

Criterio de D'Alembert en la solución de problemas físicos

Leonardo Julián Picos Rivers

leonardo.pr@automatica.cujae.edu.cu

Universidad Tecnológica de la Habana (Cuba).

José Quintín Cuador Gil

cuador@upr.edu.cu

Carlos Rafael Martínez de Osaba Picos

carlos.rafael@upr.edu.cu

Universidad de Pinar del Río (Cuba).

Resumen: La solución de problemas en física, particularmente en el tema de dinámica, implica la aplicación de las leyes de Newton a sistemas inerciales de referencia. La solución en estas condiciones exige de un análisis por separado de dos direcciones, la del movimiento de la partícula material en estudio y la perpendicular a esta. En ocasiones cuando el sistema de referencia es no inercial, es decir, el sistema de referencia se mueve con aceleración, surgen fuerzas inerciales a tener en cuenta, lo que conlleva a un análisis más complejo, motivo por el cual en estos tipos de problemas, es más conveniente usar el criterio de D'Alembert, lo que se hace colocando convenientemente el observador en el cuerpo en estudio, de modo que se logren condiciones de equilibrio. Se presentan en este trabajo ejercicios resueltos a modo de ejemplo.

Palabras clave: Solución de problemas; leyes de Newton; criterio de D'Alembert.

D'Alembert criterion in the solution of physical problems

Abstract: Problem solving in physics, particularly in the subject of dynamics, involves the application of Newton's laws to inertial reference frames. The solution under these conditions requires a separate analysis of two directions, that of the movement of the material particle under study and the perpendicular to it. Sometimes when the reference system is non-inertial, that is, the reference system moves with acceleration, inertial forces arise to take into account, which leads to a more complex analysis, which is why in these types of problems, It is more convenient to use the D'Alembert criterion, which is done by conveniently placing the observer in the body under study, so that equilibrium conditions are achieved. Exercises solved by way of example are presented in this work.

Keywords: Problem solving; Newton's laws; D'Alembert criterion.

Introducción

El desarrollo de habilidades en Física se logra a través de la solución de problemas, lo cual constituye un elemento fundamental porque desarrolla el pensamiento lógico. En la enseñanza de la Física, la solución de problemas ha sido un tema de intensa investigación (Concari y Giorgi, 2000).

Según Becerra-Labra, Gras-Martí y Martínez-Torregrosa (2005), la enseñanza de la física con una estructura problematizada proporciona resultados positivos. Diversos autores (Méndez-Coca, 2014; Ceberio, 2004; Ceberio, Guisasola y Almuñí, 2008; Gil *et al.*, 2013; Mestre-Gómez, 1999) han presentado diferentes metodologías, las que han tenido una importante repercusión en la resolución de problemas.

Particularmente en los cursos de Física reviste una extraordinaria importancia el tema de dinámica de la partícula material, en la que la aplicación de las leyes de Newton se hace fundamentalmente a los sistemas inerciales de referencia, en las más diversas situaciones físicas. Esto incide de forma positiva en los niveles de análisis y síntesis que los estudiantes deben lograr, pero en ocasiones se presentan situaciones en las que el sistema de referencia es no inercial.

Los sistemas inerciales de referencias son los sistemas que se encuentran en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme, más específicamente son los sistemas en los que las leyes del movimiento cumplen con las leyes de Newton y, por tanto, la variación del momento lineal del sistema es igual a la fuerza resultante que actúa sobre el sistema, lo que se expresa a través de la ecuación:

$$\frac{dP}{dt} = Fr$$

Un sistema de referencia es no inercial cuando se mueve con aceleración, o el sistema en el que los ejes rotan con velocidad constante o variable, por lo que requiere de la introducción de fuerzas inerciales:

$$\frac{dP}{dt} = Fr + Fi$$

Una forma de resolver problemas físicos en dinámica, en presencia de sistemas de referencia no inercial, es utilizando el criterio de D'Alembert, el cual considera que las fuerzas que actúan sobre el sistema y las fuerzas de inercia son tales que mantienen el

