

MODELOS GEOESTADÍSTICOS DE LA CONCENTRACIÓN DEL NI EN EL DOMINIO 7 DEL YACIMIENTO PUNTA GORDA

Geostatistical' models of the Ni concentration in Domain 7 of Punta Gorda Ore Body

Arístides Alejandro Legrá Lobaina
Julieta Torres Lozano
Israel Cruz Oroza

E-mail: alegra@ismm.edu.cu
Instituto Superior Minero Metalúrgico

RESUMEN

Se investigó la eficiencia de 64 modelos geoestadísticos de la concentración del Ni en el dominio 7 del yacimiento laterítico Punta Gorda, considerando como criterio de evaluación el Método de Validación Cruzada. Los resultados de la validación cruzada fueron evaluados atendiendo a la Media Aritmética, a la Desviación Estándar con respecto a ésta y a la Desviación Estándar con respecto a 0, de las diferencias entre los valores reales y los estimados. Se analizaron otros criterios relacionados con la validación cruzada y se hizo un estudio porcentual de la distribución de estas diferencias por intervalos numéricos simétricos respecto al origen.

PALABRAS CLAVE: Geoestadística, variogramas, lags, modelos, validación cruzada, yacimiento laterítico.

ABSTRACT

A study of efficiency is carried out about 64 geostatistics models of Ni concentration, in Domain 7 of Punta Gorda ore body, taking the cross validation method as an evaluation criterion.

The crossed validation results were evaluated with regard to the Arithmetic Mean, Standard Deviation with respect to this Arithmetic Mean and Standard Deviation with respect to 0, from the differences between the real and estimated values. Were analyzed others cross validation's criterions and likewise a distribution percentage's study was made from these differences by symmetrical numeric intervals with respect to the origin.

KEY WORDS: Geostatistics, variograms, lags, models, cross validation, lateritics ore body.

INTRODUCCIÓN

La selección de modelos geoestadísticos adecuados es tarea esencial de los especialistas dedicados al estudio de las variables de interés en los yacimientos minerales y esto es válido desde el momento en que se planifican las campañas de muestreo, debido a que los datos obtenidos tienen que ser útiles para integrarse en modelos que reflejen las características que se estudian y, además, tienen que potenciar en estos modelos la capacidad de pronosticar valores de los parámetros estudiados y, en el mejor de los casos, de otros parámetros.

No siempre es posible seleccionar un modelo de parámetros geológicos a partir de analogías o de la experiencia anterior. Por otra parte, desde el punto de vista metodológico, no es correcto abandonar la idea de considerar un tipo de modelo conocido para explorar otros mucho más complejos y de dudosa eficacia, antes de comprobar si todas las posibles variaciones del modelo conocido son incapaces de dar respuesta a nuestras necesidades.

Los modelos que se obtienen mediante el llamado Análisis Variográfico (modelos geoestadísticos), incluyen la búsqueda del variograma experimental omnidireccional y el ajuste de un modelo teórico, la

búsqueda de variogramas direccionales, la caracterización de la anisotropía y la determinación de la zona de influencia. El modelo geoestadístico debe ser compatible con la información y con el conocimiento que se tiene del cuerpo mineral, pero además debe ser capaz de pronosticar con eficiencia los valores del parámetro que se estudia; para ello se dispone (junto a otras herramientas) del estimador kriging en sus diferentes variantes.

En los yacimientos lateríticos del nordeste de la provincia de Holguín, Cuba, no se han realizado investigaciones que permitan establecer cuáles son los modelos geoestadísticos vinculados con el kriging ordinario, que mejor reflejan la distribución tridimensional de las concentraciones de los metales útiles. Algunos autores, entre ellos Cuador Gil (2002), han abandonado la idea de usar este estimador y han empleado en su lugar la Simulación Condicional, que además de ser más compleja desde el punto de vista matemático, es menos comprensible y su eficacia como estimador no está probada.

Este artículo no pretende establecer que el kriging sea superior a cualquier otro método, su objetivo es establecer una metodología para determinar en qué condiciones el kriging es más eficiente como modelo.

MATERIALES Y MÉTODOS

Para realizar esta investigación se consideró el dominio 7 del yacimiento Punta Gorda, explotado en la actualidad por la Empresa Comandante Ernesto Che Guevara, de Moa, provincia Holguín, Cuba. Las características del mismo las sintetiza Vera Sardiñas (2001) de la forma siguiente:

Es un pequeño dominio situado hacia el sureste del depósito, entre los dominios I, II y VI. Entre sus principales características distintivas se destaca la presencia de elevadas potencias con numerosos pequeños sectores en los que se revelan las mayores potencias de la corteza de todo el yacimiento, rodeado por sectores de potencias elevadas y muy elevadas. La potencia de la capa útil también es muy elevada con sectores de potencias elevadas y muy elevadas rodeados por sectores de potencias medias y pequeños sectores de bajas potencias. En general en este dominio predominan los sectores de corteza con contenidos de hierro inferiores a la media del depósito, pero próximos a esta, que encierran sectores muy pequeños con contenidos bajos. Este patrón se repite para la distribución del hierro en la capa útil; en correspondencia

con el hierro, en el dominio predominan los sectores con contenidos de cobalto bajos, rodeando a pequeños sectores con contenidos de cobalto superiores a la media de la corteza para todo el yacimiento, este patrón se repite para la capa útil. Los sectores con contenidos elevados de níquel ocupan la mayor parte del dominio, rodeando a sectores de contenidos medios, tanto de la corteza como de su capa útil. La potencia de escombro es predominantemente baja, al igual que la pendiente y la rugosidad del relieve, ocupando niveles hipsométricos elevados y moderadamente elevados. Este dominio está constituido por una corteza de perfil *in situ* potente, pero con un desarrollo muy significativo de los horizontes inferiores más enriquecidos en níquel.

La zona denominada dominio 7 es considerada por Vera Sardiñas como la más compleja del yacimiento en lo que concierne a la distribución espacial de los elementos químicos, lo cual es un reflejo de la variabilidad litológica y mineralógica en el dominio.

Los datos disponibles sobre la concentración del Ni (dada en %), que en adelante se nombrará simplemente Ni, se obtuvieron en una campaña de exploración de pozos verticales utilizando una red cuadrada plana de 33,33 m de lado. En los pozos se tomaron 7 749 muestras de mezclas del material a intervalos de 1 m. La Figura 1 muestra una representación esquemática del dominio 7.

Para establecer una metodología que permita determinar en qué condiciones el kriging es más eficiente como modelo del Ni en el dominio 7 del yacimiento Punta Gorda, se diseñaron 64 modelos atendiendo a los criterios siguientes:

- Usar los datos originales o nivelados respecto a una cota común.
- Considerar la zona de influencia obtenida de los datos o tomar un lente (elipsoide) de radios $X_r=50$ m, $Y_r=50$ m y $Z_r=1,5$ m.
- Usar el variograma experimental obtenido sobre un conjunto de lags de igual medida o sobre un conjunto de lags variables.
- Escoger tipo de kriging normal o universal.
- Corregir la anisotropía geométrica o no hacerlo.
- Admitir ponderadores negativos en la estimación por kriging o no admitirlos.

Es necesario señalar que la investigación no consideró el caso del modelo general $Ni = T(P) + A(P)$, donde T es una función que refleja la componente determinística de la distribución espacial del Ni, y A

es una función que refleja la componente aleatoria de esta distribución.

A partir de cada modelo definido, se realizó una prueba de validación cruzada que consistió en estimar el valor del Ni en cada punto de los datos, usando sólo el resto de los datos pertenecientes a la zona de influencia del punto donde se estima; es decir, se estimó el valor del Ni en un punto, eliminando temporalmente este punto en los datos. Se partió de suponer que las diferencias (entre los valores de Ni estimados y originales) son indicadores de la eficiencia del modelo, ya que permiten evaluar si los datos y su modelo serán capaces de pronosticar los valores del Ni en puntos donde no se tienen muestras.

Los resultados de la validación cruzada fueron evaluados inicialmente atendiendo a la media aritmética (MA), la desviación estándar con respecto a ésta (DEMA) y la desviación estándar con respecto a cero (DE0), de las diferencias entre los valores reales y los estimados. Se revisaron otros criterios que aparecen en la bibliografía y se hizo un estudio porcentual de la distribución de las diferencias por intervalos numéricos simétricos respecto al origen. La edición y cálculo se realizó con el software TIERRA versión 2.1F del 2003 (Legrá Lobaina, 2003).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Estadísticamente, el comportamiento del Ni en el yacimiento se describe en la Tabla 1. La Figura 2 muestra la distribución de frecuencias.

La Tabla 2 define la identificación (ID) de cada modelo y ofrece los valores de MA, DEMA y DE0. Para la mejor comprensión de esta tabla, a continuación se detalla la notación utilizada:

Nivela: (SI) indica que los datos fueron nivelados respecto a una cota común y (NO) que se tomaron los datos originales

PS Ptos: Es la política de selección de puntos durante la estimación por kriging. El término NATURAL se utilizó cuando se trabajó con el elipsoide, determinado a partir del análisis de los alcances de los variogramas direccionales, y el término LENTE, cuando se utilizó un elipsoide de radios $X_r=50$ m, $Y_r=50$ m y $Z_r=1,5$ m.

T Lag: Es el tipo de lag usado durante la determinación de los variogramas. Se denominó EQ cuando los lags se tomaron equidistantes, con valor igual a 16 m, y ESP cuando se tomaron con longitudes variables: 8 lags de 4 m; 5 lags de 16 m; 5 lags de 30 m, y 3 lags de 55 m.

Neg: Cuando se realiza la estimación por kriging, algunos de los ponderadores pueden tomar valores

negativos (Legrá y Guardiola, 2000). Cuando esto sucede, conviene seguir una de las políticas siguientes: admitir estos ponderadores negativos (S) o volver a estimar sin considerar los puntos que probablemente generen los ponderadores negativos (N).

Corrige AG: Se refiere a la corrección de la distancia (Legrá y Guardiola, 2000), atendiendo a las características de la Anisotropía Geométrica. Se usó (S) cuando se hizo la corrección y (N) cuando no se realizó la misma.

Tipo K: Se consideró el uso de la Condición Universal en dos tipos de estimación por kriging (Legrá y Guardiola, 2000): normal (N) y universal (U). En ambos casos, la variable por estimar se consideró aleatoria intrínseca suponiendo la existencia de variograma.

A partir de los valores de la Tabla 2 se obtuvieron dos informaciones importantes:

1. Al organizar de menor a mayor las medias de las diferencias se observó que de los 20 mejores modelos, 16 están definidos por una política natural de selección de puntos. De manera semejante, 16 de estos modelos están relacionados con el uso del tipo universal de kriging (Tabla 3). Esto sugiere que ambos parámetros son definitorios en la calidad de los modelos si asumimos ésta como una función de la menor media de las diferencias.
2. Cuando se organizaron de menor a mayor las desviaciones estándar de las diferencias con respecto a las medias aritméticas, se encontró que los 20 mejores modelos también están definidos por una política natural de selección de puntos. Además, 15 de estos modelos están relacionados con el uso del tipo normal de kriging (Tabla 4). En este caso, la calidad de los modelos se define por los mismos parámetros que en la situación anterior.

Es posible demostrar que cuando se ordenan los modelos atendiendo a la desviación estándar con respecto a 0, se obtiene el mismo resultado expuesto en la Tabla 4.

Es obvio que al usar como política de selección de puntos el elipsoide determinado a partir del análisis de los alcances de los variogramas direccionales, se obtienen, según criterios estadísticos, mejores resultados globales; sin embargo, se presenta una aparente contradicción con respecto al tipo de kriging que debe utilizarse y no se ha podido determinar la influencia de otros parámetros en la calidad de los resultados.

