

Modelación matemática del proceso de reducción para la obtención de ferroníquel

Lianis Columbié Lamorú
Ángel Columbié Navarro
Airem Garbey Frómeta
Amaury Palacios Rodríguez

Resumen

Se modeló matemáticamente el proceso de reducción para la obtención de ferroníquel. Partiendo de las ecuaciones de balance material y energético se expone el sistema de ecuaciones que conforman el modelo matemático dinámico y la fundamentación científica sobre la cual fueron obtenidas. Para la transformación de las ecuaciones de balance material y energético se consideraron los principales óxidos y elementos que componen el mineral, los gases de la combustión y las temperaturas del material, de las paredes del horno y de los gases reductores. Se obtuvo un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden, complementadas con otras ecuaciones algebraicas que establecen la relación entre los coeficientes y los parámetros físicos

Palabras clave

Modelación matemática; reducción de níquel; ferroníquel; balance material; balance energético.

Mathematical modelling of the ferronickel reduction process

Abstract

A mathematical modelling of the reduction process for the ferronickel production was completed. Based on the equations of mass and energy balance, a system of equations forming a dynamic mathematical model is presented as well as the scientific foundations upon which they were obtained. The main oxides and elements minerals are composed of, combustion gases and the temperature of the material of construction of the furnace walls and of the reducing gases were considered for the transformation of the mass and energy balance equations. A system of first order differential equations, complemented with other algebraic equations establishing the relation between coefficients and physical parameters, was obtained

Key words

Mathematical modelling; nickel reduction; ferronickel; material balance; energy balance.

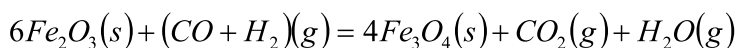
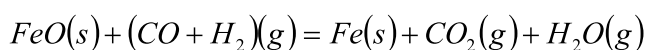
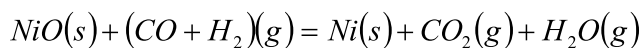
INTRODUCCIÓN

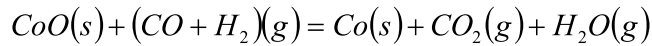
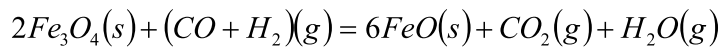
El proceso de reducción para la obtención de ferróníquel (ROF) tiene lugar en un horno de soleras múltiples, el cual tiene un alto grado de complejidad desde el punto de vista de la transferencia de masa, ya que la misma no ocurre sólo durante el período de vuelo de las partículas de un hogar a otro, sino también cuando el mineral se encuentra movido por brazos en los diferentes hogares. Cuando el mineral está en el horno, la transferencia de calor ocurre a través de la superficie descubierta del material dirigida hacia los gases y a través de la superficie cubierta dirigida hacia el refractario, teniendo en cuenta que durante este proceso el material recibe calor por ambos lados. Se ponen de manifiesto las tres vías fundamentales de transmisión del calor: conducción, convección y radiación; la superficie descubierta del mineral recibe calor de los gases por convección y por radiación y de la pared, por radiación; mientras que la superficie cubierta del mineral, recibe de la pared calor por conducción. Por las características constructivas y tecnológicas del horno, el modelo matemático debe conformarse mediante ecuaciones diferenciales de primer orden. El objetivo de este trabajo fue establecer el modelo matemático del proceso de reducción para la obtención de ferróníquel en hornos de soleras múltiples.

METODOLOGÍA

Modelación de los procesos de transferencia de masa

Para que tenga lugar el proceso de reducción, el mineral debe fluir a contracorriente con los gases reductores y en su descenso, consecutivamente se seca, se calienta y se reduce, según las reacciones que se indican a continuación (Marrero-Ramírez, 1989):





La cinética de las transformaciones químicas que ocurren en el horno puede ser descrita por la ecuación de la velocidad de las reacciones químicas (Marrero-Ramírez 1989):

$$-\frac{dC_i}{dt} = K C_i^\alpha C_{i+1}^\beta C_{i+2}^\gamma \quad (1)$$

Donde:

C_i, C_{i+1}, C_{i+2} : Concentraciones de los componentes $Fe_2O_3, Fe_3O_4, FeO, NiO, CoO$ en el horno

α, β, γ : Orden de reacción con respecto a cada componente.

