas o cargas distribuidas son aquellas que actúan sobre porciones considerables de superficie o de la longitud de la pieza. Las fuerzas externas alteran las distancias entre los átomos, modificando al mismo tiempo la interacción de las fuerzas internas, por lo que surgen fuerzas internas adicionales»

Según Guliaev (1983), cuando al acero se le aplica una fuerza externa, como es el proceso de deformación, aumenta la densidad de las dislocaciones lo que favorece el aumento del límite elástico; además, las dislocaciones lo endurecen y aumentan su resistencia a la deformación plástica. Plantea Callister (1999) que si la carga aplicada a un cuerpo supera el límite de resistencia ocurre la formación y propagación de grietas que finalmente conllevan a la rotura.

Fernández-Columbié (2011) estudia los mecanismos de endurecimiento de probetas de acero AISI 1045 deformado por rodadura. Para ello determina las tensiones de proporcionalidad en la zona de contacto, las máximas de contacto, las máximas por contacto y aplastamiento de los granos, y la profundidad de la capa endurecida para valores de fuerza diferentes, lo que le permite concluir que el tamaño de grano de las muestras sometidas a la deformación superficial disminuye y que el proceso de deformación plástica

superficial por rodillo simple ocurre por la acción combinada de los mecanismos de dislocación de arista y límite de grano.

Las aleaciones ferrosas hipoeutectoides del conjunto de aceros de alta resistencia (AISI 1030; 1035; 1040; 1045; 1050; 1055) que reciben termomejoramiento se emplean con mucha frecuencia en la industria minera, de construcción, sidero-mecánica, en la agricultura y el transporte porque estas aleaciones adquieren buenas propiedades mecánicas después de someterse a un tratamiento térmico.

Moisescu y Frăţilă (2011) al estudiar las tensiones de contacto del par tribológico goma-carretera de un camión, mediante el método de elementos finitos, obtienen la distribución de las tensiones en la zona de contacto, en la cual la magnitud de las tensiones normales supera las tangenciales y laterales y resulta que la tensión máxima de contacto surge en la línea media de la banda de contacto.

Brefe-Fernández (2012) realiza un estudio acerca del agrietamiento del material de la llanta del secador de menas lateríticas y plantea que estas piezas están expuestas a cargas constantes que provocan tensiones de compresión así como agrietamientos y socavaduras en sus estructuras internas. Según el mismo autor, en muchas de las industrias cubanas gran parte de los agregados y accesorios de maquinarias y equipos se fabrican de acero AISI 4140 por la propiedad que tiene de incrementar su dureza al ser tratado térmicamente, tal es el caso de los rodillos radiales (AISI 1045) y las llantas de apoyo (AISI 4140) del horno de tambor rotatorio para el secado de menas lateríticas.

La fatiga y el desgaste superficial contribuyen a la degradación de la superficie de las llantas del horno secador y sus magnitudes dependen de las propiedades mecánicas del material y de las tensiones de contacto.

No se han localizado en la literatura modelos de tensiones aplicables a las llantas del secador de menas lateríticas. El objetivo del presente trabajo es modelar el comportamiento de las tensiones de contacto de naturaleza compresiva y térmica que se originan en las llantas del horno de tambor rotatorio, con el fin de realizar ensayos de fatiga y desgaste superficial en las llantas.

## 2. MATERIAL Y MÉTODO

Para el estudio de las tensiones de contacto se escogió un diseño de experimento factorial completo (Gutiérrez & De la Vara 2003), con dos variables y dos niveles. Las variables independientes son la fuerza sobre la llanta y la temperatura de la llanta, mientras la de salida es la tensión máxima de contacto. La Tabla 1 muestra la matriz de planificación de los experimentos; los cuales se realizan mediante la simulación computacional en el software ANSYS v.12.1, de acuerdo con la matriz de planificación de los experimentos.