sistema en equilibrio; por lo que todo fenómeno dinámico puede ser reducido al equilibrio. El nombre Jean Le Rond D'Alembert, proviene de la denominación de la iglesia Saint- Jean- Le Rond, Francia, en las gradas de la cual fue abandonado de niño por su madre, niño que posteriormente, pese a todas las dificultades, se hizo un eminente sabio. Su trabajo filosófico *Elementos de la filosofía* fue altamente valorado por V. I. Lenin en el libro *Materialismo y empiriocriticismo*. D'Alembert entró en la física bajo el "Principio de D'Alembert".

Se presentan en este trabajo tres ejemplos resueltos en los que se aplica las leyes del movimiento, por el método de Newton y por el criterio de D'Alembert, problemas tomados de Tarazona (2005) y Sears y demás colaboradores (2009), que persiguen el objetivo de mostrar la forma de resolver problemas de dinámica comparando los dos métodos en los que se puede apreciar que por el criterio de D'Alembert se logra la solución de una forma más sencilla. Lo anterior implica un análisis por parte de los estudiantes sobre las situaciones que encierran los problemas desarrollando habilidades de razonamiento lógico.

Para la solución de los ejemplos resueltos se han tenido en cuenta dos elementos importantes:

- Colocar el observador en una posición en que el sistema de referencia esté en reposo para aplicar las leyes de Newton, o en una posición tal, en que para el observador dicho cuerpo permanece en equilibrio para aplicar el criterio de D'Alembert.
- Representar las fuerzas producto de las interacciones y que están actuando sobre el cuerpo en estudio, es decir, elaborar el diagrama de cuerpo libre y aplicar las leyes del movimiento.

Resultados

Primer ejemplo resuelto por dos métodos: el método de Newton y el criterio de D'Alembert, con el fin de comparar la solución por las dos vías.

Problema 1: Calcular la aceleración con que se mueve el coche mostrado en la Figura 1, si el bloque A permanece en reposo respecto a él, desprece todo rozamiento, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

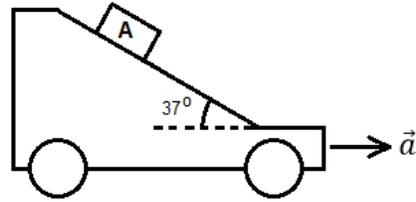


Figura 1. Figura del problema 1.

Solución aplicando el método de Newton.

- Elaborar el diagrama de cuerpo libre
- En la dirección del movimiento acelerado $\sum \vec{F}_x = m\vec{a}$
- En la dirección perpendicular al movimiento $\sum \vec{F}_y = \vec{0}$

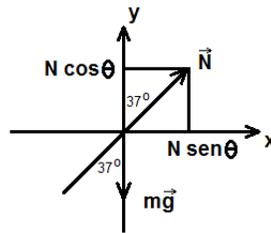


Figura 2. Diagrama de cuerpo libre, problema 1, método de Newton.

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x$$

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}$$

$$N \text{ sen } \theta = ma$$

$$N \text{ cos } \theta = mg$$

$$\frac{N \text{ sen } \theta}{N \text{ cos } \theta} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}$$

$$\tan \theta = \frac{a}{g}$$

$$a = g \tan \theta = g \tan 37^\circ$$

Solución usando el criterio de D`Alembert.

- Se ubica al observador subido en el coche, vera que el bloque A no se mueve.
- Se adiciona la fuerza inercial.
- El observador y el bloque A tienen la misma aceleración respecto a la tierra.

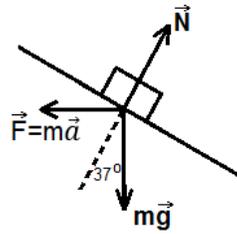


Figura 3. Diagrama de cuerpo libre, problema 1, criterio de D´Alembert.