La constante de velocidad de reacción está estrechamente relacionada con la temperatura y tal dependencia puede ser descrita por la ecuación de Arrhenius (Arrhenius, 1889, 1899):

$$K(\theta) = A e^{-\frac{E}{R\theta}} \quad (2)$$

Donde:

A : Coeficiente pre-exponencial, s^{-1} .

E : Energía de activación, kJ/mol . Determina la zona donde ocurre la reacción química e indica el grado de dependencia de la reacción de la temperatura.

R : Constante universal de los gases ($8,31 kJ/mol K$).

θ : Temperatura absoluta del material, K .

Al considerar la influencia de las reacciones químicas sobre la marcha del intercambio de masa, es necesario añadir a la ecuación fundamental del balance material (ecuación 1), el sumando que describe la velocidad de variación de la cantidad de componente i como consecuencia de las transformaciones químicas, por lo cual a la parte derecha de la ecuación de balance se agrega el sumando

$MK(\theta)C_iC_j$ que describe la velocidad de variación de la cantidad de sustancia i :

$$M \frac{dC_i}{dt} = Q_1 C_{i_{entr}} - Q_2 C_i - M K(\theta) C_i C_j \quad (3)$$

Donde:

M, Q_1, Q_2 : Reserva y flujos de entrada y salida, respectivamente.

$C_{i_{entr}}, C_i$: Concentraciones del componente del mineral en la solera y en el flujo de entrada.

C_j : Concentración del componente j de la fase gaseosa (reductor).

El planteamiento del balance de material dinámico para el sólido en el proceso de ROF (según la ecuación 3) lleva a expresiones del tipo:

$$M \frac{dN_i}{dt} + [Gs + M(N_{CO} K_i^{CO} + N_{H_2} K_i^{H_2})] N_i = Ge N_i^0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt} + [N_{CO} (N_{Fe_2O_3} K_{Fe_2O_3}^{CO} + N_{Fe_3O_4} K_{Fe_3O_4}^{CO} + N_{FeO} K_{FeO}^{CO} - N_{NiO} K_{NiO}^{CO} - N_{CoO} K_{CoO}^{CO}) + \\ + N_{H_2} (N_{Fe_2O_3} K_{Fe_2O_3}^{H_2} + N_{Fe_3O_4} K_{Fe_3O_4}^{H_2} + N_{FeO} K_{FeO}^{H_2} + N_{NiO} K_{NiO}^{H_2} + N_{CoO} K_{CoO}^{H_2})] M = Ge - Gs \end{aligned} \quad (5)$$

Donde:

M : Reserva o acumulación de mineral (cantidad de mineral dentro del horno)

Ge, Gs : Flujos de entrada y salida de material respectivamente, kg/s .

i : subíndice correspondiente a los óxidos $Fe_2O_3, Fe_3O_4, FeO, NiO, CoO$.

$K_i^{CO}, K_i^{H_2}$: Constante de velocidad de reacción de $Fe_2O_3, Fe_3O_4, FeO, NiO, CoO$ para los componentes de la mezcla de gas reductor empleado.

N_i^0, N_i : Cantidad de $Fe_2O_3, Fe_3O_4, FeO, NiO, CoO, Fe, Ni, Co$ en el flujo de entrada y de salida del mineral respectivamente.

De forma análoga, puede expresarse para los gases el balance material para las cantidades de dióxido de carbono, monóxido de

carbono, hidrógeno y agua en el gas, teniendo en cuenta los productos de la combustión (Marrero Ramírez 1989):

$$V \frac{dN_j}{dt} + [Q_s + 22.4 M (N_{Fe_2O_3} K_{Fe_2O_3}^{CO} + N_{Fe_3O_4} K_{Fe_3O_4}^{CO} + N_{FeO} K_{FeO}^{CO} - N_{NiO} K_{NiO}^{CO} - N_{CoO} K_{CoO}^{CO})] N_j + (6)$$

$$+ 2K_6 N_{O_2} Q_{aire} = Q_e N_j^0$$

$$V \frac{dN_k}{dt} + [Q_s + 22.4 M (N_{Fe_2O_3} K_{Fe_2O_3}^{H_2} + N_{Fe_3O_4} K_{Fe_3O_4}^{H_2} + N_{FeO} K_{FeO}^{H_2} + N_{NiO} K_{NiO}^{H_2} + N_{CoO} K_{CoO}^{H_2})] N_k + (7)$$

$$+ 2K_7 N_{O_2} Q_{aire} = Q_e N_k^0$$

Donde:

Q_e , Q_s : Flujos de entrada y salida de los gases respectivamente, kg/s .