Tabla 1: Matriz de planificación de los experimentos

Niveles	Variables		Salida
	F (N)	T (°C)	$\sigma_{\text{máx}}$ (MPa)
1	1 254 467	100	$\sigma_{\text{máx}1}$
2	1 254 467	40	$\sigma_{\text{máx}2}$
3	1 153 915	100	$\sigma_{\text{máx}3}$
4	1 153 915	40	$\sigma_{\text{máx}4}$

### 2.1. Metodología de cálculo

Fernández-Levy (1992) propuso la ecuación (1) para determinar la tensión máxima de contacto entre dos cuerpos cilíndricos cuyos ejes son paralelos. El contacto entre la llanta y los rodillos radiales del horno de tambor rotatorio para el secado de menas lateríticas se puede tratar como la unión de dos pares tribológicos del tipo estudiado por Fernández-Levy, como muestra la Figura 1.

$$\sigma_{\text{máx}} = 0,418 \sqrt{\frac{F_n}{l_{\text{banda}}} \cdot \left( \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \right) \cdot E} \quad (1)$$

Donde:

$\sigma_{\text{máx}}$ : tensión máxima normal a la superficie de contacto, Pa;

$F_n$ : fuerza normal a la superficie de contacto, N;

$l_{\text{banda}}$ : longitud de la banda de contacto, m;

$R_1, R_2$ : radios de la llanta y el rodillo radial, respectivamente, m;

E: módulo reducido de Young para los dos materiales, Pa.

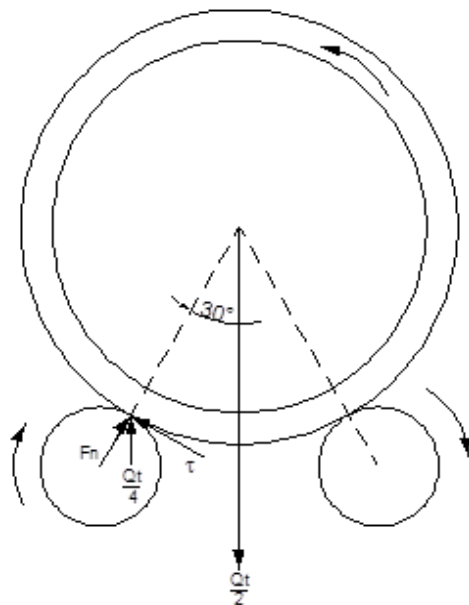


Figura 1. Diagrama de cuerpo libre del contacto llanta – rodillos radiales.

Como las llantas y los rodillos radiales y axiales componen el sistema de apoyo del horno, la carga total compuesta por los pesos de la menas dentro del secador, del tambor, de la catalina y de las llantas generan reacciones en cada par llanta-rodillo radial (Uboho 2013).

$$Q_t = (Q_{ent} \cdot g \cdot t) + P_{tambor} + P_{cat} + (2 \cdot P_{llanta}) \quad (2)$$

Donde:

$Q_t$ : fuerza total vertical del sistema, N;

$Q_{ent}$ : flujo másico de entrada del horno, kg/h;

$g$ : aceleración debido a la gravedad,  $m/s^2$ ;

$t$ : tiempo de retención de las menas dentro del horno, h;

$P_{tambor}$ ,  $P_{cat}$ ,  $P_{llanta}$ : pesos del tambor, la catalina y de la llanta, respectivamente, del horno, N.

Como el ángulo de inclinación del horno de tambor rotatorio varía de dos a seis grados, se asume que su tambor es horizontal. Y debido a que el estudio es dirigido al par tribológico llanta-rodillo radial, no se considera el componente axial de la carga total.

La mitad de la carga total actúa en cada extremo; como la disposición de cada llanta respecto a sus dos rodillos radiales es simétrica, la mitad de la carga que ejerce en cada extremo, actúa sobre cada rodillo. En otras palabras, sobre cada rodillo opera un cuarto de la carga total (Figura 1).

$$F_n = \frac{Q_t}{4} \cdot \cos 30^\circ \quad (3)$$

La ecuación de Ginstting, Zilberman y Guozdev permite hallar el tiempo de retención (en horas) de las menas dentro del horno de tambor rotatorio. La ecuación (4) y los datos (Tabla 2) para los cálculos del modelo teórico se tomaron del Manual de Operaciones de la Unidad Básica de Producción y Preparación de Mineral (2009).

$$t = \frac{0,00783 \cdot l_{\text{horno}}}{\cos \beta \cdot D_{\text{horno}} \cdot n_{\text{horno}}} \quad (4)$$

Donde:

$l_{\text{horno}}$ : longitud del horno, m;

$\beta$ : ángulo de inclinación del horno;

$D_{\text{horno}}$ : diámetro interior del tambor del horno, m;

$n_{\text{horno}}$ : frecuencia de rotación del horno, rev/min.

