

## **Formulación de una estrategia didáctica para la enseñanza del Cálculo II**

### **Formulation of a didactic strategy for teaching Calculus II**

José Antonio Alayo Llorén. [jalayo@ismm.edu.cu](mailto:jalayo@ismm.edu.cu). Universidad de Moa, Cuba.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8372-7085>

Melba Cutiño Lidanza. [mcutiño@ismm.edu.cu](mailto:mcutiño@ismm.edu.cu). Filial de Ciencias Médicas de Moa, Cuba.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8949-3328>

Malineis Galano Quintero. [mgalano@ismm.edu.cu](mailto:mgalano@ismm.edu.cu). Universidad de Moa, Cuba.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8227-0949>

Tatiana Montero Gainza. [tmontero@ismm.edu.cu](mailto:tmontero@ismm.edu.cu). Universidad de Moa, Cuba.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5300-6543>

Aliet Lamorú Reyes. [alamoru@ismm.edu.cu](mailto:alamoru@ismm.edu.cu). Universidad de Moa, Cuba.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6345-2704>

**Fecha de recepción: 30 de diciembre de 2021**

**Fecha de aceptación: 4 de junio de 2022**

### **RESUMEN**

Se propuso una estrategia didáctica para promover el aprendizaje del Cálculo II, a partir del estudio de los conocimientos previos de los estudiantes de segundo semestre de ingeniería en Metalurgia y Materiales, Universidad Moa, Cuba, sobre los conceptos de las series y las ecuaciones diferenciales; basado desde el enfoque cualitativo interpretativo, en el estudio de una realidad educativa, con un diseño descriptivo interpretativo, de alcance exploratorio y descriptivo que permite cumplir el objetivo de investigación. Presenta conocimientos previos a fin de interpretarlos y diseñar la estrategia didáctica.

Los resultados muestran que, para la resolución de sistemas de ecuaciones, el enfoque es puramente algorítmico. A pesar de que existe claridad en torno a los conceptos de sistema y de ecuación, no es así cuando se trata de la interpretación de inecuaciones, se evidenciaron grandes deficiencias de tipo operacional en la aritmética, productos notables y factorización de polinomios, así como identificación de variables y su relación entre ellas. Sobre la base de los resultados, se diseñó una estrategia didáctica con un análisis y secuenciación de contenidos, recursos pedagógico, actividades que van desde una fase exploratoria, refuerzo y activación, significación, aplicación, generación y transferencia de conocimiento.

**Palabras clave:** diseño metodológico, alcance exploratorio, estrategias didácticas

## **SUMMARY**

In the present work, a didactic strategy is proposed to promote the learning of Calculus II from the study of the previous knowledge that the second-semester students of Engineering in Metallurgy and Materials of the Moa Cuba University possess about the concepts of the series and the D.E. It was raised within the qualitative interpretive approach, studying an educational reality, with an interpretive descriptive design, with an exploratory and descriptive scope that allows the research objective to be met. It presents the previous knowledge in order to interpret it and design the didactic strategy. The results show that, for the resolution of systems of equations, the approach is purely algorithmic. In addition, although there is clarity around the concepts of system and equation, it does not exist when it comes to the interpretation of inequalities. In addition to the above, major deficiencies of an operational nature were evidenced in the arithmetic part and notable products and factorization of polynomials as well as identification of variables and their relationship between them. Based on the results, a didactic strategy was designed, with an analysis and sequencing of

content, pedagogical resources and activities that range from an exploratory phase, reinforcement and activation, meaning, application, generation, and transfer of knowledge.

**KEYWORDS:** methodological design, exploratory scope, didactic strategies.

## **INTRODUCCIÓN**

La matemática, y en especial el cálculo, han sido de gran importancia para el desarrollo y avance científico-tecnológico de la sociedad. Se puede afirmar que en esos avances se encuentran implícitos conceptos matemáticos. Un concepto matemático está dado por sus atributos y relaciones existentes entre ellos (Godino y Batanero, 1994, pp. 325-355): en las comunicaciones, la medicina, el desarrollo de investigaciones de toda índole, se requiere en diferentes medidas de conceptos matemáticos, sucesiones, series, convergencia de sucesiones y series. En este contexto, el cálculo ha sido fundamental para el mejoramiento de la calidad de vida porque, entre otras razones, ha hecho más seguros los medios de transporte, gracias a diseños modernos y a soluciones como el *airbag*; ha modernizado la tecnología en la medicina, con el uso del láser para efectuar mejores operaciones y otras, que no solo el cálculo diferencial ha aportado, sino en la aplicación de la matemática como el quehacer del ingeniero o el científico. Por otra parte, se ha demostrado que los ejemplos y los ejercicios son la principal fuente de aprendizaje en un libro de matemáticas. En cada grupo se incluyen numerosos problemas de ejercitación, preguntas de verdadero/falso, oraciones con espacios en blanco para añadir palabras que faltan, aplicaciones, problemas de reto, problemas que implican graficar, o la interpretación de gráficas.

Las matemáticas, según los currículos de las facultades de ingeniería, son consideradas como eje transversal para la formación del ingeniero desde el inicio de su carrera y, en ella, el cálculo diferencial. Su aprendizaje implica un

gran reto para los estudiantes por constituir una herramienta, un lenguaje para visualizar, comprender e interpretar el mundo que le rodea.

Las ecuaciones diferenciales son la base para comprender diversas aplicaciones en la construcción de modelos de la realidad. El proceso de modelización matemática es una actividad científica que se involucra en la obtención de modelos propios de las demás ciencias.

En los últimos años se han realizado investigaciones fácilmente manipulables para diseñar, simular, deducir o inferir sobre ellos, de manera creativa y, si representan una situación problemática, es posible mediante su manipulación, plantear posibles alternativas de solución en cualquier área del conocimiento.

## **SOPORTES TEÓRICOS**

### Aprendizaje

«El aprendizaje puede definirse como el proceso por el cual se produce un cambio, más o menos permanente en el comportamiento, o se adquiere conocimiento» (Rubio y Álvarez, 2010, p. 4). El término aprendizaje se deriva del latín *apprehendere* que significa, coger, adquirir, hacer propio, tomar conocimiento de retener. El aprendizaje es aprender algo, la acción de tomar posesión de lo no incorporado al comportamiento del individuo. De esta manera se centra el interés en las estrategias de aprendizaje.

«Una estrategia de aprendizaje es un procedimiento (conjunto de pasos o habilidades) que un alumno adquiere y emplea intencionalmente como recurso flexible, para aprender significativamente y para solucionar problemas y demandas académicas» (Díaz Barriga, Castañeda y Lule, 1986) se da especial importancia al estudio de los conocimientos previos que poseen los estudiantes (Sánchez, García y Llinares, 2008), sobre el concepto de derivada, pues como se evidencia en investigaciones realizadas sobre el tema, el mejoramiento del

aprendizaje y el éxito estudiantil se deben en gran medida al diseño y aplicación de estrategias de aprendizaje que buscan reforzar, activar, profundizar conocimientos previos y promover el aprendizaje, dejando de lado prácticas pedagógicas tradicionales tales como enunciar definiciones, crear ejemplos y proponer una serie de ejercicios para resolver.

Trabajo colaborativo:

«Es el empleo didáctico de grupos reducidos en que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás» (Johnson, Johnson y Stanne, 2000, p. 5).

De acuerdo con lo planteado por Johnson, Johnson y Stanne (2000, p. 9-10):

- ✓ Interdependencia positiva: Los miembros del grupo deben tener claro que los esfuerzos de cada integrante benefician a los demás miembros.
- ✓ Responsabilidad individual y grupal: El grupo debe asumir la responsabilidad de alcanzar sus objetivos, y cada miembro será responsable de cumplir con la parte del trabajo que le corresponde.
- ✓ Interacción estimuladora: Los alumnos deben realizar juntos una labor en la que cada uno promueva el éxito de los demás, mientras comparten los recursos, se ayudan y respaldan.
- ✓ Prácticas interpersonales y grupales: Habilidades para funcionar como parte de un grupo (dirigir, tomar decisiones, crear clima de confianza, manejar los conflictos, motivación). El docente debe enseñar estas prácticas con la misma seriedad y precisión que los contenidos y habilidades técnicas.
- ✓ Evaluación grupal: El grupo debe analizar en qué medida estas alcanzan sus metas y mantienen eficaces relaciones de colaboración.

El trabajo contribuye con la calidad del egresado, teniendo en cuenta el contexto cultural de estos y el aprendizaje por competencias implementado por la Universidad.

Los conocimientos previos de los estudiantes que ingresan al curso Cálculo II, proporcionan al docente un punto de partida con elementos de juicio para diseñar una estrategia didáctica que refuerce, active y profundice en los objetivos propuestos y, en consecuencia, mejore el aprendizaje de conceptos y procedimientos.

El cálculo es una «Asignatura que en el sistema educativo superior ocupa un lugar privilegiado, siendo la materia a la que más estudio se le dedica y que mayor reprobación tiene en la educación superior» (Cantoral, 2003).

### **ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE**

En el trabajo se tuvo en cuenta el modelo de aprendizaje con cimiento en el empleo de estrategias en el aula, con base en el modelo educativo y evaluativo institucional, centrado en la enseñanza de trabajo colaborativo (Universidad Tecnológica de Chile INACAP, 2017).

En el modelo se considera al estudiante como base fundamental de las diferentes actividades y, al docente, como un inductor y orientador del proceso, teniendo en cuenta la teoría constructivista donde solo es posible que el conocimiento sea un proceso que se construye y se evidencia con la verificación de las competencias (Negrete, 2010).

Ante todo, los profesores deben poseer mucho dominio de la disciplina, tener la capacidad de promover y potenciar en los estudiantes el aprendizaje de estos conocimientos y, para lograrlo, deben definir estrategias.

Es importante saber que las estrategias de aprendizaje deben alcanzarse a razón de la motivación del estudiante; se ejecutan voluntariamente y de manera intencional, recordar o solucionar un problema sobre un contenido de aprendizaje en el concepto de derivada y su aplicación en los contextos de la disciplina, la formación profesional y en situaciones de la misma profesión.

## **FORMULACIÓN DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA**

### Presentación

Teniendo en cuenta el resultado de segundo semestre, primer año de Ingeniería en Metalurgia y Materiales, los conceptos teóricos del Cálculo II para el aprendizaje, los conocimientos didácticos, pedagógicos y teóricos que sustentan el trabajo, se presentaron las implicaciones didácticas, pedagógicas y teóricas que determinaron la secuencia y selección de contenidos, actividades y recursos didácticos para el diseño de la propuesta de estrategia didáctica que promueva el aprendizaje.

Para la formulación de la estrategia se tuvieron en cuenta aspectos básicos a considerar en cuanto a contenidos se refiere: en relación con las series infinitas para cubrir algunas de las deficiencias que, según estadísticas, las respuestas correctas alcanzan el 18%; esto significa que se desconocen contenidos que fueron la base fundamental para la formulación de la estrategia con los componentes pedagógicos, didácticos, de aprendizaje y la teoría de la disciplina, esenciales para motivar a los estudiantes en el conocimiento de la asignatura Cálculo II.

### **OBJETIVOS DE APRENDIZAJE**

Se tomaron según el programa analítico de la asignatura Cálculo II para la carrera de Ingeniería en Metalurgia y Materiales.

- ✓ Capturar la atención y generar motivación sobre el estudio de las series y las ecuaciones diferenciales.
- ✓ Interpretar conceptos y teoremas relacionados con las series en la demostración de propiedades, interpretación de conceptos,

argumentación lógica y demostración de algunos resultados teóricos sencillos.

- ✓ Aproximar funciones por series, analizando las propiedades básicas de la serie aproximante y aplicar la aproximación como instrumento para resolver problemas matemáticos y de la práctica profesional empleando la base conceptual para crear el modelo matemático correspondiente.
- ✓ Obtener el desarrollo trigonométrico o exponencial de Fourier, para funciones no simétricas o con simetría de media onda e interpretación de los espectros de amplitud y fase en dependencia de la frecuencia para tales funciones, así como aproximar funciones mediante series de potencias y de Fourier auxiliándose del MATLAB.
- ✓ Interpretar los conceptos y teoremas relacionados con las ecuaciones diferenciales de primer orden.
- ✓ Aplicar métodos de trabajo de las ecuaciones diferenciales ordinarias, conceptos y teoremas para interpretar modelos y la resolución de problemas sencillos de índole físico, geométrico o vinculados con la especialidad.
- ✓ Desarrollar la formación computacional mediante la utilización de programas específicos para la resolución de problemas cuya resolución así lo requieran.
- ✓ Aplicar los conceptos, teoremas y métodos de trabajo de las ecuaciones diferenciales ordinarias de orden superior y sistemas de ecuaciones diferenciales para interpretar modelos y para la resolución de problemas sencillos de índole físico, geométrico o vinculados con la especialidad.
- ✓ Interpretar conceptos y teoremas relacionados con las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.
- ✓ Aplicar los conceptos, teoremas y métodos de trabajo de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales para interpretar modelos y para la resolución de problemas sencillos de índole físico, geométrico o vinculados con la especialidad.



- ✓ Desarrollar la formación computacional mediante programas específicos para la resolución de problemas que lo requieran.
- ✓ Desarrollar habilidades para la generación y transferencia del conocimiento.

## **ANÁLISIS Y SECUENCIA DE CONTENIDO**

Los contenidos que se tuvieron en cuenta para diseñar la estrategia didáctica con base en el aprendizaje por competencias y mejorar el aprendizaje del Cálculo II, fueron abordados de la siguiente manera:

Conceptos: Series numéricas de términos no negativos y series alternadas; series de potencias y dominio de convergencia; criterios de convergencia; serie de Taylor; aproximación de funciones y cálculos aproximados; serie de funciones, en seno y en cosenos; series trigonométricas de Fourier; cambios de periodo; ecuaciones; generalidades; ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y diferenciales ordinarias de variables separables, exactas y lineales de primer orden; problema de Cauchy; sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden; aplicaciones de las ecuaciones diferenciales ordinarias; ecuaciones en derivadas parciales; ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de orden superior con coeficientes constantes; sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones iniciales; un método numérico para resolver un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones iniciales; aplicaciones geométricas y físicas de los sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones iniciales; problema de la conducción del calor en una varilla metálica; problema de la cuerda vibrante.

Procedimientos: analizar la convergencia de una serie; usar el teorema de existencia y unicidad de la solución de un problema de Cauchy; el método numérico para resolver un problema de Cauchy; método de las variables separables; solución analítica.

Con esa secuencia, los estudiantes evidenciaron diferentes dificultades, relacionadas en su mayoría con la aplicación de los conceptos series de potencias y ecuaciones diferenciales ordinarias, durante el curso Cálculo II, pues es necesario dominar nociones básicas para aprender posteriores conceptos. En su desempeño profesional, muchos se enfrentarán a diversos escenarios que demandan la construcción de modelos matemáticos para describir, analizar y resolver problemas, para los que se requiere n ecuaciones diferenciales, cuando se trata de crecimiento poblacional.

En la propuesta no se pretendió hacer una secuencia diferente, sino de tener como punto de partida conocimientos previos de los estudiantes para favorecer y facilitar el aprendizaje de conceptos. Actividades y recursos didácticos. Para poner en marcha la estrategia de aprendizaje fueron propuestas actividades y recursos didácticos siguientes:

Actividad 1. Búsqueda, selección, organización y valoración de información, enfocada en capturar la atención y generar la motivación de los estudiantes.

Actividad 2. Comprensión profunda de conceptos abstractos esenciales para la asignatura, actividad necesaria y punto de partida en el proceso de aprendizaje significativo para conocer lo que dominan los estudiantes. Desarrollada en este trabajo de investigación, identifica y estudia conocimientos previos.

Actividad 3. Adaptación y aplicación de conocimientos a situaciones reales, orientada a la activación de conocimientos previos de los estudiantes y a «generarlos cuando no existan» (Díaz Barriga y Hernández Rojas, 2010, p. 144), así llenar vacíos conceptuales.

