

## **Bases para el diseño del reforzamiento de elementos de hormigón armado por medio de bandas de Polímeros Reforzados con Fibras\***

**Omar Zamora Díaz-Comas**

[omar@civil.cujae.edu.cu](mailto:omar@civil.cujae.edu.cu)

**Carlos Llanes Burón**

[llanes@civil.cujae.edu.cu](mailto:llanes@civil.cujae.edu.cu)

**Hugo Wainshtok Rivas**

[hugow@tesla.cujae.edu.cu](mailto:hugow@tesla.cujae.edu.cu)

Especialidad: Ingeniería civil

Universidad Tecnológica de La Habana (CUJAE) (Cuba).

**Resumen:** Se crearon las bases metodológicas para el diseño de reforzamiento estructural con bandas de Polímeros Reforzados con Fibras (PRF) en elementos de hormigón armado, con el objetivo de incrementar su capacidad resistente, según el código norteamericano ACI 440.2R-08. Se desarrollaron los procedimientos de diseño de reforzamiento a flexión, cortante, compresión pura y la combinación de carga axial de compresión con momento flector. Se establecen los puntos fundamentales a tener en consideración en aras de obtener un diseño de reforzamiento adecuado.

**Palabras clave:** Laminados de Polímeros Reforzados con Fibras (PRF); estructuras de hormigón armado; diseño del reforzamiento.

---

\* Recibido: 23 abril 2018/ Aceptado: 29 mayo 2018.

## **Bases for the design of strengthening of reinforced concrete elements by means of bands of Fibers Reinforced Polymers**

**Abstract:** The methodological bases for the design of structural reinforcement with bands of Polymers Reinforced with Fibers (PRF) in reinforced concrete elements were created, with the objective of increasing its resistant capacity, according to the North American code ACI 440.2R-08. The design procedures for bending reinforcement, shear, pure compression and the combination of compression axial load with bending moment were developed. The fundamental points to be considered in order to obtain an adequate reinforcement design are established.

**Key words:** Fiber Reinforced Polymer (FRP) laminates; reinforced concrete structures; strengthening design.

## Introducción

Las estructuras de hormigón armado pueden presentar insuficiencias, ya sea por construcciones deficientes, deterioro del hormigón, corrosión del acero de refuerzo, cambios en la funcionalidad de su estructura o aumento de las cargas estimadas en su diseño; en caso extremo, porque han llegado al final de su ciclo de servicio, generando un factor de riesgo al ser estructuras antiguas que requieren rehabilitación (Flores, 2013; Belouar *et al.*, 2013).

El reforzamiento es una acción que permite aumentar la capacidad de resistencia mecánica de una parte de la estructura o de la estructura completa (Rosero, 2013). En ocasiones, se determina que la estructura requiere aumentar su resistencia en función de las demandas reales. En otros casos, las estructuras se someten a eventos excepcionales que provocan daños que deben ser reparados.

Las técnicas más frecuentes para la reparación y refuerzo de estructuras de hormigón armado son el recrecido de hormigón, la disposición exterior de perfiles de acero y el refuerzo mediante placas de acero adheridas a la superficie (González *et al.*, 2002).

Los materiales compuestos a base de Polímeros Reforzados con Fibras (PRF) en forma de tejidos o laminados han ido convirtiéndose en una técnica alternativa de reforzamiento de elementos estructurales de hormigón armado con relación a los métodos tradicionales de reforzamiento.

El uso de estos materiales compuestos como materiales de refuerzo para estructuras existentes es una de las tecnologías que están teniendo mayor aplicación en la industria de la construcción debido a ventajas como las altas relaciones resistencia-*peso* y rigidez-*peso*, las cuales mejoran el comportamiento de la estructura sin que se altere su configuración geométrica. Asimismo, los materiales compuestos son livianos y no demandan cambios en la distribución del sistema estructural o en la cimentación. Además, en el caso de construcciones sometidas a ambientes especiales presentan una alta resistencia a la corrosión (Molina *et al.*, 2010).

Una muestra del creciente interés mostrado por este sistema de reforzamiento viene dada por las recomendaciones de diseño y construcción que se están publicando en los últimos años en diferentes países y continentes. Estas recomendaciones intentan proporcionar una guía adecuada para su dimensionamiento y aplicación. Ejemplo de

ello es la Federación Internacional de Hormigón (Triantafillou *et al.*, 2001) en la Comunidad Europea, la Sociedad Japonesa de Ingenieros Civiles (Uomoto, 1997), el CNR-DT 200 R1 (Aiello *et al.*, 2013) en Italia, la *Canadian Standards Association* (CSA, 2002) en Canadá y el ACI 440.2R-08 (ACI 440.2R, 2008) en los Estados Unidos; este último es el modelo en el cual se basan la mayoría de los países de Latinoamérica.

En Cuba, el dominio de los modelos analíticos para diseñar con esta novedosa tipología de reforzamiento es realmente muy limitado en el contexto nacional actual. Por ello constituye el principal objetivo de este trabajo crear las bases metodológicas para el diseño de reforzamiento estructural, cuando se utilizan bandas de PRF en elementos de hormigón armado, con el objetivo de incrementar su capacidad resistente, basado en lo que plantea el código norteamericano ACI 440.2R-08.

### Las bandas de PRF y sus propiedades para el diseño

Los sistemas de refuerzo a base de bandas de PRF consisten, en esencia, en el pegado externo, sobre la superficie de hormigón, de unos materiales con unas prestaciones mecánicas sobresalientes, principalmente la resistencia a tracción (Figura 1). De esta forma, los materiales compuestos actúan como una armadura externa, que hace unas funciones muy similares a las que hace la armadura interna de acero (López, 2012).

Los materiales de PRF consisten en un gran número de pequeñas, continuas, direccionadas y plásticas fibras con avanzadas características, atadas en una matriz de resina. En función del tipo de fibra, se habla de PRFC para fibras de carbono, PRFV para fibras de vidrio, PRFA para fibras de aramida y PRFB para fibras de basalto. Normalmente, la fracción en volumen de fibras en los PRF se encuentra entre el 50-70 % para las cintas laminadas y alrededor de 25-35 % para los tejidos.



Figura 1. Reforzamientos de elementos de hormigón armado con sistemas de PRF. a) Reforzamiento de viga. b) Reforzamiento de losa. c) Reforzamiento de columna (Rosero, 2013).

Las fibras en el material compuesto aportan la resistencia mecánica, rigidez, dureza y va a ser determinante para obtener las principales propiedades mecánicas. Las características más sobresalientes corresponden a su resistencia a la tracción, su deformación unitaria a la tracción y su elevado módulo de elasticidad.

La matriz tiene, por su parte, la misión de transmitir los esfuerzos a las fibras; hace la función de aglomerante y protección de las mismas. A su vez, aporta mayor flexibilidad y proporciona la forma. Tiene menor resistencia que las fibras (López, 2012).

En la Figura 2 están representadas cualitativamente las leyes constitutivas tensión-deformación a esfuerzo de tracción de un material de PRF y su comparación con el diagrama bilineal del acero usado como refuerzo en elementos de hormigón armado, en donde se observa claramente el comportamiento lineal-elástico de los materiales de PRF (comportamiento frágil desde el punto de vista del fallo), en comparación con el del acero, el cual refleja un comportamiento elasto-plástico en todo su rango de deformaciones (comportamiento dúctil desde el punto de vista del fallo).

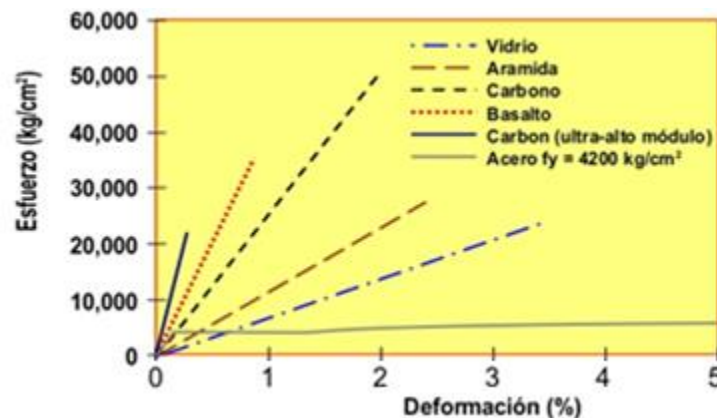


Figura 2. Leyes constitutivas tensión-deformación de materiales de PRF y del acero estructural (Autié, 2017).

Las resinas y las fibras de los sistemas de bandas de PRF se pueden ver seriamente afectadas debido a las condiciones medioambientales existentes en el lugar del reforzamiento. Propiedades mecánicas importantes como: la resistencia a la tracción en la rotura, la deformación última a la tracción y el módulo de elasticidad se ven degradadas cuando estos materiales se exponen en ciertos ambientes agresivos como son: ambientes alcalinos, presencia de agua salada, rayos ultravioletas, temperaturas extremas, elevada humedad y ciclos de hielo y deshielo (ACI 440.2R, 2008).

Debido a lo anterior, desde el punto de vista del diseño del reforzamiento, los factores mencionados se recogen en un coeficiente que se denomina factor de reducción medioambiental ( $C_E$ ) y que incluye todas las posibles afectaciones de los sistemas de PRF cuando estos se ven expuestos en diferentes condiciones ambientales. La Tabla 1 ilustra los valores a asignar al factor de reducción medioambiental ( $C_E$ ) en función del tipo de fibra y de las condiciones de exposición medioambientales.

Tabla 1. Factores de reducción medioambientales ( $C_E$ ) para varios sistemas de PRF y condiciones de exposición (ACI 440.2R, 2008)

Condiciones de exposición	Tipo de fibra	Factor de reducción medioambiental $C_E$
Exposición interior	Carbono	0,95
	Vidrio	0,75
	Armida	0,85
Exposición al exterior (puentes, áreas de parqueos descubiertos, etc.)	Carbono	0,85
	Vidrio	0,65
	Armida	0,75
Ambiente agresivo (plantas químicas, plantas de tratamiento de aguas, etc.)	Carbono	0,85
	Vidrio	0,50
	Armida	0,70

Siempre y cuando no se indique lo contrario por parte del fabricante de los sistemas de PRF, las principales propiedades mecánicas (la tensión última a la tracción ( $f_{fu}^*$ ), la deformación última a la tracción ( $\varepsilon_{fu}^*$ ) y su módulo de elasticidad ( $E_f$ ), todas proporcionadas por el fabricante) se verán reducidas a través del factor de reducción medioambiental ( $C_E$ ) mostrado en la Tabla 1.

Finalmente, las propiedades mecánicas de los laminados o tejidos de PRF que se utilizan en las ecuaciones de diseño, tanto para la tensión última a la tracción ( $f_{fu}$ ), como para la deformación última a la tracción ( $\varepsilon_{fu}$ ), se determinan de la siguiente manera:

$$f_{fu} = C_E f_{fu}^* \quad (1)$$

$$\varepsilon_{fu} = C_E \varepsilon_{fu}^* \quad (2)$$

Debido a que los materiales a base de PRF presentan un comportamiento lineal elástico hasta la rotura, el módulo de elasticidad ( $E_f$ ) de dichos sistemas, que también es utilizado en el diseño del reforzamiento, se puede determinar a través de la ley de Hooke:

$$E_f = \frac{f_{fu}}{\varepsilon_{fu}} \quad (3)$$

### El diseño del reforzamiento a flexión por medio de bandas de PRF

El sistema de reforzamiento a flexión a base de laminados o tejidos de PRF en elementos de hormigón armado se logra pegando el laminado al elemento existente por la cara traccionada. Las bandas de PRF en un refuerzo a flexión se colocan bajo los mismos principios que el acero de refuerzo en las zonas donde existe tracción (Figura 3).

Todos los aspectos relacionados con las bases para el diseño del reforzamiento a flexión por medio de bandas de PRF que se muestran, se basan en vigas existentes de sección rectangular reforzada en su cara traccionada. Los conceptos que se explican pueden extenderse también a secciones no rectangulares (secciones I o T) y a elementos con armadura de acero trabajando tanto a tracción como a compresión.

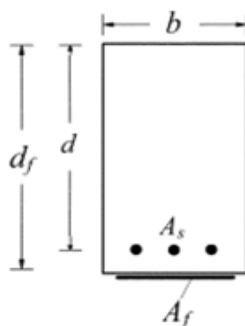


Figura 3. Esquema a nivel de sección del reforzamiento a flexión con bandas de PRF (ACI 440.2R, 2008).

### Resistencia nominal y modos de fallo

En el momento de determinar la resistencia a flexión de la sección reforzada con tejidos o laminados de PRF debe verificarse que el momento a flexión de diseño ( $\Phi M_n$ ) sea mayor que el momento a flexión requerido ( $M_u$ ). La resistencia flexión de diseño hace referencia a la resistencia nominal del elemento estructural multiplicado por un factor de reducción ( $\Phi$ ), mientras que la resistencia a flexión requerida está vinculada a los efectos de cargas mayoradas, para la combinación pésima, tal y como aparece en la norma cubana NC 450 del 2006.

$$\Phi M_n \geq M_u \quad (4)$$

De acuerdo a lo anterior, el documento norteamericano ACI 318 propone un coeficiente reductor de resistencia ( $\Phi$ ) y el ACI 440.2R-08 otro coeficiente reductor de resistencia adicional de  $\psi_f = 0,85$ , este último aplicado únicamente a la contribución a flexión del laminado o tejido de PRF.

La capacidad que tiene un elemento estructural reforzado con bandas de PRF a flexión puede determinarse con la compatibilidad de deformaciones, el equilibrio interno de fuerzas y control del modo de fallo (ACI 440.2R, 2008).

La capacidad a flexión de una sección reforzada con laminados o tejidos de PRF va a depender del modo de falla que gobierna el diseño. Los modos de falla a flexión que deben ser revisados para una sección reforzada con sistemas de bandas de PRF son los siguientes, según se plantea en (1):

- 1- Aplastamiento del hormigón a compresión antes de la fluencia del acero de refuerzo.
- 2- Fluencia del acero en tracción seguido por la rotura de la lámina de PRF.
- 3- Fluencia del acero en tracción seguido por el aplastamiento del hormigón.
- 4- Delaminación por cortante o flexión del recubrimiento del hormigón (delaminación del recubrimiento).
- 5- Despegue de la lámina o tejido de PRF del sustrato de hormigón.

Se asume que el aplastamiento del hormigón ocurre si la deformación a compresión en el hormigón alcanza su máxima deformación unitaria ( $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0,003$ ) y se asume que la rotura de la lámina de PRF ocurre si la deformación en la misma alcanza su deformación de rotura de diseño ( $\varepsilon_f = \varepsilon_{fu}$ ) antes de que el hormigón alcance su máxima deformación a compresión (ACI 440.2R, 2008).

La delaminación del recubrimiento de hormigón o el despegue del laminado o tejido de PRF ocurrirán si la fuerza aplicada en el PRF no se puede sostener por el sustrato. Para prevenir el despegue de la banda de PRF se debe limitar el nivel de deformación desarrollado en la misma. La expresión extraída de (1) plantea dicho valor límite de deformación unitaria:

$$\varepsilon_{fd} = 0,41 \sqrt{\frac{f'_c}{nE_{ftf}}} \leq 0,9\varepsilon_{fu} \quad (5)$$



Donde:

$f'_c$  : Resistencia a compresión del hormigón existente

$n$ : Número de capas del laminado o tejido de PRF en la sección crítica a flexión

$E_f$ : Módulo de elasticidad del laminado o tejido de PRF

$t_f$ : Espesor del laminado o tejido de PRF.

La expresión anterior reconoce que las bandas de PRF con mayor rigidez son más propensas a la delaminación. De esta manera, a medida que la rigidez de la banda se incrementa, la limitación a la deformación se hace más severa.

### **Hipótesis para el diseño del reforzamiento a flexión**

Para el cálculo de la resistencia a flexión, en condiciones de agotamiento de una sección reforzada por medio de bandas de PRF, se aplican las siguientes hipótesis:

- 1- Los cálculos de diseño se basan en dimensiones reales, en la distribución interna real del acero de refuerzo y en las propiedades reales del material del elemento existente a ser reforzado.
- 2- Las deformaciones en el refuerzo y en el hormigón son directamente proporcionales a la distancia desde el eje neutro.
- 3- La deformación a compresión máxima en el hormigón es igual a 0,003.
- 4- La resistencia a tracción del hormigón es ignorada.
- 5- El reforzamiento de PRF tiene un comportamiento lineal-elástico hasta la rotura.
- 6- No existe deslizamiento relativo entre el refuerzo de PRF externo y el hormigón.

### **Niveles de deformación en los elementos resistentes de la sección**

El máximo nivel de deformación que se puede lograr en el refuerzo de PRF se registrará por el nivel de deformación desarrollado en el laminado o tejido de PRF en el punto donde el hormigón se agrieta, el punto donde rompe el PRF o el punto donde el PRF se despegas del sustrato. La deformación máxima o el nivel de deformación eficaz del refuerzo de PRF para el Estado Límite Último establecido a partir de la compatibilidad de deformaciones a nivel de sección se determina como sigue:

$$\varepsilon_{fe} = \varepsilon_{cu} \left( \frac{d_f - c}{c} \right) - \varepsilon_{bi} \leq \varepsilon_{fd} \quad (6)$$

Donde:

$\varepsilon_{cu}$ : Máxima deformación a compresión del hormigón e igual a 0,003

$d_f$ : Peralto efectivo del refuerzo de PRF. Se puede suponer igual al peralto de la sección

$c$ : Profundidad de la línea neutra

$\varepsilon_{bi}$ : Deformación inicial en el sustrato antes de colocar el refuerzo de PRF.

Inicialmente se puede empezar a asumir un valor de profundidad de la línea neutra  $c = 0,2 d$ , donde  $d$  es el peralto efectivo de la sección a reforzar (Figura 3), mientras que la deformación inicial en el sustrato antes de colocar el refuerzo de PRF ( $\varepsilon_{bi}$ ) se puede determinar a partir de un análisis elástico del elemento existente, considerando todas las cargas que actúan sobre el elemento durante la instalación del sistema de PRF. Se recomienda que el análisis elástico del elemento existente esté basado en las propiedades de la sección fisurada.

Para determinar las deformaciones unitarias en el resto de los materiales involucrados en la capacidad resistente de la sección reforzada se procede a aplicar nuevamente la ley de compatibilidad de deformaciones a nivel de sección (Figura 4), en efecto:

- Para el hormigón a compresión si:

$$\varepsilon_{fe} \leq \varepsilon_{fd} \text{ entonces } \varepsilon_c = 0,003 \tag{7}$$

$$\varepsilon_{fe} \geq \varepsilon_{fd} \text{ entonces } \varepsilon_c = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi})\left(\frac{c}{d_f - c}\right) < 0,003 \tag{8}$$

- Para el acero de refuerzo a tracción:

$$\varepsilon_s = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi})\left(\frac{d - c}{d_f - c}\right) \tag{9}$$

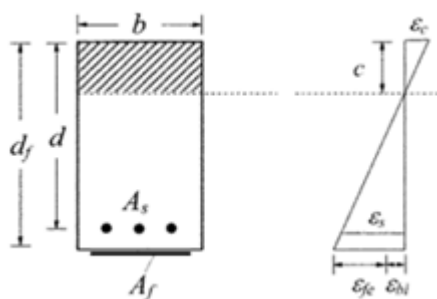


Figura 4. Esquema de deformaciones a nivel de sección (ACI 440.2R, 2008).

### Niveles de esfuerzos en los elementos resistentes de la sección

Para determinar los niveles de tensión y con ello las fuerzas resultantes que aportan cada uno de los materiales involucrados en la capacidad resistente de la sección reforzada se recurre a las leyes constitutivas de los materiales:

- Para el acero de refuerzo a tracción:

Si la deformación unitaria en el acero a tracción es mayor que la deformación de fluencia, el esfuerzo en condiciones últimas es directamente igual al valor del esfuerzo de fluencia del acero ( $f_y$ ).

$$f_s = f_y, \text{ si } \varepsilon_s \geq \varepsilon_y \quad (10)$$

Sin embargo, si la deformación unitaria del acero a tracción es menor que la deformación de fluencia el esfuerzo generado es:

$$f_s = E_s \varepsilon_s, \text{ si } \varepsilon_s < \varepsilon_y \quad (11)$$

- Para el laminado o tejido de PRF:

La lámina o tejido de PRF, por tener un comportamiento lineal elástico hasta la rotura, el esfuerzo en cualquier instante se determina como:

$$f_{fe} = E_f \varepsilon_{fe} \quad (12)$$

### **Fuerzas resultantes en los elementos resistentes de la sección**

Los valores de fuerza resultante en cada uno de los materiales involucrados en la capacidad resistente de la sección reforzada se determinan como sigue (Figura 5):

- Para el acero de refuerzo a tracción:

$$F_s = f_s A_s \text{ donde } A_s \text{ es el área del acero de refuerzo.} \quad (13)$$

- Para el refuerzo de PRF:

$$F_{fe} = f_{fe} A_f \text{ donde } A_f \text{ es el área del refuerzo de PRF.} \quad (14)$$

- Para el hormigón a compresión:

$$F_c = \alpha_1 f'_c \beta_1 c b \quad (15)$$

Donde  $\alpha_1$  y  $\beta_1$  son los coeficientes de transformación de cualquier ley que modele el hormigón a compresión en un diagrama rectangular equivalente (Figura 5).

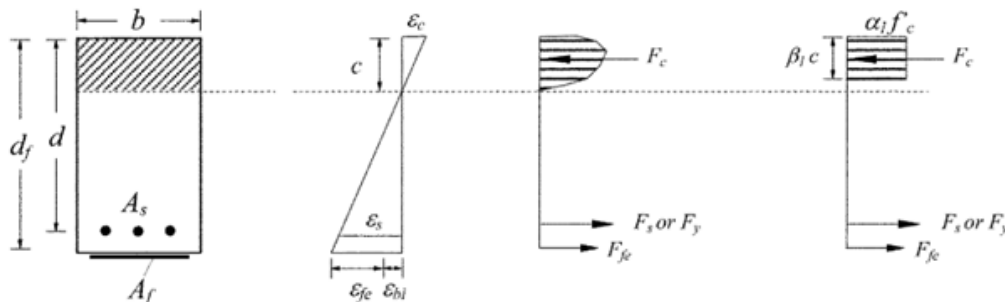


Figura 5. Esquema de deformaciones y de fuerzas a nivel de sección (ACI 440.2R, 2008).

### Capacidad resistente a flexión de la sección reforzada

Una vez determinadas todas las fuerzas resultantes a nivel de sección, se procede a chequear el equilibrio de fuerzas a través de la siguiente expresión:

$$F_c - F_s - F_{fe} = 0 \quad (16)$$

De no cumplirse esta última condición se vuelve a repetir el proceso con un nuevo valor de línea neutra (proceso iterativo), hasta obtener el valor definitivo de profundidad de línea neutra que asegure el verdadero equilibrio a nivel de sección.

Cuando se alcance el equilibrio de fuerzas se procede a determinar el momento flector resistente de la sección reforzada con tejidos o láminas de PRF ( $\phi M_n$ ), a través de la siguiente expresión, tomando momento con respecto al hormigón en compresión:

$$\phi M_n = \phi [A_s f_s \left( d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) + \psi_f A_f f_{fe} \left( d_f - \frac{\beta_1 c}{2} \right)] \quad (17)$$

En la expresión anterior, como se había indicado anteriormente, el coeficiente  $\psi_f = 0,85$  es un coeficiente reductor de resistencia adicional aplicado únicamente a la contribución a flexión del laminado o tejido de PRF.

En el caso del factor de reducción de la capacidad nominal a flexión  $\phi$ , al reforzar elementos estructurales a flexión con PRF adherido externamente, se reduce la ductilidad de las secciones, muchas veces de manera insignificante, pero cuando es muy baja se debe compensar con una alta reserva de resistencia que se logra a través de dicho factor, el cual se determina según el nivel de deformación del acero a tracción en el Estado Límite Último, tal y como lo plantea el código norteamericano ACI 318.

$$\phi = \begin{cases} 0,90 & \text{para } \varepsilon_s \geq 0,005 \\ 0,65 + \frac{0,25(\varepsilon_s - \varepsilon_y)}{0,005 - \varepsilon_y} & \text{para } \varepsilon_y < \varepsilon_s < 0,005 \\ 0,65 & \text{para } \varepsilon_s < \varepsilon_y \end{cases} \quad (18)$$

### El diseño del reforzamiento a cortante por medio de bandas de PRF

El comportamiento a esfuerzo de cortante de elementos de hormigón armado se mejora mediante láminas y tejidos de PRF adheridos externamente. La contribución del PRF a la resistencia a cortante depende del nivel de deformación de la banda y, a su vez, esta deformación está sujeta a las condiciones de adherencia entre el hormigón y el refuerzo, de la rigidez y su módulo de elasticidad y también del armado interno del elemento, ya que el refuerzo de PRF es menos efectivo cuando el elemento está fuertemente reforzado con estribos de acero (Rosero, 2013).

### Tipos de esquemas de envoltura

Existen tres tipos de esquemas de envoltura de laminados o tejidos de PRF utilizados para incrementar la resistencia a cortante de vigas o columnas rectangulares de hormigón armado. La envoltura completa del sistema de PRF alrededor de la sección sobre sus cuatro caras es el esquema más eficiente de envoltura y es el más utilizado en aplicaciones de columnas donde el acceso a las cuatro caras de la columna está usualmente disponible. En las aplicaciones de vigas, en donde una losa integral hace muy difícil envolver completamente el elemento, la resistencia a cortante puede ser mejorada envolviendo el sistema de PRF alrededor de tres caras del elemento (envoltura en U) o adhiriéndolo a dos caras opuestas de la sección (Figura 6).



Figura 6. Esquemas de envoltura de refuerzo a cortante (ACI 440.2R, 2008).

Aunque las tres formas de envoltura han demostrado mejorar la capacidad a cortante de un elemento de hormigón armado, la sección con envoltura completa es la más eficiente seguida por la de tres caras envueltas. La adherencia a dos caras de la viga es el esquema menos eficiente (ACI 440.2R, 2008).

En todos los esquemas de envoltura el sistema de PRF puede ser instalado continuamente a lo largo de la luz libre del elemento o colocado como tiras con un espaciamiento especificado.

### Resistencia nominal a cortante de la sección reforzada

La resistencia nominal a cortante de un elemento de hormigón armado ( $V_n$ ) reforzada con un sistema de PRF, multiplicado por un factor de reducción de la resistencia ( $\phi$ ), debe exceder la resistencia a cortante requerida ( $V_u$ ), mientras que la resistencia a cortante requerida debe ser calculada con los factores de carga planteados en la NC 450 del 2006 para la combinación pésima de las cargas. La resistencia a cortante de diseño se determina utilizando el factor de reducción de resistencia  $\phi = 0,75$ , según establece el documento norteamericano ACI 318.

$$\Phi V_n \geq V_u \quad (19)$$

La capacidad nominal a cortante de un elemento de hormigón armado reforzado con PRF puede ser determinada adicionando la contribución del refuerzo de PRF ( $V_f$ ) a las contribuciones del acero de refuerzo ( $V_s$ ) (estribos, ganchos o espirales) y del hormigón ( $V_c$ ). Un factor de reducción adicional ( $\psi_f$ ) es aplicado a la contribución del sistema de PRF a esfuerzos de cortante.

$$\Phi V_n = \Phi(V_c + V_s + \psi_f V_f) \quad (20)$$

El factor de reducción adicional a cortante usado para el sistema de refuerzo de PRF ( $\psi_f$ ) va a depender del tipo de envoltura que se tenga en el elemento a reforzar. La Tabla 2 muestra dicho valores, en donde se observa una mayor confiabilidad desde el punto de vista del fallo a cortante en estructuras completamente envueltas con relación a los otros tipos de esquemas de envoltura.

Tabla 2. Factores de reducción adicional a cortante para sistemas de PRF ( $\psi_f$ ) (ACI 440.2R, 2008)

$(\psi_f) = 0,95$	Completamente envueltos
$(\psi_f) = 0,85$	Envueltos en tres caras o en dos caras opuestas

**Contribución a cortante del sistema de PRF**

La Figura 7 ilustra las variables dimensionales involucradas en los cálculos de reforzamiento a cortante con laminados o tejidos de PRF.

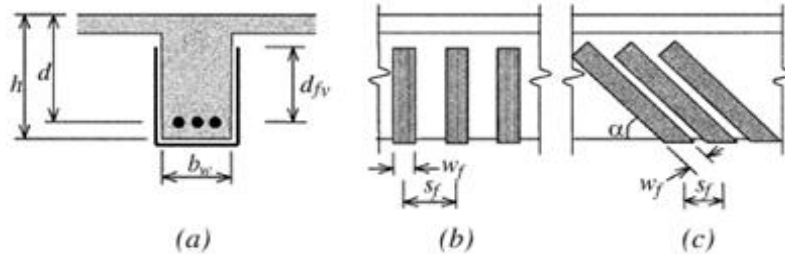


Figura 7. Variables involucradas en el cálculo de reforzamiento a cortante con PRF (ACI 440.2R, 2008).

La contribución a cortante del refuerzo de PRF se determina a partir de la siguiente expresión:

$$V_f = \frac{A_{fv} f_{fe} (\text{sen}\alpha + \text{cos}\alpha) d_{fv}}{s_f} \tag{21}$$

Donde  $A_{fv} = 2nt_f w_f$  es el área de refuerzo de PRF a cortante. (22)

La tensión efectiva en el sistema de refuerzo de PRF ( $f_{fe}$ ) encargada de tomar las tracciones diagonales ocurridas, se determina de la siguiente manera:

$$f_{fe} = \varepsilon_{fe} E_f \tag{23}$$

En donde  $\varepsilon_{fe}$  es la deformación efectiva de los tejidos o laminados de PRF y que constituye la máxima deformación que puede ser alcanzada por dicho sistema y que, además, depende del tipo de envoltura que se tenga en la sección a reforzar.

Para elementos tipo vigas y columnas de hormigón armado completamente envueltos por el sistema de PRF dicha deformación se limita al 0,4 %, o sea:

$$\varepsilon_{fe} = 0,004 \leq 0,75\varepsilon_{fu} \tag{24}$$

En los sistemas de tejidos o laminados de PRF que no encierran la sección completa (dos y tres caras envueltas) la deformación efectiva es calculada utilizando el coeficiente de reducción de adherencia ( $k_v$ ) aplicable a la sollicitación de cortante.

$$\varepsilon_{fe} = k_v \varepsilon_{fu} \leq 0,004 \quad (25)$$

El coeficiente de reducción de adherencia ( $k_v$ ) está en función de la resistencia a compresión del hormigón ( $f'_c$ ), del tipo de esquema de envoltura utilizado y de la rigidez de la lámina o tejido de PRF.

$$k_v = \frac{k_1 k_2 L_e}{11900 \varepsilon_{fu}} \leq 0,75 \quad (26)$$

La longitud de adherencia activa ( $L_e$ ) es la longitud sobre la cual se mantiene la mayoría del esfuerzo de adherencia entre el hormigón y el PRF y se determina como:

$$L_e = \frac{23300}{(n t_f E_f)^{0.58}} \quad (27)$$

El coeficiente de reducción de adherencia ( $k_v$ ) también depende de dos factores de modificación,  $k_1$  y  $k_2$ , los cuales contemplan la resistencia a compresión del hormigón y el tipo de esquema de envoltura usado. Las expresiones para estos factores de modificación se muestran a continuación:

$$k_1 = \left(\frac{f'_c}{27}\right)^{2/3} \quad (28)$$

$$k_2 = \begin{cases} \frac{d_{fv} - L_e}{d_{fv}} & \text{para envoltura en tres lados} \\ \frac{d_{fv} - 2L_e}{d_{fv}} & \text{para envoltura en dos lados} \end{cases} \quad (29)$$

Para refuerzo de PRF externo en forma de tiras discretas, el espaciado de centro a centro entre las tiras ( $s_f$ ) no debe exceder la suma de  $d/4$  más el ancho de la tira ( $w_f$ ), donde  $d$  es el peralte efectivo de la sección a reforzar (Figura 7).

### **El diseño del reforzamiento a compresión pura por medio de bandas de PRF**

Los sistemas de PRF pueden ser usados para incrementar la resistencia a carga axial de compresión de elementos de hormigón armado producto del confinamiento del hormigón que se alcanza a través de dichos sistemas de refuerzos. Para confinar un elemento de hormigón armado por medio del uso de bandas de PRF es necesario orientar las fibras de los tejidos o laminados de PRF perpendiculares al eje longitudinal del elemento. En esta orientación, las fibras transversales provocan un efecto similar al que produce el acero de refuerzo transversal (ACI 440.2R, 2008).



Las envolturas de PRF proporcionan al elemento en compresión un confinamiento pasivo, es decir, el esfuerzo o presión de confinamiento lateral es activado solo cuando la columna comienza a expandirse lateralmente por la compresión y agrietamiento vertical en la cara de tracción de la columna, lo cual extiende el dispositivo de confinamiento.

**Modelo tensión-deformación para hormigón confinado con PRF**

Existen varias teorías para describir las relaciones tensión-deformación del hormigón confinado. El modelo más utilizado es aquel en el que se calcula la tensión pico basado en la tensión de confinamiento (Rosero, 2013).

Varios han sido los modelos propuestos para hormigón confinado que tratan de tener en cuenta el comportamiento específico de confinamiento con bandas de PRF. El modelo de esfuerzo-deformación de Lam y Teng (2003) para el hormigón confinado con PRF ha sido adoptado por el código ACI 440.2R-08 y se ilustra en la Figura 8.

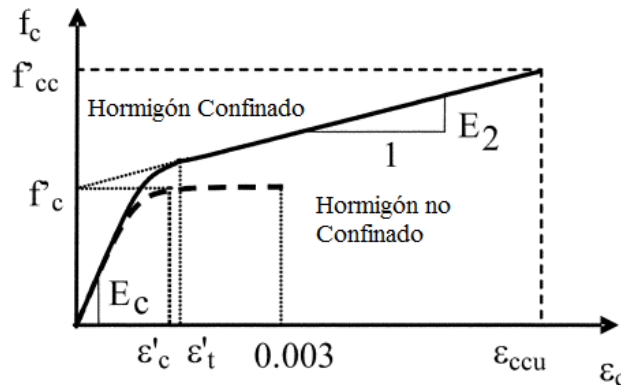


Figura 8. Modelo tensión-deformación del hormigón confinado con PRF propuesto por Lam y Teng en 2003 (ACI 440.2R, 2008).

Este modelo, a su vez, responde a las siguientes expresiones analíticas:

$$f_c = \begin{cases} E_c \varepsilon_c - \frac{(E_c - E_2)^2}{4f'_c} \varepsilon_c^2 & 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon'_t \\ f'_c + E_c \varepsilon_c & \varepsilon'_t \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{ccu} \end{cases} \quad (30)$$

$$E_c = \frac{f'_{cc} - f'_c}{\varepsilon_{ccu}} \quad (31)$$

$$\varepsilon'_t = \frac{2f'_c}{E_c - E_2} \quad (32)$$

La máxima resistencia a compresión del hormigón confinado con PRF ( $f'_{cc}$ ) y la máxima presión de confinamiento ( $f_l$ ) son calculadas usando la ecuación (33) y (34), respectivamente, con la inclusión del factor reductor adicional  $\psi_f = 0,95$ .

$$f'_{cc} = \psi_f 3,3 k_a f_l \quad (33)$$

$$f_l = \frac{2E_f n t_f \varepsilon_{fe}}{D} \quad (34)$$

En la expresión de la presión máxima de confinamiento ( $f_l$ ) el nivel de deformación efectiva ( $\varepsilon_{fe}$ ) desarrollado en el sistema de refuerzo de PRF se determina por:

$$\varepsilon_{fe} = k_e \varepsilon_{fu} \quad (35)$$

El factor de eficiencia por deformación ( $k_e$ ) tiene en cuenta la falla prematura del sistema de PRF, posiblemente debido al estado de esfuerzo multiaxial a que se encuentra sometido el elemento de hormigón armado confinado. Este comportamiento también puede estar relacionado con regiones de concentración de tensiones causadas por la fisuración del hormigón cuando se dilata. Basados en resultados experimentales calibrados, usando fundamentalmente probetas de hormigón confinado con tejidos de PRFC, se toma como valor de factor de eficiencia por deformación  $k_e = 0,55$ .

La máxima deformación a compresión de hormigón confinado con bandas de PRF ( $\varepsilon_{ccu}$ ) se puede determinar usando la ecuación (36). Esta deformación debería estar limitada de forma tal que no supere el 1 % para prevenir la fisuración excesiva y la consiguiente pérdida de integridad del hormigón. Cuando este límite se aplica, el correspondiente valor de la máxima resistencia a compresión del hormigón confinado con PRF ( $f'_{cc}$ ) debería ser recalculado desde la curva tensión-deformación (ACI 440.2R, 2008).

$$\varepsilon_{ccu} = \varepsilon'_c \left( 1,5 + 12 k_b \frac{f_l}{f'_c} \left( \frac{\varepsilon_{fe}}{\varepsilon'_c} \right)^{0,45} \right) \quad (36)$$

### Factores de forma y área efectiva de confinamiento

Los factores de forma,  $k_a$  y  $k_b$ , mostrados en las expresiones (33) y (36) respectivamente, van a depender del tipo de sección transversal del elemento de hormigón armado a confinar.

*Secciones circulares:* El encamisado de PRF es más eficiente en elementos con secciones circulares cuando las fibras están alineadas transversalmente al eje longitudinal del elemento. Para este tipo de secciones, los factores de forma  $k_a$  y  $k_b$  se pueden tomar como 1 (Rosero, 2013).

*Secciones no circulares:* Para las secciones transversales no circulares la máxima presión de confinamiento ( $f_l$ ) (ecuación 34) se calcula con una sección transversal circular de diámetro equivalente ( $D$ ) igual a la diagonal de la sección transversal rectangular de acuerdo al modelo de Lam y Teng (Figura 9).

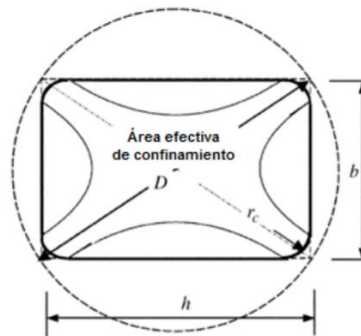


Figura 9. Sección transversal circular equivalente (ACI 440.2R, 2008).

Con lo mostrado en la Figura 9 se tiene que el diámetro equivalente se calcula como:

$$D = \sqrt{b^2 + h^2} \quad (37)$$

Para este tipo de secciones los factores de forma  $k_a$  y  $k_b$  van a depender de tres parámetros fundamentales: del área efectiva de hormigón confinado ( $A_e$ ), del área neta de hormigón en la sección transversal ( $A_c$ ) y de la relación de los lados  $h/b$  y  $b/h$ , respectivamente.

$$k_a = \frac{A_e}{A_c} \left(\frac{b}{h}\right)^2 \quad (38)$$

$$k_b = \frac{A_e}{A_c} \left(\frac{h}{b}\right)^{0.5} \quad (39)$$

El modelo teórico empleado para definir el área efectiva de confinamiento en columnas rectangulares consta de cuatro parábolas; las zonas limitadas por las parábolas y los lados de la columna son aquellas donde el confinamiento es mínimo, mientras que en las esquinas y centro de la columna es más efectivo, como se muestra en la Figura 9 (Rosero, 2013).

La forma de las parábolas, y como resultado el área efectiva de confinamiento, es una función de las dimensiones de la columna ( $b$  y  $h$ ), del radio de curvatura ( $r_c$ ) y de la cuantía de acero de refuerzo longitudinal ( $\rho_g$ ).

$$\frac{A_e}{A_c} = \frac{1 - \left[ \frac{(b/h)(h-2r_c)^2 + (h/b)(b-2r_c)^2}{3A_g} \right] \rho_g}{1 - \rho_g} \quad (40)$$

### Capacidad resistente a compresión pura del elemento confinado con PRF

Una vez determinada la máxima resistencia a compresión del hormigón confinado con PRF ( $f'_{cc}$ ) se puede calcular la nueva carga axial a compresión que soportará la columna de hormigón armado reforzada con PRF a través de la siguiente expresión:

$$\text{Columnas con refuerzo transversal en espiral: } \phi P_n = 0,85\phi [0,85f'_{cc}(A_g - A_s) + f_y A_s] \quad (41)$$

$$\text{Columnas con refuerzo transversal tipo estribos: } \phi P_n = 0,80\phi [0,85f'_{cc}(A_g - A_s) + f_y A_s] \quad (42)$$

En las expresiones anteriores:

$\phi = 0,7$  o  $\phi = 0,65$  para refuerzo transversal en espiral o estribos, respectivamente

$A_g$ : Área bruta de hormigón de la sección transversal

$A_s$ : Área total del acero de refuerzo longitudinal

$f_y$ : Tensión de fluencia del acero de refuerzo longitudinal.

La capacidad resistente a carga axial de compresión de un elemento de hormigón armado confinado con PRF ( $\phi P_n$ ) tiene que sobrepasar el valor de la carga axial de compresión requerida en dicho elemento ( $P_u$ ), determinada con los factores de carga planteados en la NC 450 del 2006 para la combinación pésima de las cargas, en efecto:

$$\phi P_n \geq P_u \quad (43)$$

### El diseño del reforzamiento a flexo-compresión por medio de bandas de PRF

La envoltura con laminados o tejidos de PRF en elementos de hormigón armado también mejora la capacidad resistente cuando dichos elementos están sometidos a la combinación de carga axial de compresión y momento flector ( $P_u, M_u$ ).

El procedimiento para diseñar el reforzamiento con sistemas de PRF de un elemento sometido a flexo-compresión consiste esencialmente en la construcción de diagramas de interacción P-M del elemento con hormigón no confinado y del elemento con hormigón confinado mediante tejidos o láminas de PRF, respectivamente. En este sentido el ACI 440.2R-08 propone el uso de ecuaciones directas que se encuentran en el apéndice D de dicho documento y que sirven para la determinación de puntos notables (puntos A, B y C), cuya unión describen la forma de los diagramas de interacción, tanto de la sección no reforzada como de la sección reforzada con sistemas de bandas de PRF (Figura 10).

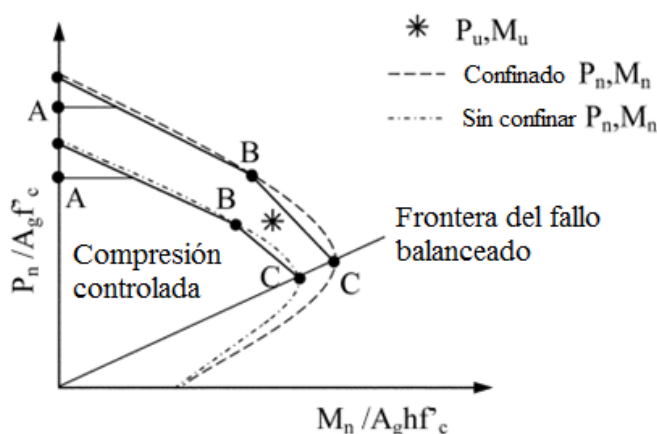


Figura 10. Diagramas de interacción representativos (ACI 440.2R, 2008).

Para aplicar el reforzamiento mediante bandas de PRF de un elemento de hormigón armado sometido a la combinación de carga axial de compresión y momento flector el ACI 440 2R-08 establece las siguientes limitaciones:

- La deformación efectiva en la envoltura de PRF es igual al 0,4 % y debe ser limitada al valor dado en la ecuación (35) para asegurar la integridad a cortante del hormigón confinado (ACI 440.2R, 2008).

$$\varepsilon_{fe} = 0,004 \leq k_e \varepsilon_{fu} \quad (44)$$

- El incremento de la capacidad resistente solo puede considerarse cuando la carga axial máxima aplicada y el momento flector asociado ( $P_u, M_u$ ) se sitúen por encima de la línea que conecta el origen y el punto balanceado en el diagrama P-M para el elemento no confinado con PRF (Figura 10). Esta limitación se deriva del hecho de que la mejora de la capacidad resistente es solo de importancia para aquellos elementos en los que la falla por compresión controlada domina el diseño (ACI 440.2R, 2008).

Los diagramas de interacción P-M se desarrollan a través de las ecuaciones de compatibilidad de las deformaciones, de las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y de momentos y con las leyes constitutivas de los materiales, en este caso, tomando como modelo constitutivo del hormigón confinado con PRF el propuesto por Lam y Teng (2003) y que se representa en la Figura 8.

## Conclusiones

Los Polímeros Reforzados con Fibras (PRF) en forma de bandas aparecen como una alternativa eficaz y justificada a los sistemas de reforzamiento tradicionales de elementos de hormigón armado. Estos materiales presentan un comportamiento tenso-deformacional lineal-elástico hasta la rotura y sus principales propiedades mecánicas, como la resistencia y deformación última a la tracción, se ven afectadas por la degradación que sufren ante la exposición de diferentes condiciones ambientales.

En el reforzamiento a flexión con bandas de PRF de elementos de hormigón armado el nivel de deformación desarrollado en el refuerzo de PRF ( $\varepsilon_{fd}$ ) se limita para evitar el despegue o delaminación de la banda. En la medida que se incorpore un laminado o tejido de PRF con mayor número de capas ( $n$ ) se aumenta la rigidez de la banda, aumenta la probabilidad del despegue y se reduce la ductilidad de la sección reforzada.

En el reforzamiento a cortante con tejidos o laminados de PRF de elementos de hormigón armado el esquema de envoltura completa de la banda de PRF, en la sección transversal del elemento, es más eficiente que los esquemas de las envolturas en tres lados y en dos lados opuestos de la sección, respectivamente; sin embargo, el primero de estos esquemas requiere de un completo acceso a las cuatro caras de la sección transversal del elemento a reforzar, lo que en ocasiones resulta realmente muy complejo.

El aumento de la capacidad resistente a compresión pura de un elemento de hormigón armado envuelto con bandas de PRF se logra a partir del confinamiento del hormigón que le brindan dichas bandas de refuerzo. En elementos de sección circular el confinamiento con PRF es mucho más efectivo que en elementos de secciones rectangulares, en estas últimas se recomienda redondear las esquinas para evitar la rotura de la banda de PRF en esa zona y hacer más efectivo el confinamiento.

El reforzamiento a través de bandas de PRF de un elemento de hormigón armado sometido a la combinación de carga axial de compresión y momento flector se puede lograr a través de la obtención de diagramas de interacción P-M de la sección no reforzada y de la sección confinada con PRF, respectivamente. Este tipo de reforzamiento solo debe ser aplicado a secciones que presenten fallos por compresión controlada.

### Referencias bibliográficas

ACI 440.2R. 2008. Guide for the design, and construction of externally bonded FRP systems for strengthening of concrete structures. Reported by ACI Committee 440.

AIELLO, M. A.; ASCIONE, L.; BARATTA, A.; BASTIANINI, F.; BENEDETTI, A.; BERARDI, V. P., ... & CERSOSIMO, G. 2013. CNR-DT 200 R1. Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati Materiali, strutture di ca e di cap, strutture murarie. Roma, Italia.

AUTIÉ, F. 2017. *Propuestas de refuerzos utilizando polímeros reforzados con fibras para estructuras de hormigón armado*. Trabajo de diploma. Universidad Tecnológica de La Habana, Cuba.

BELOUAR, A.; LARABA, A.; BENZAID, R. & CHIKH, N. 2013. Structural performance of square concrete columns wrapped with CFRP sheets. *Procedia ENGINEERING* 54: 232-240.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION (CSA). 2002. Design and construction of building components with fiber-reinforced polymers. CSA-S806-02, CSA Rexdale. Toronto, Canadá.

FLORES, L. 2013. Fibras de carbono: Reforzamiento de estructuras. *PUCP Civilizate* 3: 46-48.

GONZÁLEZ, O.; GUERRERO, J.; ARROYO, D. Y QUIROZ, L. 2002. Efecto de la fibra de carbono en las propiedades mecánicas de vigas de concreto reforzado. XIII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural. Puebla, México.

LAM, L. & TENG, J. G. 2003. Design-oriented stress-strain model for FRP-confined concrete. *Construction and building materials* 17(6-7): 471-489.

- LÓPEZ, J. 2012. *Refuerzo a flexión de vigas de hormigón mediante polímeros reforzados con fibra de carbono*. Tesis de maestría. Universidad Politécnica de Valencia. España.
- MOLINA, M.; OLLER, S.; BARBAT, A. Y MARTÍNEZ, X. 2010. Análisis numérico de estructuras de hormigón reforzadas con FRP por medio de la teoría de mezclas serie/paralelo. *Revista Internacional de Métodos Numéricos* 26(2): 135-155.
- NORMA CUBANA 450. 2006. Edificaciones-Factores de cargas o ponderación-Combinaciones. ICS: 91.080.40; 91.080.99 1. Oficina Nacional de Normalización, La Habana.
- ROSERO, L. 2013. *Reforzamiento de Estructuras de Hormigón Armado con FRP. Aplicación al caso de Refuerzo de una Losa y Columnas de un Salón de Audiovisuales y un Auditorio*. Tesis de grado. Escuela Politécnica del Ejército. Sangolquí, Ecuador.
- TRIANAFILLOU, T.; MATTHYS, S.; AUDENAERT, K.; BALÁZS, G.; BLASCHKO, M.; BLONTRÖCK, H., ... & HORDIJK, D. 2001. Externally bonded FRP reinforcement for RC structures. *Bulletin Federation Internationale du Béton* 14: 138. Lausanne, Suiza.
- UOMOTO, T. 1997. *Recommendation for design and construction of concrete structures using continuous fiber reinforcing materials*. A. Machida (Ed.). Japan Soc. of Civil Engineers.