Al sustituir las ecuaciones 2 y 4 en la 3 y luego en la 1 se obtiene (5)

$$\sigma_{\text{máx}} = 0,418 \cdot \sqrt{\frac{\left[ \left( 0,00783 \cdot Q_{\text{ent}} \cdot g \cdot \frac{l_{\text{horno}}}{\cos \beta \cdot D_{\text{horno}} \cdot n_{\text{horno}}} \right) + P_{\text{tambor}} + P_{\text{cat}} + (2 \cdot P_{\text{llanta}}) \right] \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \cdot E}{l_{\text{banda}}}} \quad (5)$$

Tabla 2. Datos constructivos del horno

<b>Variable</b>	<b>D<sub>horno</sub></b>	<b>l<sub>horno</sub></b>	<b>ρ<sub>mena</sub></b>	<b>g</b>	<b>P<sub>tambor</sub></b>	<b>P<sub>cat</sub></b>
Magnitud	4,5 m	48 m	1 700 kg/m <sup>3</sup>	9,81 m/s <sup>2</sup>	2 844 018 N	377 833 N
<b>Variable</b>	<b>P<sub>llanta</sub></b>	<b>l<sub>banda</sub></b>	<b>R<sub>1</sub></b>	<b>R<sub>2</sub></b>	<b>E</b>	<b>β</b>
Magnitud	382 983 N	0,8 m	0,75 m	2,735 m	200 000 MPa	2,3°.

## 2.2. Análisis por elementos finitos

Para realizar los experimentos se simuló mediante el método de elementos finitos. Se estableció un modelo geométrico tridimensional equivalente del contacto entre la llanta y un rodillo del horno de tambor rotatorio, mediante el paquete de software AutoCAD 2010, y se exportó al ANSYS v.12.1. El modelo geométrico se discretizó con mallas finas en 5 808 nodos y 3 909 elementos, como muestra la Figura 2.

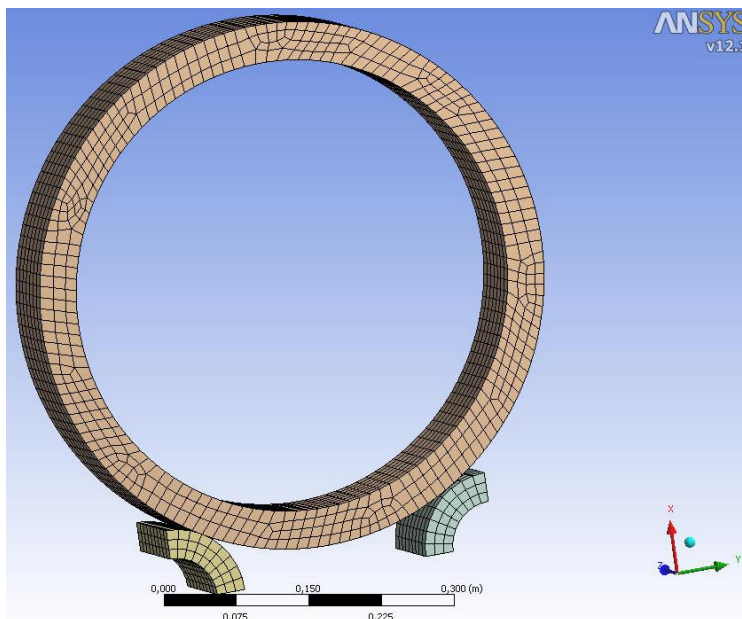


Figura 2. Mallado del modelo geométrico.

Se aplicaron al modelo geométrico las diferentes combinaciones de las variables independientes, resultando en un total de cuatro simulaciones. Se seleccionó un soporte cilíndrico como el tipo de contacto entre la llanta y los dos rodillos. Se asumió una temperatura constante de los rodillos de 35 °C y se aplicó presión sobre la zona de contacto, cuyos valores se obtienen al dividir la magnitud de los dos niveles de fuerza expuestos en la matriz experimental entre el área de contacto de cada par tribológico. Se asumió que el área de contacto del par tribológico es un cuarto del de la superficie curvada exterior del rodillo.



### 2.3. Métodos estadísticos

El tratamiento estadístico de los resultados de la simulación consistió en determinar el modelo de regresión múltiple y el coeficiente de correlación. No se realizó análisis de varianza porque al emplear la simulación computacional no se realizan repeticiones, ya que se obtienen resultados iguales con una varianza nula en la distribución de los mismos. El procesamiento estadístico se realizó con los softwares STATGRAPHICS Plus v.5.1 y Microsoft Excel 2010.

## 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 3.1. COMPORTAMIENTO DE LAS TENSIONES DE CONTACTO

La tensión máxima de contacto teórica obtenida, sustituyendo en la ecuación 5 los valores de las variables, es de 319,26 MPa, inferior al límite de fluencia de 500 MPa para el acero AISI 4140 endurecido y termomejorado, según el manual especial de aceros (Böhler 1996), lo que asegura que las llantas no sufren una deformación plástica.

El estudio del contacto entre la llanta y los rodillos, mediante el método de elementos finitos, permitió obtener la distribución de las tensiones en el par tribológico.

Se establecieron los comportamientos de la tensión máxima de contacto en función de la fuerza sobre la llanta y la temperatura de la misma. Estos comportamientos se muestran en las Figuras 3 y 4, respectivamente.

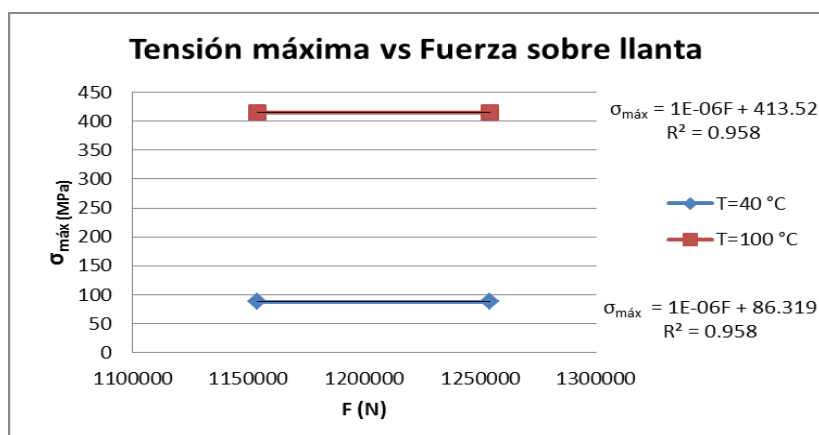


Figura 3. Tensión máxima de contacto en función de la fuerza sobre la llanta.

Se puede observar de ambas curvas que existe una tendencia lineal de incremento de la tensión máxima de contacto ligeramente en la misma medida que se incrementa la carga sobre la llanta, y la magnitud de la primera es mayor a temperaturas superiores.

La tendencia de incrementarse ligeramente la tensión máxima de contacto en función de la fuerza sobre la llanta se debe a que esta última no varía grandemente en la práctica, como lo señala la ecuación 2, debido a que los valores de la única variable no constante que influye sobre la fuerza en la llanta son menores respecto a la suma de los valores de las variables constantes. Además, la tendencia a incrementarse la tensión máxima de contacto a mayores temperaturas se debe al surgimiento de tensiones térmicas por causa de la dilatación obstruida del material de la llanta que son superiores mientras mayor es su temperatura.