Las tres fuerzas forman un polígono cerrado.

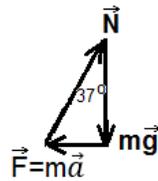


Figura 4. Polígono formado por las tres fuerzas.

$$\tan 37^\circ = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}$$

$$a = g \tan 37^\circ$$

Problema 2: El sistema mostrado en la figura está en reposo, si repentinamente la cuña empieza a moverse hacia la izquierda, ¿qué valor debe tener su aceleración (en m/s^2); para que el bloque A llegue a la parte más alta en dos segundos? ($g = 9,8 m/s^2$).

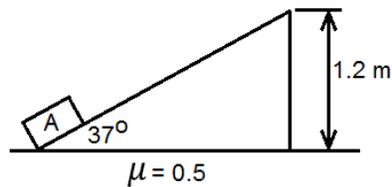


Figura 5. Figura del problema 2.

Solución usando el criterio de D´Alembert.

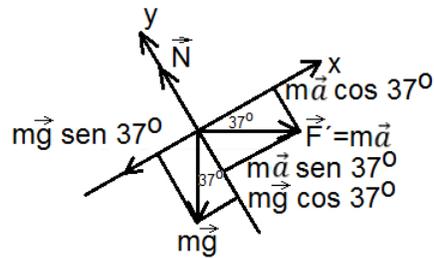


Figura 6. Diagrama del cuerpo libre, problema 2, criterio de D ´Alembert.

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_1$$

$$ma \cos 37^\circ - mg \sin 37^\circ - fr = ma_1$$

$$ma \cos 37^\circ - mg \sin 37^\circ - \mu N = ma_1$$

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}$$

$$N = mg \cos 37^\circ + ma \sin 37^\circ$$

$$ma \cos 37^\circ - mg \sin 37^\circ - \mu (mg \cos 37^\circ + ma \sin 37^\circ) = ma_1$$

$$a \cos 37^\circ - g \sin 37^\circ - \mu (g \cos 37^\circ + a \sin 37^\circ) = a_1$$

$$a(\cos 37^\circ - \mu \sin 37^\circ) - g(\sin 37^\circ + \mu \cos 37^\circ) = a_1$$

$$a(0.8 - 0.5 \cdot 0.6) - g(0.6 + 0.5 \cdot 0.8) = a_1$$

$$a(0.5) - g(1.0) = a_1$$

$$a_1 = 0.5 a - g$$

Ahora, si el bloque demora dos segundos en recorrer la superficie del plano, entonces.

$$d = V_0 t + \frac{1}{2} a_1 t^2$$

$$d = \frac{1}{2} a_1 t^2$$

$$a_1 = \frac{2 d}{t^2}$$

$$a_1 = \frac{2 \cdot 2 m}{(2 s)^2}$$

$$a_1 = 1 m/s^2$$

Como $a_1 = 0.5 a - g$

$$a = 2(a_1 + g)$$

$$a = 2(1m/s^2 + 9.8m/s^2)$$

$$a = 21.6m/s^2$$

Problema 3: En la Figura la esfera realiza un movimiento circular uniforme con velocidad angular de 10 rad/s; describiendo el péndulo cónico de 10 cm de radio. Determine la medida del ángulo "θ" que forma la cuerda con la vertical (g = 9,8 m/s²).

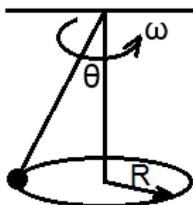


Figura 7. Figura del problema 3.

Solución usando el criterio de D`Alembert.

- Ubicar el observador sobre la esferita
- Se agrega al diagrama de cuerpo libre la fuerza inercial, llamada fuerza centrífuga, con la misma dirección y sentido opuesto a la fuerza centrípeta.