V : Volumen de los gases en el horno, m^3 .

Q_{aire} : Flujo de aire, kg/s .

K_6 , K_7 : Coeficientes de proporcionalidad.

j : subíndice correspondiente a CO , CO_2 .

k : subíndice correspondiente a H_2 , H_2O .

N_j^0 , N_j : Cantidad de CO , CO_2 en el flujo de entrada y de salida de los gases respectivamente.

N_k^0 , N_k : Cantidad de H_2 , H_2O en el flujo de entrada y de salida de los gases respectivamente.

Marrero-Ramírez (1989) expresa la cantidad de gases productos de la combustión por unidad de masa de combustible ($kg/kg\ comb$) como:

$$Q_e = q_{gc} = \rho_g V_g \quad (8)$$

Donde:

V_g : Volumen de los productos de la combustión por unidad de masa de combustible, $m^3/kg\ comb$.

ρ_g - Densidad de los gases, kg/m^3 .

Partiendo de las reacciones de combustión y tomando en consideración su estequiometría (Columbié Navarro 2002), se tiene la siguiente expresión:

$$V_g = 0,0187C^p + 0,007S^p + 0,112H^p + 0,0124H_2O^p + 0,008N^p + 0,79 \frac{Q_{aire}}{\rho_{aire}} \quad (9)$$

Donde:

C^p , S^p , H^p , H_2O^p , N^p : Contenido de carbono, azufre, hidrógeno, humedad y nitrógeno en el petróleo.

ρ_a - Densidad del aire, kg/m^3 .

La densidad del gas se determina según la expresión (Columbié Navarro 2002):

$$\rho_g = \frac{P_{CO_2} \rho_{CO_2} + P_{SO_2} \rho_{SO_2} + P_{O_2} \rho_{O_2} + P_{N_2} \rho_{N_2} + P_{H_2O} \rho_{H_2O}}{P_T} \quad (10)$$

Donde:

P_{CO_2} , P_{SO_2} , P_{O_2} , P_{N_2} , P_{H_2O} : Presión parcial del dióxido de carbono, dióxido de azufre, oxígeno, nitrógeno y agua, Pa .

ρ_{CO_2} , ρ_{SO_2} , ρ_{O_2} , ρ_{N_2} , ρ_{H_2O} : Densidad del dióxido de carbono, dióxido de azufre, oxígeno, nitrógeno y agua, kg / m^3 .

Modelación de los procesos de transferencia de calor

El planteamiento del balance térmico para el material arrojó la ecuación:

$$MC_M \frac{d\theta_M}{dt} = Ge\theta_M^0 C_M - Gs\theta_M C_M - M(A+B) + \alpha_{gM} S_{gM} (\theta_g - \theta_M) + \alpha_{ps} (\theta_p - \theta_M) \quad (11)$$

Donde:

C_m : Capacidad calorífica específica media ponderada del material.

λ_{CO} : Conductividad térmica del monóxido de carbono, W/mK .

λ_{H_2} : Conductividad térmica del hidrógeno, W/mK .

$$A = \lambda_{CO} N_{CO} K_{Fe_2O_3}^{CO} + \lambda_{CO} N_{CO} K_{Fe_3O_4}^{CO} + \lambda_{CO} N_{CO} K_{FeO}^{CO} + \lambda_{CO} N_{CO} K_{NiO}^{CO} + \lambda_{CO} N_{CO} K_{CoO}^{CO}$$

$$B = \lambda_{H_2} N_{H_2} K_{Fe_2O_3}^{H_2} + \lambda_{H_2} N_{H_2} K_{Fe_3O_4}^{H_2} + \lambda_{H_2} N_{H_2} K_{FeO}^{H_2} + \lambda_{H_2} N_{H_2} K_{NiO}^{H_2} + \lambda_{H_2} N_{H_2} K_{CoO}^{H_2}$$

En la expresión (11), la parte izquierda caracteriza la velocidad de variación de la temperatura del material y la parte derecha incluye el calor que entra con el flujo de material, el calor que sale con el material y el calor entregado por los gases y la pared al material.

Debe usarse la capacidad calorífica media ponderada porque son dos capacidades diferentes debido a que los materiales de entrada y salida tienen calidades diferentes. Para determinar los distintos coeficientes involucrados en las ecuaciones de balance energético es necesario tener en cuenta las formas de transferencia de calor presentes en el horno. El calor del gas al material se transmite por radiación y por convección (Columbié Navarro 2002) y resulta válida para el coeficiente de transferencia de calor la siguiente expresión:

$$\alpha_{gm} = \alpha_g + C_o \varepsilon_{red} \frac{(\theta_g^4 - \theta_m^4)}{(\theta_g - \theta_m)} \quad (12)$$

Donde el segundo término de la parte derecha toma en consideración la transferencia de calor por radiación, y el coeficiente α_g la transferencia de calor por convección. En este caso:

C_o : Coeficiente de radiación del cuerpo negro, $W/m^2 K^4$.

α_g : Coeficiente de transferencia de calor por convección, $W/m^2 K$.

$\varepsilon_{red} = (\varepsilon_m \varepsilon_g^-) / [\varepsilon_m + \varepsilon_g^-(1 - \varepsilon_m)]$: Grado reducido de radiación integral (Columbié Navarro 2002).

ε_m : Emisividad del sólido.

ε_g^- : Emisividad del gas más el arrastre.

En los hornos el carácter de movimiento de los gases que predomina es el turbulento, pues el laminar ocurre en partes aisladas del mismo, en las profundidades, en los pisos, en los ángulos y en la superficie de la carga. Debido a esto, para la determinación del coeficiente de transferencia de calor por convección del gas al material puede

utilizarse la ecuación común para el movimiento turbulento de un gas en tubos rectos y redondos (Mijiev & Mijeiva 1979).

$$Nu_u = 0,021 Re^{0.8} Pr^{0.4} \psi \quad (13)$$

Donde:

$Nu = (\alpha_g d_{eq}) / \lambda_g$: Criterio de Nusselt.

λ_g : Conductividad térmica del gas, $W/m K$.

$d_{eq} = 4S / U$: Diámetro equivalente, m .

S : Área de la sección transversal del horno, m^2 .

U : Perímetro total interior del horno, m .

Pr : Criterio de Prandtl.

Re : Criterio de Reynolds.

ψ : Coeficiente de ajuste.

Por tanto:

$$\alpha_g = 0,021 \left(\frac{\lambda_g}{d_{eq}} \right) Re^{0.8} Pr^{0.4} \psi \quad (14)$$

Todos los parámetros en la expresión (14) deben ser tomados a la temperatura del gas. El número de Reynolds puede ser expresado por:

$$Re = \frac{4 V_g (1 + \omega)}{\pi d_{eq} \xi \eta_g} \quad (15)$$

Donde

V_g : gasto de gas, kg/s .

ω : Contenido de humedad en el gas, $kg \text{ humedad} / kg \text{ gas seco}$.

η_g : viscosidad dinámica, $kg/m.s$.

ξ : Grado de llenado del horno con sólido.

d_{eq} : diámetro equivalente, m . Este diámetro es el diámetro interior d_{int} .

El coeficiente de llenado del horno ξ es

$$\xi = \frac{V}{V_T} \quad (16)$$

Donde:

V : Volumen del horno ocupado por el sólido, m^3 .

V_T : Volumen total del horno, m^3 .

Considerando como un cilindro el horno, el eje que lo atraviesa y las estructuras metálicas internas, su volumen total disponible puede ser expresado por:

$$V_T = \pi H r^2 - V_{eje} - V_{estr} \quad (17)$$

Donde:

r : Radio interior del horno, m .

H : Altura del horno, m .

V_{eje} : Volumen del eje, m^3 ;

V_{estr} : Volumen de las estructuras metálicas internas, m^3 ;

El volumen del eje puede determinarse según:

$$V_{eje} = \pi H r_{ext}^2 \quad (18)$$

Donde:

r_{ext} : Radio exterior del eje, m .

Dentro del volumen de las estructuras internas serán considerados solo el volumen de los pisos V_{pisos} y el de los brazos V_{brazos} :

$$V_{estr} = V_{pisos} + V_{brazos} \quad (19)$$

Los volúmenes de los pisos se calculan por las expresiones siguientes, que tienen en cuenta la geometría de los mismos:

$$V_{pisos}^{cen} = N_{cen} \pi H_{pisos} \left(r^2 - r_{desc}^2 - N_{orif}^{cen} r_{orif}^2 \right) \quad (20)$$

$$V_{pisos}^{per} = N_{per} \pi H_{pisos} (r_{ext}^2 - r_{per}^2 - N_{orif}^{per} r_{orif}^2) \quad (21)$$

Donde:

V_{pisos}^{cen} : Volumen de los pisos de descarga central, m^3 ;

V_{pisos}^{per} : