

## **Modelo de Whiten (1972) modificado para modelación de la trituración de la antracita residual de Nicaro**

Andrey Leyva-Mormul  
Alfredo L. Coello-Velázquez  
José R. Hechavarría-Pérez  
Juan M. Menéndez-Aguado  
Oscar S. Leyva-González  
Emilio Leyva-Ramírez

### **Resumen**

Con el objetivo de modelar el proceso de trituración del carbón antracita en trituradores de cono se tomó como punto de partida el modelo de Whiten sustituyendo las funciones de clasificación y de distribución de la fragmentación por las ecuaciones de Whiten y White (1979) y Austin y Luckie (1972). Para la determinación de ambas funciones y la identificación de sus coeficientes de forma conjunta fue utilizado un algoritmo desarrollado por Hechavarría (2011). Los resultados mostraron que la función de clasificación coincide con la forma de la función cuadrática reportada por Vogel y Peukert (2005) y Coello *et al.* (2011). La función de distribución de la fragmentación acumulativa para las diferentes clases de tamaño obtenida confirma la validez del modelo teórico propuesto por Austin y Luckie. La composición granulométrica del producto triturado obtenida por el modelo sigue patrones similares a la curva granulométrica obtenida por el muestreo en la instalación estudiada. Los valores del coeficiente de correlación (0,9826) y del estadígrafo de Chi-cuadrado confirma la validez del modelo de Whiten modificado para la modelación de la trituración de la antracita de la instalación del Centro de Investigaciones Siderúrgicas de Nicaro.

**Palabras clave:** Función de clasificación; funciones de fragmentación; Modelación matemática; trituración; carbón antracita; triturador de cono.

## **Modified Whiten model (1972) to modeling the crushing of residual anthracite in Nicaro**

### **Abstract**

With the objective of modeling the anthracite crushing process in cone crusher, was taken as starting point the Whiten model, replacing the classification and breakage distribution functions for those that were proposed by Whiten and White (1979) and Austin and Luckie (1972) respectively. The determining of both functions and their coefficient identification was done using algorithm developed by Hechavarría (2011). Results show that the classification function follows the same regularity that those that was determinate by Vogel and Peukert (2005) and Coello *et al.* (2011). Different particle size accumulative breakage distribution functions confirmed Austin theoretical model validity. Correlation coefficient (0, 9826) and Chi-square results confirm modified Whiten model validity for modeling the anthracite crushing process of CIS crushing mobile installation from Nicaro.

**Keywords:** Classification function; breakage distribution function; mathematical modeling; crushing; anthracite; cone crusher.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las antracitas residuales de Nicaro constituyen un producto secundario proveniente de la preparación mecánica de la antracita aditiva (4-2 mm) a la planta de sinter de la tecnología carbonato-amoniaco. Estas antracitas son trituradas y molidas en las instalaciones del Centro de Investigaciones Siderúrgicas para usarlas como carbón para insuflado en las acerías Antillana de Acero y ACINOX-Tunas. (Leyva-Mormul 2014).

Los procesos de trituración y molienda son altos consumidores de energía (Coello & Tjonov 2001; Stamboliadis 2002). En las plantas de cemento solo la molienda consume el 40 % de toda la energía (Benzer 2005); en Estados Unidos, por ejemplo, las operaciones de trituración y molienda, consumen el 29,3 % de toda la energía usada en la minería y el 75 % de la energía consumida en las plantas de procesamiento de minerales (DOE 2005). Es bien conocido que la eficiencia de estas máquinas es su mayor debilidad (Menéndez *et al.* 2006).

Los modelos basados en el balance de la población de partículas son herramientas muy útiles en la modelación de procesos de trituración y molienda (Coello *et al.* 2011). Estos modelos constituyen métodos de caja negra (Weedon 2001). Básicamente se apoyan en la utilización de dos funciones principales formuladas inicialmente por Epstein (1948): una describe la probabilidad de fragmentación del mineral de un tamaño dado  $[S(y)]$ , y otra describe la forma en que se redistribuye el tamaño de las partículas fragmentadas  $[B(x,y)]$ .

La práctica de la modelación por los métodos basados en el balance de población de partículas cuenta con varios modelos: el de Reid (1965) y el de Whiten (1972). El primero considera la fragmentación de partículas como un acto simple de fragmentación, mientras que el segundo supone que las partículas de material dentro de la trituradora pueden someterse a más de un ciclo de fragmentación o pasar a través del proceso sin romperse.