El paso siguiente fue la búsqueda de otros criterios para evaluar los métodos a partir de los resultados de

la validación cruzada. En Cuador Gil (2002), citando a otros autores, se describen los criterios que a continuación se exponen:

1. El error medio, dado por $T_1 = \frac{\sum_{i=1}^n [Z(x_i) - Z^*(x_i)]}{n}$,

debe ser aproximadamente igual a cero.

2. El error medio cuadrado, dado por

$$T_2 = \frac{\sum_{i=1}^n [Z(x_i) - Z^*(x_i)]^2}{n}, \text{ debe ser pequeño.}$$

3. La medida, $T_3 = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{Z(x_i) - Z^*(x_i)}{\sigma(x_i)} \right)^2}{n}$, debe ser

igual a uno.

4. La medida T_4 , calculada como el Coeficiente de Correlación Lineal entre las variables

$$\frac{Z(x_i) - Z^*(x_i)}{\sigma(x_i)}, \text{ llamada Diferencia Estandarizada}$$

(Bleines *et al.*, 2001), y $Z^*(x_i)$, debe ser cero.

5. La medida, T_5 calculada como el Coeficiente de Correlación Lineal entre las variables $Z(x_i)$ y $Z^*(x_i)$, debe ser uno.

La variable $\sigma^2(x_i)$ expresa la varianza de estimación por kriging al calcular $Z^*(x_i)$. Hay que hacer notar que en la bibliografía citada (Cuador Gil, 2002) la notación usada es ambigua, ya que debió emplearse $\sigma(x_i)$.

La medida T_1 ya la hemos considerado en la Tabla 1, puesto que esta medida no es otra cosa que la media aritmética de las diferencias. La medida T_2 puede ser interpretada como una medida de la variabilidad de estas diferencias, pero esto también puede estudiarse a partir de la desviación estándar de estas diferencias, como se ha descrito en la Tabla 2.

Las medidas T_3 y T_4 se refieren al uso de las diferencias estandarizadas mediante las varianzas de estimación en cada punto. Es conocido (Deutsch and Journel, 1998, p. 94) que la varianza de estimación no depende del valor de los datos, sino, fundamentalmente, del modelo variográfico y de la geometría de los datos, por lo cual recomiendan que no debe ser empleada para seleccionar el modelo de variograma o la implementación del kriging. Algunos autores (Bleines *et al.*, 2001; Cuador Gil, 2002) defienden el uso para estos fines de las diferencias estandariza-

das que, como ya se ha visto, dependen de las varianzas de estimación.

Es correcto el análisis de la medida T_4 al ser lógico esperar que no exista correlación entre las diferencias estandarizadas y los valores calculados, ya que estas diferencias deben ser aleatorias.

La medida T_3 será pequeña en la medida en que las diferencias estandarizadas sean pequeñas y esto depende no sólo de que las diferencias $Z(x_i) - Z^*(x_i)$ sean pequeñas, sino de que la proporción entre estas diferencias y $\sigma(x_i)$ sea adecuada. A modo de ilustración puede ponerse el ejemplo ficticio siguiente:

Datos correspondientes a un pozo vertical:

Cota	34	35	36	37	38	39	40
Ni	1,12	1,1	1,1	1	1,1	1,1	1,12

Supóngase determinado el modelo variográfico y procédase a estimar como parte de un proceso de validación cruzada el valor del Ni para la cota 37. Si se usan los valores de las cotas 34, 35, 36, 38, 39 y 40 se obtendrá un valor muy cercano a 1,1 que, sin perder generalidad, puede suponerse que es 1,1. También es evidente que el error de estimación será pequeño, ya que los datos usados están muy cercanos y la variabilidad entre ellos es también pequeña; sin perder generalidad supóngase que $\sigma(37) = 0,01$.

Si se calcula para este punto la diferencia estandarizada, tendremos que: $\sigma_e(37) = \frac{1-1,1}{0,01} = -10$, que,

como puede observarse, es un valor relativamente alto. En casos como éste no se puede garantizar que la medida T_3 sea pequeña, pues el valor de $\sigma(x_i)$ no considera de ninguna forma el valor original $Z(x_i)$.

Bleines *et al.* (2001) proponen que sean considerados robustos, con respecto al modelo seleccionado, aquellos datos que cumplan que su desviación estandarizada esté en el intervalo $[-2,5; 2,5]$. Por las razones descritas puede considerarse que este criterio no debe ser generalizado. Nótese que en el ejemplo visto, la estimación puede considerarse aceptable y, sin embargo, este criterio rechazaría la robustez de este dato.

La medida T_5 si puede ser considerada como válida, ya que es correcto esperar que un buen modelo garantice una alta correlación entre los datos originales y los datos estimados.

Para este trabajo se confeccionó una tabla que contiene la medida T_5 y fueron seleccionados los 20 mejores modelos según esta medida. Sus resultados se muestran en la Tabla 6.

Si se comparan las Tablas 6 y 4 se observa que los mejores modelos, atendiendo a la desviación

estándar, coinciden con las mejores opciones según el coeficiente de correlación, excepto en el segundo caso. Por último, debe señalarse que los coeficientes de correlación que muestra la Tabla 6 son valores relativamente altos.

Con lo visto hasta aquí es posible percatarse de que estas medidas estadísticas no tienen suficiente peso como para poder definir convincentemente los mejores modelos para nuestros fines. Buscando nuevas vías se plantea la posibilidad de realizar el procedimiento siguiente:

1. Definir los intervalos de clase en función de los valores mínimos y máximos del N_i original y estimado. La cantidad de intervalos de clase se calcula con la fórmula de Sturges (Spiegel, 1986).
2. Obtener la tabla de frecuencias (con k intervalos de clase) de los valores originales del N_i y considerar que la distribución de frecuencia de estos valores constituye la distribución teórica, y los valores de su tabla de frecuencia, las frecuencias esperadas e_i .
3. Obtener la tabla de frecuencias de los valores obtenidos mediante la validación cruzada y considerar que la distribución de frecuencia de estos valores constituye la distribución observada, y los valores de la tabla de frecuencia, las frecuencias observadas o_i .

4. Obtener el valor $J_c^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$.

5. Realizar una Prueba de Bondad de Ajuste entre las dos distribuciones mediante el Criterio de Pearson, a fin de obtener en la tabla correspondiente el valor de J^2 para $k-1$ grados de libertad y para un nivel de significación α . En este procedimiento seguimos la metodología explicada en Spiegel (1986).

Al probar este procedimiento con los 64 modelos (se tomó $k=29$ y $\alpha=0,1$) se demostró que no es factible, porque si al estimar se han obtenido valores muy grandes de N_i , entonces los intervalos de clase tendrán amplitudes grandes y las frecuencias esperadas en muchos de los intervalos de clase serán 0, lo cual pudiera ser solucionado uniendo convenientemente los intervalos de clase hasta que los valores de las frecuencias esperadas en cada uno de ellos sea mayor que cinco (Sánchez y Torres, 1986).

Este método pudo usarse en este caso de estudio, fijando los intervalos de clase según los valores originales del N_i . Los resultados obtenidos tienen un valor promedio de 167 que, según el Criterio de Pearson

aplicado, para ninguno de los modelos permite afirmar que exista correspondencia entre los valores estimados y los datos reales. Además, no se pudo obtener una correspondencia convincente entre estos resultados y los alcanzados por otros criterios.

De la Figura 3 puede determinarse que las distribuciones de frecuencias son semejantes, pero esto no significa que en cada punto espacial se obtuvieran valores semejantes. Esta insuficiencia es común a todas las medidas estadísticas que analicen la relación entre las variables $Z(x_i)$ y $Z^*(x_i)$ sin tener en cuenta el valor x_i que las asocia. Por esta razón, es más conveniente analizar las medidas estadísticas de las diferencias.

Por último, se decidió crear una tabla que reflejara porcentualmente la cantidad de diferencias $Z(x_i) - Z^*(x_i)$ perteneciente a los intervalos $[-0,01;0,01]$, $[-0,05;0,05]$, $[-0,1;0,1]$, etc. Este procedimiento permitiría definir los modelos más adecuados con respecto a una de las necesidades más conocidas en el trabajo minero: el modelo debe tener la capacidad de pronosticar localmente y con una precisión adecuada los valores de las variables que se estudian.

La Tabla 7 ofrece los resultados estadísticos. Las dos propiedades que definen los cinco mejores modelos en el intervalo $[-0,01;0,01]$ son: la de política de selección de puntos (Natural) y la de Corrección de Anisotropía Geométrica S.

En el intervalo $[-0,05;0,05]$ las propiedades más influyentes para definir los diez mejores modelos son: selección de puntos (Natural) y la del tipo de kriging U. Lo mismo sucede para el intervalo $[-0,1;0,1]$, pero además se puede agregar que los cinco mejores modelos tienen en común la propiedad Corrección de Anisotropía Geométrica N.

Para el intervalo $[-0,2;0,2]$, las propiedades más influyentes a fin de definir los ocho mejores modelos son: selección de puntos (Natural) y la del tipo de kriging U, pero además se agrega que los cinco mejores modelos tienen en común la propiedad Admitir Ponderadores Negativos N.

Por último, en el intervalo $[-0,4;0,4]$ las propiedades más influyentes para definir los mejores cinco modelos son la selección de puntos (Natural) y la del tipo de kriging N.

De todo lo anterior se deduce que la propiedad que globalmente define los mejores modelos es la de selección de puntos (Natural) y que otras propiedades pueden precisar los mejores modelos para diferentes niveles de precisión.

CONCLUSIONES

1. Para deducir la validez de un modelo geoestadístico a partir de los resultados de la validación cruzada, deben usarse las medidas estadísticas referentes a las diferencias entre los valores originales y los valores calculados. Debe evitarse el uso de las diferencias estandarizadas y de las comparaciones entre frecuencias de los valores originales y estimados.
2. Los mejores modelos geoestadísticos deben seleccionarse atendiendo a las características de la calidad del pronóstico que se espera de este modelo. Por ejemplo, como en este caso de estudio la desviación estándar del Ni original es de 0,552004, entonces el modelo 35 (vea la Tabla 7) es el que mejor garantiza (89,47 %) que las estimaciones estén acotadas absolutamente por 0,4, que es un valor menor que esta desviación estándar. Sin embargo, es el modelo 34 el que mejor garantiza una alta precisión en el pronóstico.
3. En este caso de estudio se ha evidenciado que la única propiedad que determina la calidad de los modelos es la de la política de selección de puntos (Natural), lo cual quiere decir que la complejidad de la zona de influencia es tal que ésta no puede ser reflejada por un simple elipsoide, sino que hay que analizar los alcances en varias direcciones (en este estudio se analizaron las direcciones determinadas por las combinaciones de los valores $0\pm 22,5^\circ$, $45\pm 22,5^\circ$, $90\pm 22,5^\circ$ y $135\pm 22,5^\circ$, tanto para el ángulo polar sobre el plano XY como para el ángulo espacial que forma el eje OZ sobre el plano XY) y obtener una figura tridimensional más compleja que un elipsoide.
4. No se han podido deducir en este trabajo modelos que por su eficiencia puedan ser considerados la respuesta final que esperan los geólogos y mineros que explotan este yacimiento, pero se ha cumplimentado una etapa necesaria en la cual esta situación sucede a menudo en este tipo de estudio (Dafonte Dafonte y otros, 2002; Estévez y Cuador, 2003).