Actividad 4. Expresión oral, específicamente en lo que se refiere a la planificación y estructuración del discurso, a la claridad en la exposición y a la readecuación del discurso en función de la retroalimentación: hace que los

estudiantes activen, reflexionen y compartan conocimientos previos sobre temas como funciones y gráficas, para articularlos con los nuevos contenidos.

Actividad 5. Habilidades necesarias para la vida y el trabajo: pretende la consolidación del aprendizaje buscando que el estudiante resuelva problemas en situaciones reales o posibles.

Actividad 6. Generación de conocimiento: para que el estudiante utilice los conocimientos en un pequeño proyecto de investigación en la carrera, definir objetivos, plantear una alternativa de solución con metodología determinada, resolver el problema con el conocimiento adquirido, presentar el resultado y las conclusiones.

Actividad 7. Transferencia de conocimiento: se plantean varias actividades académicas de socialización de resultados, con el fin de reestructurar su conocimiento y evaluar el de los compañeros, al hacer una reflexión sobre el proceso para que exista autoevaluación, evaluación entre pares (con los compañeros) y heteroevaluación con el profesor.

## **RESULTADOS**

Al evidenciar deficiencias en contenidos básicos, se inició con acciones de refuerzo para llenar vacíos conceptuales que promovieran el trabajo colaborativo. Dada la heterogeneidad de los grupos, se aprovecharon sus contrastes para conformarlos por estudiantes con diferentes niveles de aprendizaje, y que mediante el trabajo con pares y la orientación del docente, se lograra el objetivo propuesto.

Las actividades que forman parte de la estrategia serán abordadas desde el aprendizaje, teniendo en cuenta que el estudiante debe cambiar su rol pasivo de receptor de información, y convertirse en parte activa, que se cuestione o se admire; por ejemplo, con el recorrido por la historia del cálculo, mostrar el aporte al desarrollo de la ciencia y la tecnología. Hace que se genere una

Alayo-Llorén, J.E; Cutiño-Lidanza, M; Galano-Quintero, M; Montero-Gainza, T; Lamorú-Reyes, A.  
Formulación de una estrategia didáctica para la enseñanza del Cálculo II

motivación intrínseca, más allá de obtener una calificación o aprobar una asignatura.

## **CONCLUSIONES**

El enfoque de la investigación cualitativa permitió una perspectiva holística del problema, al tener en cuenta el estudiante y su contexto, con un diseño de tipo descriptivo interpretativo que fue adecuado para la investigación, y que dio respuesta a los objetivos propuestos; pues se realizó primeramente el estudio sobre los conocimientos previos que orientaran al diseño de la estrategia didáctica que se aplicaría posteriormente para analizar los resultados.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- CANTORAL, R. Y FARFÁN, R. (2003). Matemática educativa: una visión de su evolución. *Revista latinoamericana de investigación matemática educativa*, 6(1), 27-40.
- DÍAZ BARRIGA, F., CASTAÑEDA, M. & LULE, M. (1986). Destrezas académicas básicas. México: UNAM.
- DÍAZ BARRIGA, F. Y HERNÁNDEZ ROJAS, G. (2010). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista*. México: McGraw Hill.
- GODINO, J. D. & BATANERO, C. (1994). Significado Institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- HERNÁNDEZ, H. Y OKSANA, K. (2000). La pedagogía tradicional. Tendencias pedagógicas en la realidad educativa actual. La Habana: Editorial Universitaria. p. 90.
- JOHNSON, D. W., JOHNSON, R. T. & STANNE, M. B. (2000). Cooperative Learning methods: A Meta-Analysis. *Cooperative Learning Center at the University*

of Minnesota. Recuperado de: <http://www.clcrc.com/pages/cl-methods.html>.

NEGRETE, J. (2010). *Estrategias para el aprendizaje*. México: Limusa.

RUBIO GIL, A. Y ÁLVAREZ IRARRETA, A. (2010). *Formación de formadores después de Bolonia*. Madrid: Ediciones Días de Santos.

SÁNCHEZ MATAMOROS, G., GARCÍA, M. Y LLINARES, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación matemática educativa*, 11(2), 267-296.

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE CHILE INACAP. (2017). *Manual de Estrategias Didácticas: Orientaciones para su selección*. Santiago: Ediciones INACAP.