Nikolov (2002), Hechavarría *et al.* (2008) y Hechavarría (2011), estudiando la trituración de impacto, realizaron contribuciones de obligada referencia en la aplicación del modelo de Whiten (1972). Este último (1972) describió la fragmentación como un acto repetitivo. Su representación esquemática aparece en la Figura 1

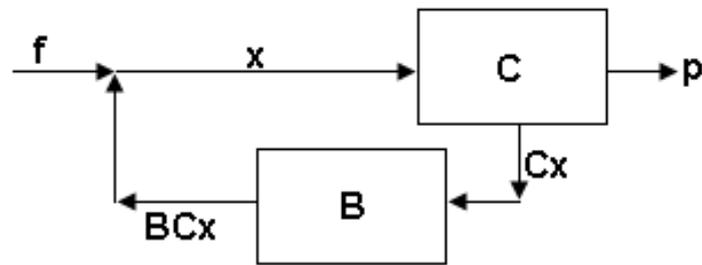


Figura 1. Representación esquemática del modelo de Whiten.

La estructura básica del modelo de Whiten está sustentada en la esencia de la fragmentación en trituradoras de cono. Según Lynch (1980), esta ocurre de dos formas: la primera relacionada con la fragmentación de las partículas gruesas atrapadas entre los dos revestimientos contrapuestos (cono interior-cono exterior) del triturador que se fracturan en pequeñas cantidades de partículas relativamente grandes. Estas partículas pueden o no volver a ser fragmentadas; la segunda ocurre entre los puntos de contacto de las partículas y el revestimiento del triturador y entre partículas cercanas.

En ambos casos, las partículas saldrán del triturador solo si son menores que la apertura de descarga del triturador, o sea, se precisa de una clasificación. En otras palabras, el triturador de cono puede simplificarse en una zona de fragmentación y en una zona de clasificación.

Whiten (1972) definió en la función de clasificación que los elementos de la matriz diagonal son obtenidos a partir de una función de tamaño de partícula  $C_{(x_i)}$ , la cual proporciona la probabilidad de una partícula de tamaño  $x_i$  entrar en la fragmentación del triturador.

En este sentido, en la mezcla mineral existen partículas menores de un cierto tamaño  $k_1$ , que no son fragmentadas en el proceso de trituración por ninguno de los dos mecanismos anteriormente explicados. Como también, resultado de la clasificación, existe un tamaño de partículas  $k_2$  que siempre son triturables. Lo dicho anteriormente Whiten (1972) lo expresó con el siguiente sistema de ecuaciones (1).

$$C_{(x_i)} = 0 \text{ para; } x_i \leq k_1$$

$$C = 1 - \left( \frac{x_i - k_2}{k_1 - k_2} \right)^2 \text{ para } k_1 < X_i < k_2 \quad (1)$$

$$C_{(x_i)} = 1 \text{ para; } k_2 \leq x_i$$

Los parámetros  $k_1$  y  $k_2$  pueden ser calculados mediante las ecuaciones (3) y (4).

$$k_1 = 0,67 \cdot g \pm 0,77 \quad (3)$$

$$k_2 = 1,121 \cdot g + 2,31 \cdot q + T(t) \pm 0,071 \quad (4)$$

Donde:

g: abertura de descarga del triturador (CSS), plg.

q: fracción mayor a una pulgada (2,54 mm) en la alimentación de la trituradora.

t: tonelaje de alimentación de la trituradora, t/h.

T(t): función natural Spline de tercer grado (Whiten 1972; Lynch 1980).

Whiten (1972) asumió la función de distribución de la fragmentación como la suma de las dos funciones de fragmentación en consecuencia con las dos formas de fragmentación presentes en los trituradores de cono. La primera,  $B_1$ , que considera el primer mecanismo relacionado con la fragmentación de las partículas gruesas a partir de las partículas originales, y  $B_2$ , como la fragmentación de las partículas sucedidas de la primera fragmentación y entre ellas mismas (ecuación 5).

$$B = \alpha B_1 + (1 - \alpha) B_2 \quad (5)$$

Donde:

B: es la función de distribución de la fragmentación de la trituradora, unidades.

$\alpha$ : es un coeficiente que considera la formación de la fracción fina.

Para ambas formas de fragmentación Whiten (1972) asumió las expresiones modificadas por Broadbent y Callcot (1956) de la ecuación de Rozin-Ramler (ecuación 6), donde cada componente es proporcional a una función dependiente del CSS (Closed Side Setting) del triturador.

$$B_1 = B_{(x,y)} = \frac{\left(1 - e^{-\left(\frac{x}{y}\right)^m}\right)}{(1 - e^{-1})} \quad (6)$$

$$B_2 = B_{(x,y)} = \left(1 - e^{-\left(\frac{x}{x'}\right)^v}\right)$$

Muchas otras han sido las expresiones desarrolladas para la determinación de la función de distribución de fragmentación. La ecuación de Austin-Luckie (1972) ha sido empleada para representar la función de distribución de la fragmentación por varios autores (Garcés,

León & Muñoz 1990; Nikolov 2004; Kobachicawa 2006; Hechavarría 2011; Coello *et al.* 2011)( ecuación 7).

$$B_{(i,j)} = \varphi \cdot \left(\frac{x_i}{x_j}\right)^m + (1 - \varphi) \cdot \left(\frac{x_i}{x_j}\right)^l \quad \text{para; } x_i < x_j \quad (7)$$

$$B_{(i,j)} > 1 \quad \text{para; } x_i > x_j$$

Donde:

$B_{(i,j)}$ : fracción de masa de tamaño  $i$  obtenida de la fragmentación de las partículas de tamaño  $j$ ;

$\Phi$ : fracción de masa de partículas finas, unidades;

$x_i$ : es el tamaño de las partículas del intervalo  $i$  producto de la fragmentación de las partículas  $j$ , mm;

$x_j$ : tamaño promedio de las partículas originales en el intervalo de tamaño  $j$ , mm;

$m$  y  $l$ : son coeficientes adimensionales que caracterizan la forma de la distribución de las fracciones finas y gruesas del material;

En la ecuación (7) Austin y Luckie (1972) asumen que el parámetro  $\Phi$  es constante. Por el contrario, Broadbent and Callcot (1956), consideran variable el parámetro  $\alpha$ . Este parámetro tiene el mismo sentido físico que su similar  $\phi$  en la ecuación (7). Estas consideraciones adoptadas en ambos trabajos en alguna medida pudieran influir en la calidad de la aproximación a datos experimentales. No obstante, la ecuación desarrollada por Austin y Luckie (1972) es comparativamente más simple que las ecuaciones de Broadbent y Callcot (1956).

Es objetivo de este trabajo evaluar la factibilidad de sustituir las funciones de clasificación y de distribución de la fragmentación usadas en el modelo original (Whiten 1972) por las ecuaciones de Whiten y White (1979) y de Austin y Luckie (1972), respectivamente, para modelar la trituración, en trituradores de cono, de las antracitas de la instalación móvil del Centro de Investigaciones Siderúrgicas de Nicaro.

## 2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

Como punto de partida para la modelación de la trituración de la antracita en trituradores de cono se ha tomado el modelo esquemático de Whiten (Figura 1) en su modelación original de la trituración de cono de los minerales de cobre-zinc de la planta de Mont Isa Mines Limited, Australia.

## 2.1. Balance de distribución del tamaño de las partículas

Según este modelo, las características de distribución de las partículas están representadas por dos funciones básicas en su forma discreta: la función de clasificación y la función de distribución de la fragmentación.

La función de clasificación ( $C_i$ ) contabiliza la probabilidad de fragmentación de las partículas, mientras que la función de distribución de la fragmentación ( $B_{(x,y)}$ ) caracteriza la redistribución de las partículas fragmentadas de las clases inicialmente definidas.

De acuerdo al modelo de Whiten (1972), las partículas alimentadas son seleccionadas para la fragmentación según la función de clasificación ( $C_i$ ): unas pasan sin fragmentación directamente al producto triturado, mientras que otro grupo de partículas ( $1-C_i$ ) se incorporan directamente al producto alimentado para su refragmentación. El modelo de Whiten (1972) se puede representar mediante la ecuación (8)

$$p = (I - C) \cdot (I - BC)^{-1} \cdot f \quad (8)$$

Donde:

C: función de la clasificación expresada con una matriz diagonal que da la proporción de partículas en cada clase de tamaño que entra en la zona de trituración;

B: matriz triangular que da la distribución relativa de las partículas después de trituradas;

I: matriz unitaria.

## 2.2. Parámetros del modelo

### 2.2.1. Función de clasificación

La función de clasificación empleada por White (1972), sin dudas, es un caso particular de la función de clasificación utilizada por Whiten y White (1979) y Nikolov (2002) (ecuación 9). Se propone sustituir la ecuación 1 por la ecuación 9 en el modelo original de Whiten.

$$C_{(x_i)} = 0 \text{ para; } x_i \leq k_1$$

$$C_{(x_i)} = 1 - \left( \frac{x_i - k_2}{k_1 - k_2} \right)^{k_3} \text{ para; } k_1 < x_i < k_2 \quad (9)$$

$$C_{(x_i)} = 1 \text{ para; } k_2 \leq x_i$$

En esta ecuación el coeficiente  $k_3$  describe la forma de la función de clasificación y dependerá básicamente de las características particulares de cada mineral o material.

### **2.2.2. Función de distribución de la fragmentación**

Existen básicamente dos grandes escuelas conceptuales sobre la función de fragmentación: una considera que esta función es independiente de tamaño inicial; la otra requiere de la determinación de dicha función para cada clase inicial (Kelly & Spottiswood 1982). Ambos conceptos son empleados ampliamente en la modelación de los procesos de reducción con la debida precisión. La ecuación de Austin y Luckie (1972) usualmente es considerada como la más adecuada a la trituración por impacto (Nikolov 2004; Coello et al. 2011).

En el presente trabajo, como función de distribución de la fragmentación, se asume la ecuación desarrollada por Austin y Luckie (ecuación 7), en virtud a lo planteado por Karra (1982), quien definió la función de fragmentación  $B(i,j)$  como la representación de la fracción de los restos generados por la fragmentación de partículas parentales idénticas  $d_j$  que pasan a través del tamiz  $d_i$ . Nikolov (2002) planteó que esto obliga a considerar que la forma de la distribución del tamaño de los restos de la fragmentación no depende del tamaño de las partículas originales.

### **2.3. Experimentos**

Para facilitar el proceso de cálculo de las funciones de distribución de fragmentación y de clasificación fue empleado el algoritmo de Hechavarría (2011), adaptado para el presente trabajo. Las variables de entrada son: tamaño de regulación de salida del triturador, diámetro de los tamices empleados y distribución granulométrica de la alimentación ( $f$ ) y el producto triturado ( $p$ ). Como variable de salida se obtienen valores de las funciones de clasificación y de distribución de la fragmentación, así como la identificación de los coeficientes asociados a dichas funciones.

El procedimiento se basa en la búsqueda de las funciones de fragmentación y los coeficientes que mejor representen ese proceso. Para esto se apoya en algoritmos de optimización, donde se busca minimizar las diferencias entre los valores del producto observado y el calculado mediante el modelo.

Los datos para la determinación de los parámetros del modelo y su posterior validación fueron tomados de la planta industrial móvil (CMD-276) para producción de carbón antracita del Centro de

Investigaciones Siderúrgicas de Nicaro, Holguín, Cuba (Figura 2; Tabla 1). Los estadígrafos de Chi-cuadrado y el coeficiente de correlación, con un nivel de confianza de 95 %, fueron utilizados para la validación del modelo con ayuda del paquete estadístico Statgraphic, versión 5.1.

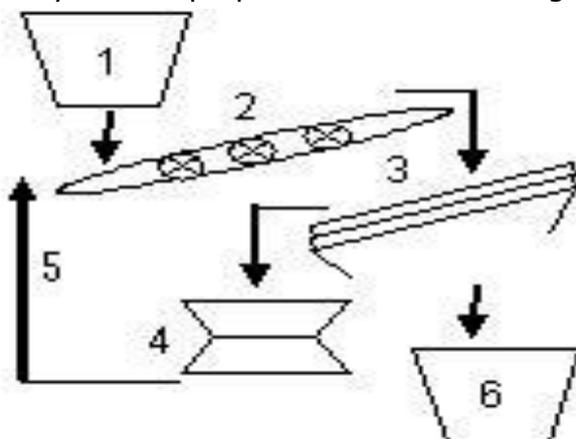


Figura 2. Esquema del flujo tecnológico de la instalación móvil de trituración fina y clasificación (CMD-276). 1 y 6: tolvas; 2 y 5 banda transportadora; 3: zaranda vibratoria; 4: triturador de cono.

Tabla 1. Datos de la composición granulométrica en diferentes puntos de la instalación (CMD-276)

Tamaño; mm	Salida de las clases, %			
	Alimentación zaranda (3)	Alimentación triturador (4)	Descarga triturador (5)	Producto final (6)
17,82+12,60	0,66	0,92	0,00	0,00
-12,60 +4,00	25,13	29,39	24,55	0,00
-4,00 +2,38	56,88	65,76	58,42	5,75
-2,38 +1,60	2,86	1,39	4,28	7,09
-1,60 +0,56	8,77	2,32	11,47	46,01
-0,56 +0,00	5,69	0,23	1,28	41,16
Total	100,00	100,00	100,00	100,00

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados del muestreo en diferentes puntos del esquema tecnológico de la instalación móvil de trituración, que sirvieron como datos iniciales para la modelación, aparecen en la Tabla 1.

En la Figura 3 se muestra la función de clasificación. La regularidad que sigue dicha función coincide con la forma de las funciones de clasificación reportados por Vogel-Peukert (2003, 2005); Coello, Menéndez & Brown (2008); Coello *et al.* (2011) y Hechavarría (2008, 2011) para diferentes materiales.

Los valores de los coeficientes  $k_n$  son los siguientes:  $k_1=0,5$  mm;  $k_2=12,6$  mm;  $k_3=7,6$  mm. El modelo de la función de clasificación toma la siguiente forma:

$$C_{(x_i)} = 0 \text{ para; } x_i \leq 0,5$$

$$C_{(x_i)} = 1 \text{ para; } x_i \geq 12,6 \tag{10}$$

$$C_{(x_i)} = 1 - \left(\frac{12,6-x_i}{12,1}\right)^{7,6} \text{ para; } 0,5 < x_i < 12,6$$

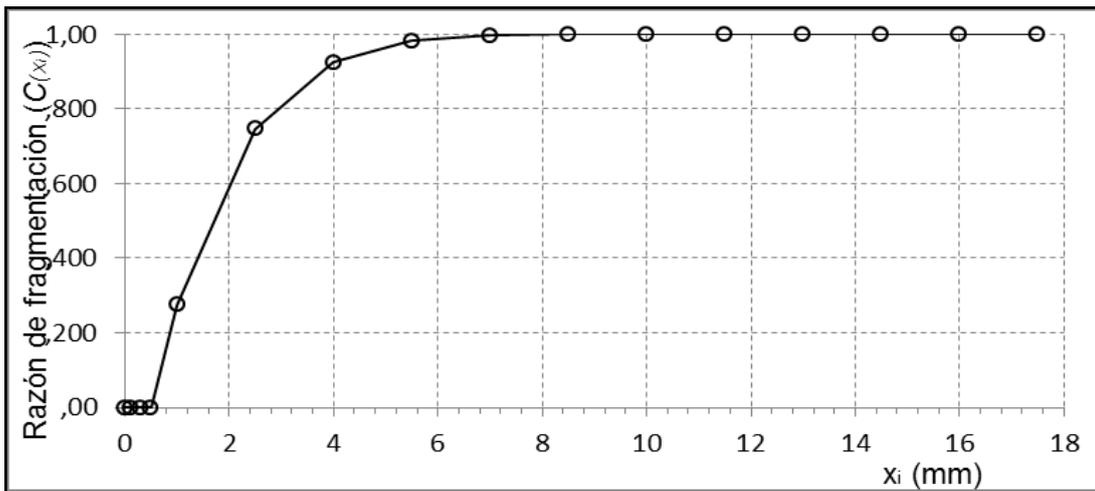


Figura 3. Función clasificación de la trituradora de cono de la instalación (CMD-276).

De acuerdo con los valores obtenidos de los coeficientes  $k_1$  y  $k_2$ , se puede apuntar que las partículas menores de 0,5 mm, para las cuales la probabilidad de fragmentación es igual a 0, pasan por el triturador sin ninguna fragmentación; mientras que las partículas mayores que 12,6 mm siempre serán fragmentadas (la probabilidad de rotura es igual a 1). Las partículas con tamaños enmarcados en el intervalo  $0,5 < x_i < 12,6$  mm serán fragmentadas o ligeramente fragmentadas, en dependencia de su tamaño. Su probabilidad de fragmentación irá disminuyendo con la reducción del diámetro de las partículas, según la función de clasificación mostrada en la Figura 3.

Los resultados de los parámetros de fragmentación  $b(x,y)$  y la función de distribución de la fragmentación acumulativa  $B(x,y)$  aparecen en la Tabla 2 y en la Figura 4, respectivamente. La matriz de los parámetros de la fragmentación  $b(i,j)$  se ajusta a la forma de una matriz diagonal acorde con Lynch (1980).

Las funciones de la distribución de la fragmentación acumulativa para las clases granulométricas mayores de 1,6 mm están formadas por dos rectas con pendientes visiblemente similares (Figura 4). Las pequeñas

diferencias se atribuyen a errores propios de los experimentos. Esto significa que estas funciones experimentales pueden aproximarse a una función formada por la suma de dos funciones que describan los dos mecanismos básicos de la fragmentación presentes en el triturador de cono descritos anteriormente. De esta manera la función de distribución de la fragmentación acumulativa obtenida se ajusta el modelo teórico de Austin y Luckie (1972).

Tabla 2. Valores del parámetro de la fragmentación,  $b(i,j)$

Tamiz (mm)	Función de distribución de la fragmentación, $u$					
12,60	0,5902	0	0	0	0	0
4,00	0,3614	0,9061	0	0	0	0
2,38	0,0210	0,0425	0,7672	0	0	0
1,60	0,0096	0,0182	0,1337	0,6887	0	0
0,56	0,0121	0,0227	0,0691	0,2609	0,8962	0
-0,56	0,0056	0,0105	0,0300	0,0504	0,1038	1

Los valores de los coeficientes calculados por el algoritmo de (Echavarría, 2011) fueron  $\phi=0,78$ ;  $m=3,4$  y  $l=1,1$ . Estos coeficientes son resultado del mejor ajuste al modelo de Austin y Luckie (1972). De esta forma la ecuación (7) toma la forma de la ecuación (11):

$$B_{(i,j)} = 0,78 \left(\frac{x_i}{x_j}\right)^{3,4} + 0,22 \left(\frac{x_i}{x_j}\right)^{1,1} \quad \text{para; } x_i < x_j \quad (11)$$

Según Austin y Concha (1994) los valores de  $m$  oscilan entre 0,5-1,5 y los valores de  $l$  varían entre 2,5-5. Dada la naturaleza de la función de distribución de la fragmentación es muy probable que existan valores de los coeficientes  $m$  y  $l$  que puedan no enmarcarse en estos intervalos, como es el caso objeto de análisis. Sin bien estos parámetros definen la forma de ambas funciones de fragmentación, su acotación a determinados valores puede ser una condición demasiado restrictiva para la variedad de formas que potencialmente puede experimentar la función de distribución de la fragmentación al ser exclusivamente una propiedad intrínseca asociada a las características del material.

Aunque no se aparta propiamente de los conceptos anteriores, la introducción acelerada de las técnicas computacionales permite el cálculo de las funciones de distribución de fragmentación y de clasificación de

forma conjunta con ayuda de los métodos matemáticos iterativos y esto presupone una infinidad de combinaciones de las funciones B y C que pueden ajustarse a los datos experimentales de partículas fragmentadas.

Lynch (1980) aseguró que las funciones de fragmentación por rotura son diferentes para diferentes minerales, siendo incluso imposible asumir un mismo valor de la función de fragmentación para un mismo mineral. En este sentido se puede afirmar que no existe una única combinación de B y C para un mismo valor de la matriz de fragmentación X (Tabla 3). No obstante, la función de fragmentación siempre dependerá de las características propias del mineral (Coello, Menéndez & Brown 2008).

Tabla 3. Matrices de fragmentación X, alimentación f y del producto p en el modelo

Tamiz (mm)	$(I - C) \cdot (I - BC)^{-1}$						f (%)	$p_{calc}$ (%)
12,60	0,0277	0	0	0	0	0	X =	0,03
4,00	0,5963	0,6952	0	0	0	0		20,98
2,38	0,1459	0,1196	0,8676	0	0	0		60,69
1,60	0,0787	0,0634	0,0694	0,9120	0	0		7,77
0,56	0,1037	0,0834	0,0444	0,0729	0,9889	0		7,86
-0,56	0,0477	0,0383	0,0186	0,0151	0,0111	1		2,67

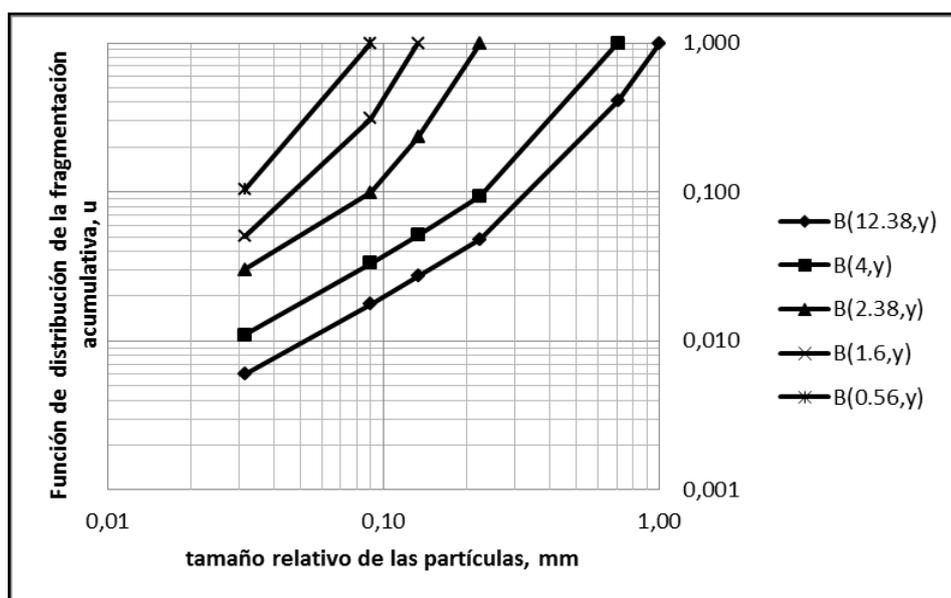


Figura 4. Función de la distribución de la fragmentación de la trituradora de cono.

Comparativamente, los valores de la composición granulométrica de la antracita triturada en la instalación del Centro de Investigaciones

Siderúrgicas de Nicaro son similares a los valores estimados por el modelo de la trituración de la antracita (Figura 4).

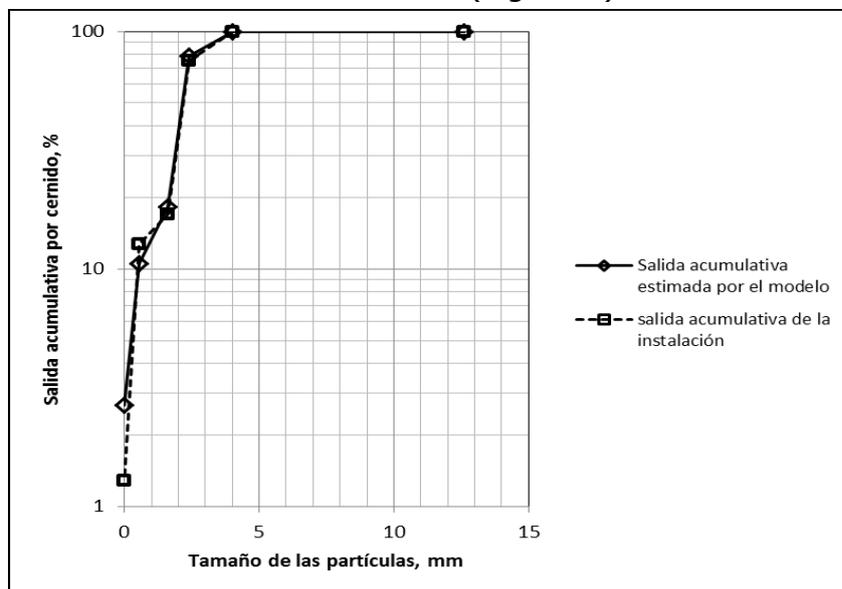


Figura 4. Resultados de la modelación.

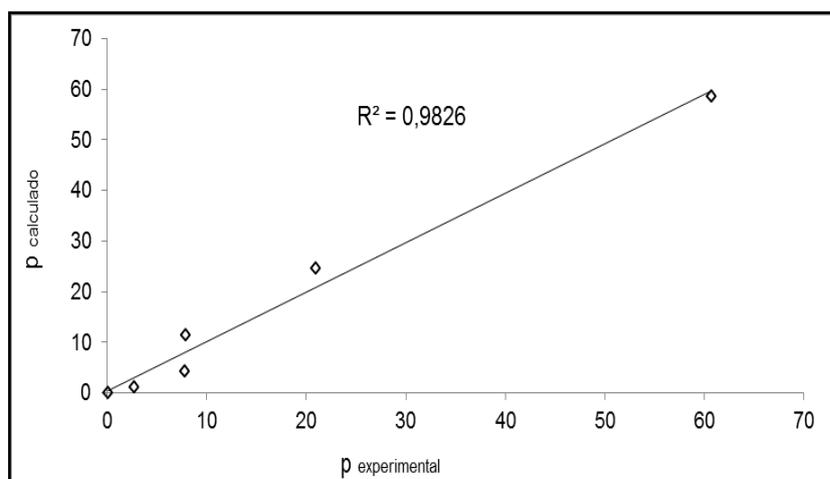


Figura 5. Correlación entre los valores estimados por el modelo y los datos de la instalación.

Los resultados de la correlación de los valores de salida de las clases de tamaño del producto triturado en la instalación y la salida del producto de la trituración estimadas por el modelo (Figura 5) confirman la proximidad entre ambas composiciones granulométricas; el valor del coeficiente de correlación es de 0,983. El valor calculado del criterio de Chi-cuadrado (4,67) es menor que su valor crítico (12,83). Esto último concluye que no hay diferencias significativas entre serie de datos.

#### 4. CONCLUSIONES

1. La función de clasificación de Whiten y White (1979) para la trituradora de cono de las antracitas estudiadas sigue las mismas regularidades que las funciones de clasificación reportadas por la literatura.
2. Las funciones de distribución acumulativas para cada clase de tamaño de las antracitas residuales de Nicaro constituyen dos líneas con pendientes diferentes que siguen aproximadamente los mismos patrones, y que puede ser aproximada a una función de distribución de la fragmentación formada por la suma de dos funciones, como la descrita por Austin y Luckie (1972), propio de los trituradores de cono. La identificación de los coeficientes  $\phi$ ,  $m$  y  $l$  resulta el mejor ajuste de la ecuación de Austin y Luckie.
3. Los valores del coeficiente de regresión (0,9826) y de Chi-cuadrado de la composición granulométrica estimada por el modelo y determinada experimentalmente de los productos demuestran la posibilidad de sustituir a las ecuaciones originales de las funciones de clasificación y de distribución de la fragmentación en el modelo de Whiten por ecuaciones de Whiten y White (1979) para la función de clasificación, y la ecuación de Austin y Luckie (1972) para la función de fragmentación, respectivamente. Los resultados confirman la validez de este modelo de Whiten modificado para la modelación de la trituración en trituradoras de cono de la antracita de la instalación del CIS de Nicaro.

#### 5. REFERENCIAS

- AUSTIN, L. G. & CONCHA, F. 1994: *Diseño y simulación de circuitos de molienda y clasificación*. Green Print Impresores, Concepción, Chile, 392 p.
- AUSTIN, L. G. & LUCKIE, P. T. 1972: Estimation of non-normalized breakage distribution parameters from batch grinding. *Powder Technology* 5: 267-271.
- BROADBENT, S. R. & CALLCOTT, T. G. 1956: A matrix analysis of processes involving particle assemblies. *Phil. Trans Royal Soc. Lond. Ser. A.* 249(960): 99-123.
- BENZER, H. 2005: Modeling and simulation of a fully air swept ball mill in a raw material grinding circuit. *Powder Technology* 150: 145-154.
- COELLO, A. L. & TIJONOV, O. N. 2001: Molienda de minerales multicomponentes: Modelo integro-diferencial para la valoración de la energía. *Minería y Geología* 17(3-4): 49-53.
- COELLO, A. L.; MENÉNDEZ, J. M. & BROWN, R. L. 2008: Grindability of lateritic nickel ores in Cuba. *Powder Technology* 182: 113-115.

- COELLO, A. L.; MENÉNDEZ, J. M.; HECHAVARRÍA, J. R. & RODRÍGUEZ, B. 2011: Toward determining the behavior during the impact crushing of minerals. *Mineral and Metallurgical Processing* 28(2): 82-87.
- DOE. 2005: Mining Industry of the Future Fiscal Year 2004 Annual Report. Industrial Technologies Program. US Department of Energy, Energy Efficiency and Renewable Energy.
- EPSTEIN, B. 1948: The mathematical description of certain breakage mechanism leading to the logarithmic-normal distribution. *Journal of Franklin Institute* 244: 471-477.
- GARCÉS, J.; LEÓN, H. & MUÑOZ, M. 1990: Aplicación del modelo matricial en una operación de trituración. *Revista de Metalurgia* 26(4): 215-222.
- HECHAVARRÍA, J. R.; COELLO, A. L.; LABORDE, R. & MENÉNDEZ, J. M. 2008: Aplicación de los modelos de Nikolov en la trituración por impacto del mineral zeolita del yacimiento San Andrés, Holguín, Cuba. *Minería y Geología* 24(4): 1-17.
- HECHAVARRÍA, J. R. 2011: *Modelación de la trituración por impacto en la planta de zeolita de San Andrés*. Alfredo L. Coello Velázquez (Tutor). Tesis doctoral. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 149 p.
- KARRA, V. K. 1982: A process performance model for cone crushers. In: Proceedings of the 14th International Mineral Processing Congress, Ontario, Canada, III. p. 6.1-6.14.
- KELLY, E. & SPOTTISWOOD, D. 1982: *Introduction to mineral processing*. John Wiley and Sons, New York, 491 p.
- LEYVA-MORMUL, A. 2014: *Modelación matemática del proceso de trituración del carbón antracita usando como punto de partida el modelo de Whiten (1972)*. Alfredo L. Coello-Velázquez (Tutor). Tesis de maestría. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 70 p.
- LYNCH, A. J. 1980: *Circuitos de trituración y molienda de minerales: Su simulación, optimización, diseño y control*. Editorial Rocas y Minerales, Madrid, 342 p.
- MENÉNDEZ, J. M.; COELLO, A. L.; TIJONOV, O. N. & RODRÍGUEZ, M. 2006: Implementation of sustainable concepts during comminution process in Punta Gorda nickel ore plant. *Powder Technology* 170: 153-157.
- NIKOLOV, S. 2002: A performance model for impact crushers. *Minerals Engineering* 15: 715-721.
- NIKOLOV, S. 2004: Modelling and simulation of particle breakage in impact crushers. *International Journal of Mineral Processing* 74: 219-225.
- STAMBOLIADIS, E. T. 2002: A contribution to the relationship of energy and particle size in the comminution of brittle particulate materials. *Mineral Engineering* 15: 707-714.
- VOGEL, L. & PEUKERT, W. 2003: Breakage behavior of different materials—construction of a master curves for the breakage probability. *Powder Technology* 129: 101-110.
- VOGEL, L. & PEUKERT, W. 2005: From single particle impact behaviour to modelling of impact mills. *Chemical Engineering Science* 60(18): 5 164-5 176.
- WEEDON, D. M. 2001: A perfect mixing matrix model for ball mills. *Mineral engineering* 14: 1 225-1 236.

- WHITEN, W. J. 1972: The simulation of crushing plants with models developed using multiple spline regression. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy* 72(10): 257.
- WHITEN, W. J. & WHITE, M. E. 1979: Modeling and simulation of high tonnage crushing plants. En: Proc. 12th Int. Mineral Processing Cong. Sao Paulo, Brasil, 2, 148–158.

**Andrey Leyva-Mormul** [andrey@cipimm.minbas.cu](mailto:andrey@cipimm.minbas.cu)  
Máster en Metalurgia. Centro de Investigaciones  
para la Industria Minero Metalúrgica (CIPIMM).  
La Habana, Cuba

**Alfredo L. Coello-Velázquez.** [acoello@ismm.edu.cu](mailto:acoello@ismm.edu.cu)  
Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Titular.  
Instituto Superior Minero Metalúrgico (ISMM). Holguín, Cuba.

**José R. Hechavarría-Pérez.** [jhperez@facing.uho.edu.cu](mailto:jhperez@facing.uho.edu.cu)  
Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Auxiliar.  
Universidad de Holguín “Oscar Lucero Moya”. Holguín, Cuba.

**Juan María Menéndez-Aguado.** [maguado@uniovi.es](mailto:maguado@uniovi.es)  
Universidad de Oviedo, España

**Oscar S. Leyva-González.** [oscarl@dsit.cu](mailto:oscarl@dsit.cu)  
Doctor en Ciencias Técnicas.  
Centro de Investigaciones Siderúrgicas (DSIT). Holguín, Cuba.

**Emilio Leyva-Ramírez.** [leyva@dsit.cu](mailto:leyva@dsit.cu)  
Máster en Metalurgia.  
Centro de Investigaciones Siderúrgicas (DSIT). Holguín, Cuba.