AGRADECIMIENTO

Los autores agradecen las opiniones y sugerencias de los miembros del Departamento de Matemáticas del Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa, cuando se expusieron las ideas sobre este trabajo en el Seminario que periódicamente realiza; también, las calificadas opiniones del Ing. Adrián Martínez Vargas del Departamento de Geología del ISMM.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BLEINES, C., J. DERAISME, F. GEFFROY, S. PARSEVAL, F. RAMBERT, D. RENARD Y Y. TOUFFAIT (2001): *ISATIS Software Manual*, Geovariance and Ecole des Mines de Paris, Paris, January, 531 pp.
- CUADOR GIL, JOSÉ QUINTÍN (2002): "Estudios de Estimación y Simulación Geoestadística para la Caracterización de Parámetros Geólogo-Industriales en el Yacimiento Laterítico Punta Gorda", Departamento de Geología, Universidad de Pinar del Río Hermanos Saiz Montes de Oca, Tesis Doctoral, 108 pp.
- DAFONTE DAFONTE, J. y otros (2002): "Variabilidad espacial de la conductividad hidráulica saturada de campo medida con permeámetro Guelph", Dpto. de Ingeniería Agroforestal, Escuela Politécnica Superior, Universidad Santiago de Compostela, España. <http://www.unavarra.es/directo/congresos/apoyo/jzns/13.pdf> (consultado el 20 de marzo del 2003).
- DEUTSCH, CLAYTON V. AND ANDRÉ G. JOURNAL (1998): *GSLIB: Geoestatistical software library and User's Guide*, Oxford University Press, New York, 369 pp.
- ESTÉVEZ CRUZ, ELMIDIO Y JOSÉ QUINTÍN CUADOR GIL (2003): "Yacimiento Oro Castellano: Evaluación y comparación de técnicas de estimación espacial", *Minería y Geología*, XIX (1-2): 71-76.
- LEGRÁ LOBAINA, ARÍSTIDES ALEJANDRO Y RENÉ LUCIANO GUARDIOLA ROMERO (2000): "Consideraciones prácticas para el análisis variográfico", *Minería y Geología*, XVI (2): 83-93.
- LEGRÁ LOBAINA, ARÍSTIDES ALEJANDRO (2003): "Software Tierra Versión 2.1F", Departamento de Matemáticas, ISMM de Moa, Aplicación Informática.
- SÁNCHEZ ÁLVAREZ, RAFAEL Y JOSÉ A. TORRES DELGADO: *Estadística elemental*, Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 332 pp.
- SPIEGEL, MURRAY S. (1986): *Teoría y problemas de estadística*, Edición Revolucionaria, La Habana, 1986, 358 pp.
- VERA SARDIÑAS, LEÓN ORTELIO (2001): "Procedimiento para la determinación de las Redes Racionales de Exploración de los yacimientos lateríticos de níquel y cobalto en la región de Moa", Departamento de Geología, ISMM, Moa, Cuba, Tesis Doctoral, 147 pp.

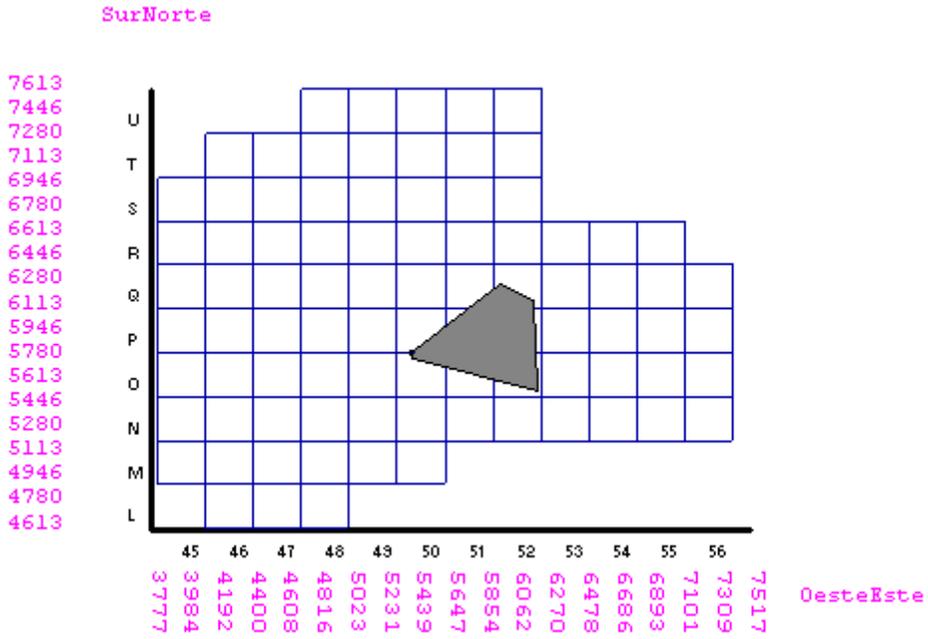


Figura 1. Representación esquemática del dominio 7.

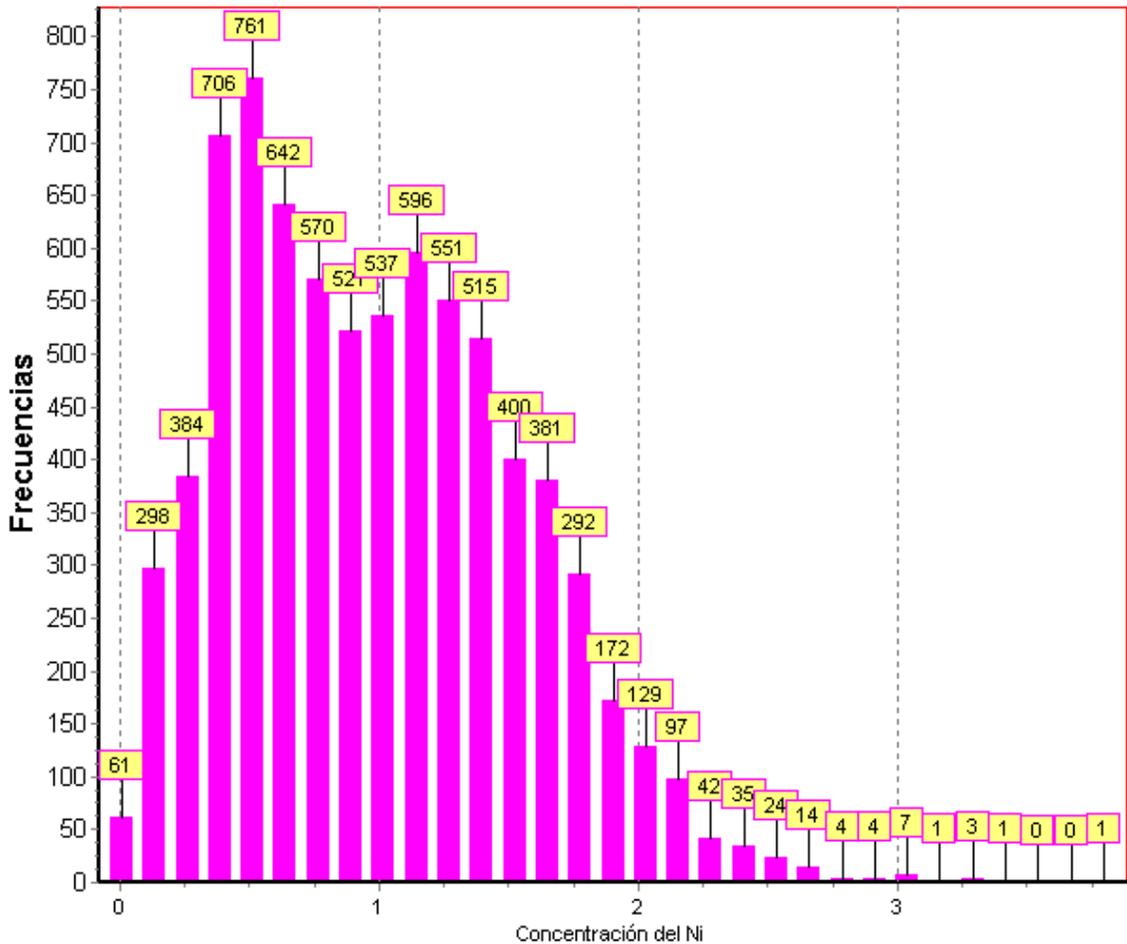


Figura 2. Distribución de frecuencias.

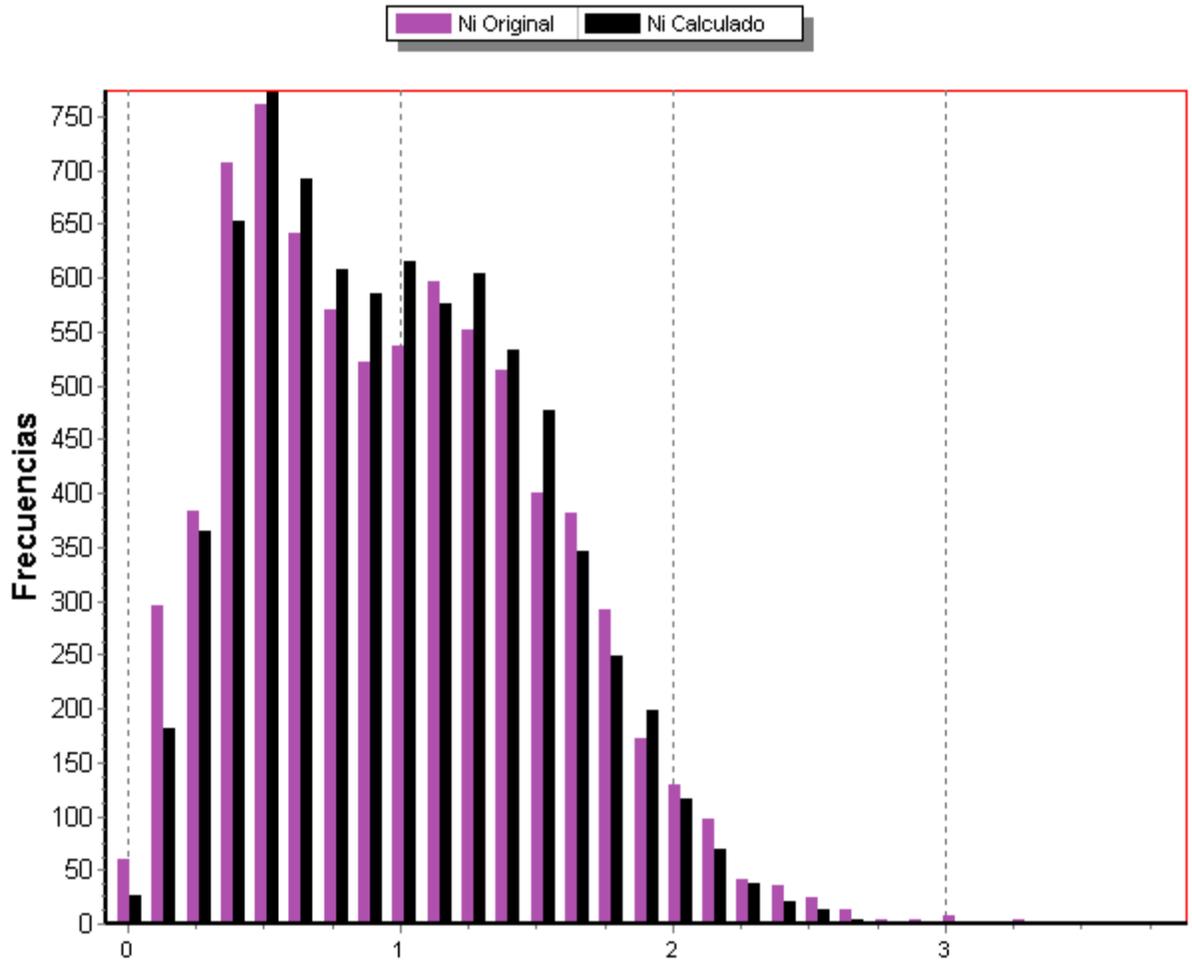


Figura 3. Comparación de las distribuciones de frecuencias. Concentración de Ni

TABLA 1. VALORES ESTADÍSTICOS DE LA CONCENTRACIÓN DE Ni DEL DOMINIO 7 DEL YACIMIENTO PUNTA GORDA

Media Aritmética (MA)	Error Típico de la MA	Desviación Estándar (DE)	Error Típico de la DE	Desviación Media	Coficiente de Variación	Momento de Asimetría	Momento de Curtosis	Mediana	Moda
1,05213	0,00627	0,552004	0,00443	0,459245	0,524654	0,517646	2,892533	1	1,3

TABLA 2. VALORES OBTENIDOS DE LAS DIFERENCIAS ENTRE EL VALOR REAL DEL NI Y EL ESTIMADO MEDIANTE VALIDACIÓN CRUZADA									
ID	Nivela	PS Ptos	Tlag	Neg	Corrige AG	Tipo K	MA	DEMA	DE 0
1	No	Natural	Eq	S	S	N	-0,004289	0,272987	0,273039
2	No	Natural	Eq	S	S	U	0,001515	0,577142	0,577181
3	No	Natural	Eq	S	N	N	-0,004289	0,272987	0,273039
4	No	Natural	Eq	S	N	U	-0,001688	0,275687	0,27571
5	No	Natural	Eq	N	S	N	-0,004289	0,272987	0,273039
6	No	Natural	Eq	N	S	U	-0,004361	0,272042	0,272095
7	No	Natural	Eq	N	N	N	-0,004289	0,272987	0,273039
8	No	Natural	Eq	N	N	U	-0,004248	0,273046	0,273096
9	No	Natural	Esp	S	S	N	-0,004289	0,272987	0,273039
10	No	Natural	Esp	S	S	U	-0,001293	0,276451	0,276472
11	No	Natural	Esp	S	N	N	-0,003862	0,273163	0,273208
12	No	Natural	Esp	S	N	U	-0,000998	0,276612	0,276632
13	No	Natural	Esp	N	S	N	-0,004289	0,272987	0,273039
14	No	Natural	Esp	N	S	U	-0,004198	0,272971	0,27302
15	No	Natural	Esp	N	N	N	-0,004151	0,272713	0,272763
16	No	Natural	Esp	N	N	U	-0,003903	0,272774	0,272819
17	No	Lente	Eq	S	S	N	-0,030515	1,139623	1,140105
18	No	Lente	Eq	S	S	U	-0,018192	1,339965	1,340175
19	No	Lente	Eq	S	N	N	-0,009422	0,277589	0,277767
20	No	Lente	Eq	S	N	U	-0,009945	1,214603	1,214722
21	No	Lente	Eq	N	S	N	-0,011543	0,311581	0,311815
22	No	Lente	Eq	N	S	U	-0,007647	0,301986	0,302102
23	No	Lente	Eq	N	N	N	-0,009349	0,277738	0,277913
24	No	Lente	Eq	N	N	U	-0,009347	0,279770	0,279945
25	No	Lente	Esp	S	S	N	-0,038196	1,969490	1,969988
26	No	Lente	Esp	S	S	U	0,009890	2,281152	2,281321
27	No	Lente	Esp	S	N	N	-0,009144	0,276990	0,277159
28	No	Lente	Esp	S	N	U	-0,011105	1,248666	1,248796
29	No	Lente	Esp	N	S	N	-0,012649	0,308757	0,309036
30	No	Lente	Esp	N	S	U	-0,009947	0,305443	0,305625
31	No	Lente	Esp	N	N	N	-0,009134	0,276955	0,277123
32	No	Lente	Esp	N	N	U	-0,009288	0,279954	0,280126
33	Sí	Natural	Eq	S	S	N	-0,004289	0,272987	0,273039
34	Sí	Natural	Eq	S	S	U	0,002792	0,467061	0,467099
35	Sí	Natural	Eq	S	N	N	-0,004289	0,272987	0,273039
36	Sí	Natural	Eq	S	N	U	-0,001317	0,276546	0,276567
37	Sí	Natural	Eq	N	S	N	-0,004289	0,272987	0,273039
38	Sí	Natural	Eq	N	S	U	0,000634	0,272309	0,272329

39	Sí	Natural	Eq	N	N	N	-0,004289	0,272987	0,273039
40	Sí	Natural	Eq	N	N	U	0,000611	0,274062	0,274082
41	Sí	Natural	Esp	S	S	N	-0,004289	0,272987	0,273039
42	Sí	Natural	Esp	S	S	U	-0,000046	0,280342	0,28036
43	Sí	Natural	Esp	S	N	N	-0,004236	0,273187	0,273237
44	Sí	Natural	Esp	S	N	U	-0,000280	0,277873	0,277891
45	Sí	Natural	Esp	N	S	N	-0,004289	0,272987	0,273039
46	Sí	Natural	Esp	N	S	U	0,000593	0,273949	0,273968
47	Sí	Natural	Esp	N	N	N	-0,004116	0,272684	0,272733
48	Sí	Natural	Esp	N	N	U	0,001043	0,273737	0,273758
49	Sí	Lente	Eq	S	S	N	0,004867	1,543474	1,543581
50	Sí	Lente	Eq	S	S	U	-0,010547	1,127356	1,127478
51	Sí	Lente	Eq	S	N	N	-0,008453	0,276251	0,276398
52	Sí	Lente	Eq	S	N	U	-0,002151	1,029587	1,029656
53	Sí	Lente	Eq	N	S	N	-0,001923	0,385726	0,385755
54	Sí	Lente	Eq	N	S	U	-0,002067	0,316912	0,316939
55	Sí	Lente	Eq	N	N	N	-0,008470	0,276199	0,276347
56	Sí	Lente	Eq	N	N	U	-0,004299	0,281677	0,281728
57	Sí	Lente	Esp	S	S	N	0,281728	1,830180	1,830517
58	Sí	Lente	Esp	S	S	U	0,007483	1,265062	1,830517
59	Sí	Lente	Esp	S	N	N	0,007483	1,265062	1,265166
60	Sí	Lente	Esp	S	N	U	-0,003198	1,015668	1,015739
61	Sí	Lente	Esp	N	S	N	-0,008425	0,376816	0,376934
62	Sí	Lente	Esp	N	S	U	-0,006597	0,310043	0,310133
63	Sí	Lente	Esp	N	N	N	-0,008191	0,275337	0,275476
64	Sí	Lente	Esp	N	N	U	-0,004190	0,278974	0,279023

TABLA 4. MEJORES OPCIONES CON RESPECTO A LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR CON RESPECTO A LA MEDIA ARITMÉTICA

ID	Nivela	PS Ptos	Ttag	Neg	Corrige AG	Tipo K
6	No	Natural	Eq	N	S	U
38	Sí	Natural	Eq	N	S	U
47	Sí	Natural	Esp	N	N	N
15	No	Natural	Esp	N	N	N
16	No	Natural	Esp	N	N	U
14	No	Natural	Esp	N	S	U
1	No	Natural	Eq	S	S	N
3	No	Natural	Eq	S	N	N
5	No	Natural	Eq	N	S	N
7	No	Natural	Eq	N	N	N
9	No	Natural	Esp	S	S	N
13	No	Natural	Esp	N	S	N
33	Sí	Natural	Eq	S	S	N
35	Sí	Natural	Eq	S	N	N
37	Sí	Natural	Eq	N	S	N
39	Sí	Natural	Eq	N	N	N
41	Sí	Natural	Esp	S	S	N
45	Sí	Natural	Esp	N	S	N
8	No	Natural	Eq	N	N	U
11	No	Natural	Esp	S	N	N

TABLA 3. MEJORES OPCIONES CON RESPECTO AL VALOR ABSOLUTO DE LA MEDIA ARITMÉTICA

ID	Nivela	PS Ptos	Ttag	Neg	Corrige AG	Tipo K
42	Sí	Natural	Esp	S	S	U
44	Sí	Natural	Esp	S	N	U
46	Sí	Natural	Esp	N	S	U
40	Sí	Natural	Eq	N	N	U
38	Sí	Natural	Eq	N	S	U
12	No	Natural	Esp	S	N	U
48	Sí	Natural	Esp	N	N	U
10	No	Natural	Esp	S	S	U
36	Sí	Natural	Eq	S	N	U
2	No	Natural	Eq	S	S	U
4	No	Natural	Eq	S	N	U
53	Sí	Lente	Eq	N	S	N
54	Sí	Lente	Eq	N	S	U
52	Sí	Lente	Eq	S	N	U
34	Sí	Natural	Eq	S	S	U
60	Sí	Lente	Esp	S	N	U
11	No	Natural	Esp	S	N	N
16	No	Natural	Esp	N	N	U
47	Sí	Natural	Esp	N	N	N
15	No	Natural	Esp	N	N	N

TABLA 5. VALORES DE NI EN UN POZO							
Cota	34	35	36	37	38	39	40
Ni	1,12	1,1	1,1	1	1,1	1,1	1,12

TABLA 6. MEJORES OPCIONES CON RESPECTO A LA MEDIDA T ₅							
ID	Nivela	PS Ptos	Tlag	Neg	Corrige AG	Tipo K	T ₅
6	No	Natural	Eq	N	S	U	0,87169381
47	Sí	Natural	Esp	N	N	N	0,87108266
15	No	Natural	Esp	N	N	N	0,87105890
1	No	Natural	Eq	S	S	N	0,87095339
37	Sí	Natural	Eq	N	S	N	0,87095338
3	No	Natural	Eq	S	N	N	0,87095337
5	No	Natural	Eq	N	S	N	0,87095336
7	No	Natural	Eq	N	N	N	0,87095335
9	No	Natural	Esp	S	S	N	0,87095334
13	No	Natural	Esp	N	S	N	0,87095343
33	Sí	Natural	Eq	S	S	N	0,87095334
35	Sí	Natural	Eq	S	N	N	0,87095334
39	Sí	Natural	Eq	N	N	N	0,87095334
41	Sí	Natural	Esp	S	S	N	0,87095334
45	Sí	Natural	Esp	N	S	N	0,87095332
16	No	Natural	Esp	N	N	U	0,87092577
14	No	Natural	Esp	N	S	U	0,87088336
8	No	Natural	Eq	N	N	U	0,87080674
43	Sí	Natural	Esp	S	N	N	0,87076176
11	No	Natural	Esp	S	N	N	0,87070994

TABLA 7. RESULTADOS ESTADÍSTICOS DE LAS FRECUENCIAS PORCENTUALES DE LAS DIFERENCIAS Z(X _i)-Z*(X _i)									
Intervalo	Mínimo	Máximo	Media Aritmética	Desviación Estándar	Modelos donde se obtienen los valores más altos				
[-0,4;0,4]	74,32	89,47	87,54	3,33	35	39	5	1	47
[-0,2;0,2]	51,23	68,01	65,48	4,16	44	4	42	36	12
[-0,1;0,1]	28,64	44,77	42,12	4,23	36	12	44	4	48
[-0,05;0,05]	14,98	25,69	23,65	2,85	10	36	2	4	46
[-0,01;0,01]	2,86	5,94	5,21	0,75	34	5	41	45	1