Las curvas ajustadas de la tensión máxima de contacto en función de la carga sobre la llanta es:  $\sigma_{\text{máx}} = 0,000001 F + 86,319$  y  $\sigma_{\text{máx}} = 0,000001 F + 413,52$  para temperaturas de la llanta de 40 °C y 100 °C, respectivamente, con un coeficiente de correlación de  $R^2 = 0,958$ .

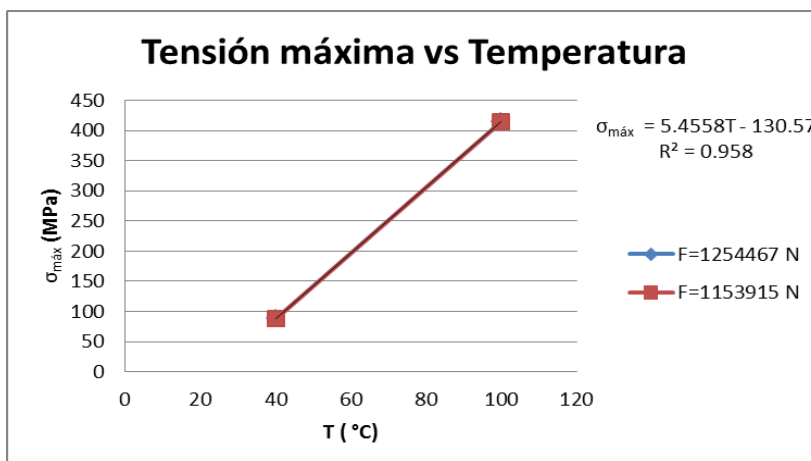


Figura 4. Tensión máxima de contacto en función de la temperatura de la llanta.

Se puede observar en ambas curvas que existe una tendencia lineal a incrementar la tensión máxima de contacto en la misma medida que se aumenta la temperatura de la llanta y el comportamiento permanece igual para ambos valores de fuerza.

Como ya se planteó, este comportamiento se debe al surgimiento de tensiones térmicas en la llanta al incrementarse su temperatura. Surgen tensiones térmicas en la llanta porque ella está limitada por los rodillos radiales y no puede dilatarse libremente al aumentarse su temperatura, resultando en una dilatación obstruida.

El valor más elevado de la tensión máxima de contacto en la superficie de la llanta de 415,14 MPa se registra para una carga de 1 254 467 N y una temperatura de la llanta de 100 °C, mientras se registra 87,662 MPa como valor mínimo de la variable de salida para 1 153 915 N y 40 °C.

El modelo de la curva ajustada de la tensión máxima de contacto, en función de la temperatura de la llanta, para ambos valores de fuerza sobre la llanta, es  $\sigma_{\text{máx}} = 5,4558 T - 130,57$  con un coeficiente de correlación de  $R^2 = 0,958$ .

En las Figuras 5, 6, 7 y 8 se presenta la distribución de las tensiones equivalentes de Von Mises en la llanta para las cuatro combinaciones del diseño experimental.

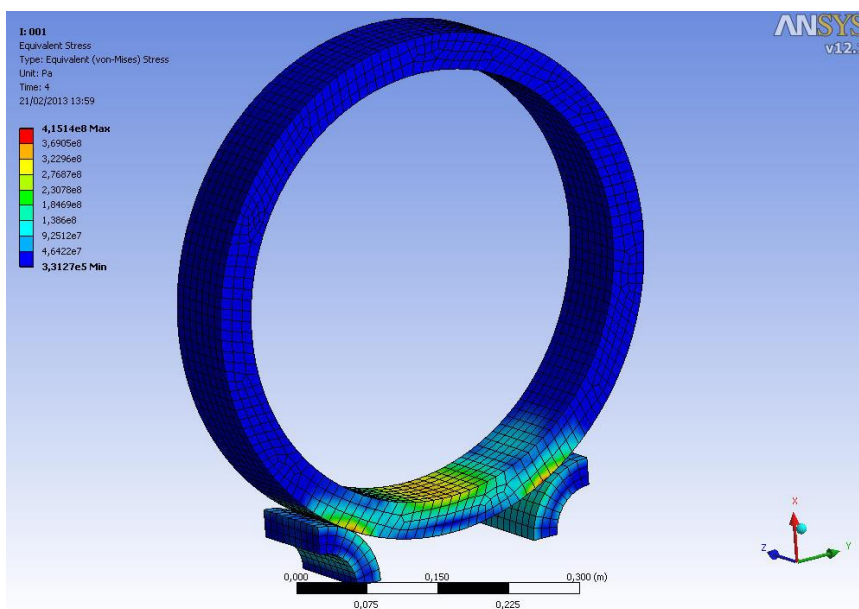


Figura 5. Distribución de las tensiones equivalentes de Von Mises (experimento 1).

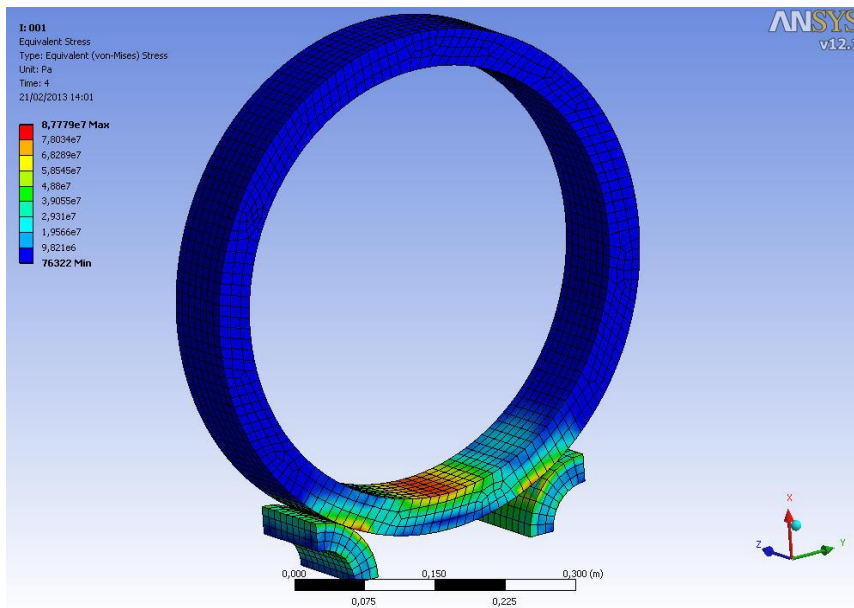


Figura 6. Distribución de las tensiones equivalentes de Von Mises (experimento 2).

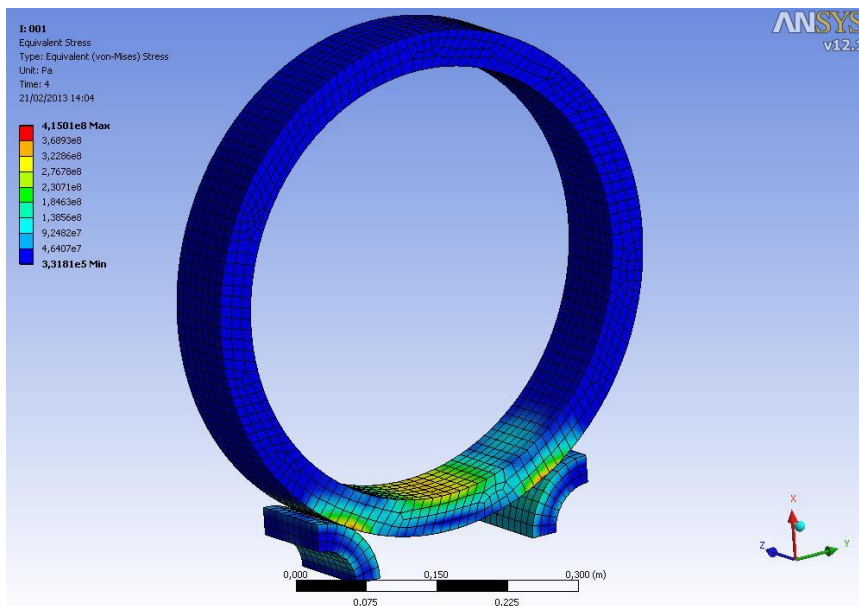


Figura 7. Distribución de las tensiones equivalentes de Von Mises (experimento 3).

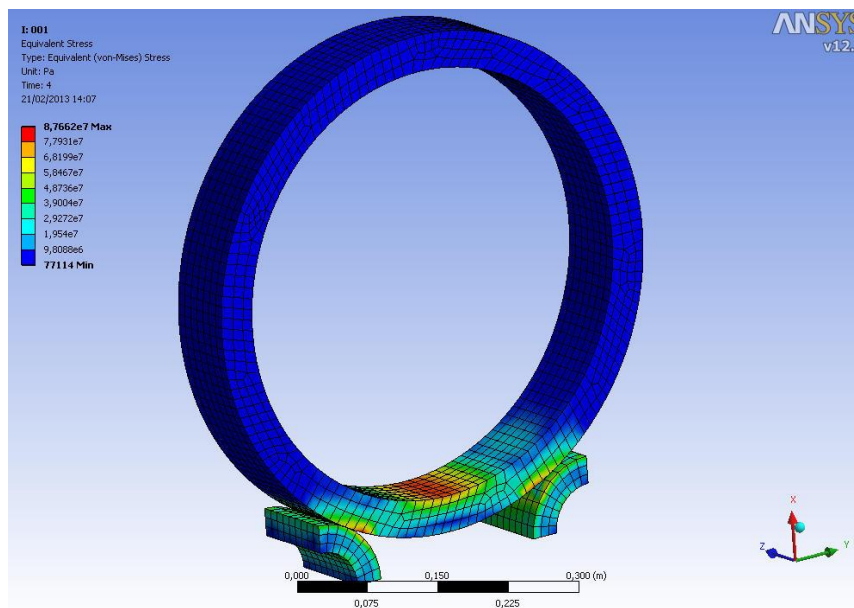


Figura 8. Distribución de las tensiones equivalentes de Von Mises (experimento 4).

Como se puede apreciar en las Figuras de la 5 a la 8, la tensión máxima se reporta en el centro de la zona de contacto y es consistente con lo que reporta la literatura consultada. Según el manual especial de aceros (Böhler 1992), el límite de fluencia del 20 % del acero AISI 4140, endurecido y templado, es de 500 MPa y los resultados muestran que la tensión máxima de contacto no excede los 500 MPa, por lo que la llanta no se deforma plásticamente. Además, el coeficiente de seguridad con el que trabaja esta pieza, bajo el régimen correspondiente a los experimentos 1 y 3, es muy elevado y puede comprometer su rigidez en caso de una sobrecarga.

Por último, se aprecia que el resto de las secciones aún están en un estado de compresión (aunque sus valores de tensión son mínimos), lo que pone de manifiesto que la llanta, durante su explotación, está sometida a cargas compresivas cíclicas, responsables de la nucleación y propagación en ella de grietas bajo tensiones de contacto inferiores al límite de resistencia del acero AISI 4140.

### 3.2. Resultados estadísticos

El análisis de regresión mostró la significación estadística de la influencia de las variables independientes y sus combinaciones en la de salida resultando

que la temperatura de la llanta es la única variable que influye significativamente y de manera positiva sobre la tensión máxima de contacto (Figura 9).

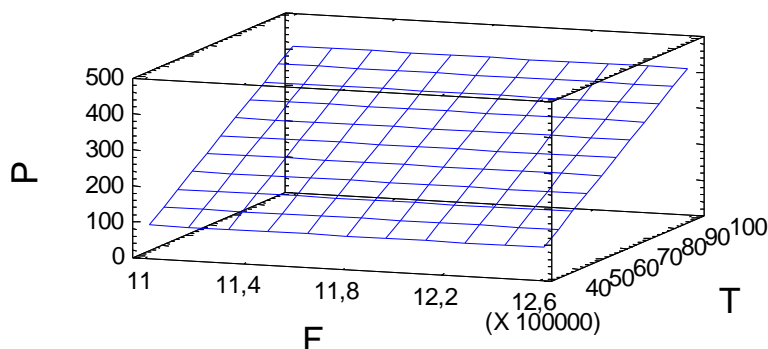


Figura 9. Superficie de respuesta estimada para la tensión máxima de contacto.

La ecuación del modelo lineal de regresión múltiple ajustado es:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = -131,813 + 1,07741 \cdot 10^{-6} F + 5,45331 T + 2,15481 \cdot 10^{-9} FT$$

A partir de la ecuación de la curva ajustada para la tensión máxima de contacto en función de la temperatura de la llanta, se deduce que para que la magnitud de la tensión máxima en la llanta alcance el valor del límite de fluencia del 20 % es necesario que la temperatura de la llanta sea igual a 115 °C. Este es el límite de seguridad del trabajo de la llanta y a partir de este valor de temperatura comienza la deformación permanente de la llanta.

#### 4. CONCLUSIONES

Las tensiones de contacto que surgen en la superficie de la llanta del horno son prácticamente independientes de la fuerza sobre la llanta y directamente proporcionales a la temperatura de esta pieza. La tensión máxima de contacto actúa sobre la línea media de la banda de contacto y su valor es de 415,14 MPa, menor que el límite de resistencia del material de la llanta. Alcanza el límite de fluencia del 20 % de 500 MPa y la rigidez de la llanta se compromete cuando su temperatura alcanza los 115 °C. El

valor más alto de tensión máxima de contacto (415,14 MPa) se observó para 1 254 467 N de fuerza sobre la llanta y temperatura de 100 °C; mientras que el valor más bajo (87,662 MPa) se obtuvo para 1 153 915 N y 40 °C.

## 5. REFERENCIAS

- BÖHLER EDELSTAHL GMBH & CO KG. Material Selection Manual. 1992.
- BREFFE-FERNÁNDEZ, A. 2012: *Agrietamiento estructural en el material empleado en la llanta del secador de mineral laterítico*. Tomás Hernaldo Fernández Columbié & Armando Barrabia Arguelles (Tutores). Tesis de ingeniería. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 47 p.
- CALLISTER, W. 1997: *Materials Science and Engineering, an Introduction*. 4 ed. John Wiley and Sons Inc., New York, 871 p.
- FERNÁNDEZ-COLUMBIÉ, T. 2011: *Mecanismos de endurecimiento del acero AISI 1045 deformado por rodadura*. Rafael Quintana Puchol, Asdrúbal García Domínguez & Feliz Morales Rodríguez (Tutores). Tesis doctoral. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 100 p.
- FERNÁNDEZ, L. 1992: *Resistencia de materiales*. 2 ed. Pueblo y Educación, La Habana, 407 p.
- GULIAEV, A. 1983: *Metalografía*. Tomo I. Editorial Mir, Moscú, 363 p.
- GUTIÉRREZ, F. & DE LA VARA, R. 2003: *Análisis y Diseño de Experimentos*. Mc Graw Hill, Ciudad de México. 264 p.
- MOISESCU, R. & FRĂJILĂ, G. 2011: Finite element model of radial truck tyres for analysis of tyre – road contact stress. *U.P.B. Sci. Bull., Series 10(73)*: 1–10.
- SILOVSKY, K. & OLIVA, J. 1975: *Resistencia de materiales*. Científico – Técnico, La Habana, 760 p.
- UBOHO, E. 2013: *Determinación de las tensiones de contacto en la transmisión llanta – rodillo del secador de menas lateríticas*. Tomás Hernaldo Fernández Columbié (Tutor). Tesis de maestría. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 82 p.

**Edidiong Emma Uboho**

Ingeniero Metalúrgico. Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa, Holguín, Cuba.  
[eduboho@ismm.edu.cu](mailto:eduboho@ismm.edu.cu)

**Tomás Fernández Columbié**

Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Auxiliar. Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa, Holguín, Cuba. [tfernandez@ismm.edu.cu](mailto:tfernandez@ismm.edu.cu)

**Yodelkis Delgado Drubey**

Master en Electromecánica. Profesor Asistente. Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa, Holguín, Cuba. [ydelgado@ismm.edu.cu](mailto:ydelgado@ismm.edu.cu)