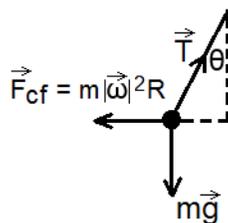


Figura 8. Diagrama de cuerpo libre, problema 3, criterio de D´Alembert.

Si la esfera está en equilibrio para el observador, entonces $\sum \vec{F} = \vec{0}$

Las fuerza que actual sobre la esferita forman un triángulo.

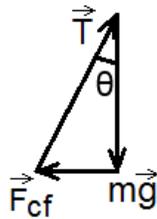


Figura 9. Triángulo formado por las fuerzas en equilibrio.

$$\tan \theta = \frac{f_{cf}}{mg} = \frac{m\omega^2 R}{mg} = \frac{\omega^2 R}{g} = \frac{\left(10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \cdot 0.1\text{m}}{9.8 \text{ m}} = 1.02$$

$$\tan \theta = 1.02 \quad \rightarrow \quad \theta = \arctan(1.02) = 45.59^\circ$$

Conclusiones

En el estudio del tema "Dinámica de la partícula" se pueden encontrar con frecuencia situaciones en las que los sistemas de referencia son no inercial, debido a que se mueven con aceleración o en movimiento circular. En estos casos, se hace más compleja la aplicación de las leyes del movimiento de Newton. La solución de estos problemas se logra de una forma más sencilla, mediante la aplicación del criterio de D'Alembert, ubicando el observador en el cuerpo en estudio, lo que proporciona condiciones de equilibrio que reduce la complejidad de la solución. Normalmente en los libros de Física general de bachillerato y en la universidad este método no se explota suficientemente, el cual puede proporcionar el desarrollo de habilidades en los estudiantes ante situaciones más complejas. Ubicar el observador en una posición tal que aparezcan condiciones de equilibrio y la identificación de la fuerza de inercia fue uno de los principales aportes de este eminente científico a la Física.

Referencias bibliográficas

- BECERRA-LABRA, C.; GRAS-MARTÍ, A; Y MARTÍNEZ-TORREGROSA, J. 2005. ¿De verdad se enseña a resolver problemas en el primer curso de física universitaria? La resolución de problemas de "lápiz y papel" en cuestión. *Revista Brasileira de Ensino de Física* 27(2): 299–308.
- CEBERIO, M. 2004. *La resolución de problemas de física general en la universidad: una propuesta didáctica basada en el planteamiento y resolución de situaciones problemáticas abiertas*. Tesis doctoral. Universidad del País Vasco.

- CEBERIO, M.; GUIASOLA, J.; Y ALMUDÍ, J. M. 2008. ¿Cuáles son las innovaciones didácticas que propone la investigación en resolución de problemas de física y qué resultados alcanzan? *Enseñanza de las Ciencias* 26(3): 419-430.
- CONCARI, S. B. Y GIORGI, S. M. 2000. Los problemas resueltos en textos universitarios de física. *Enseñanza de las Ciencias* 18(3): 381-390.
- GIL, J.; SOLANO, F.; TOBAJA, L. M. Y MONFORT, P. 2013. Propuesta de una herramienta didáctica basada en la V de Gowin para la resolución de problemas de física. *Revista Brasileira de Ensino de Física* 35(2): 2402-1-2402-12.
- MÉNDEZ-COCA, D. 2014. Influencia de la inteligencia y la metodología de enseñanza en la resolución de problemas de Física. *Perfiles Educativos* XXXVI(146): 30-44.
- MESTRE-GÓMEZ, U. 1999. La formación de habilidades en estudiantes de ingeniería a través de la resolución de problemas de Física. *Revista Pedagogía Universitaria* 7(1): 67-78.
- SEARS, F. W.; ZEMANSKY, M. W.; YOUNG, H. D. Y FREEDMAN, R. A. 2009. *Física Universitaria*. Vol. 1. Editorial Pearson. México.
- TARAZONA, E. 2005. *Física Problemas*. Ediciones Cuzcano.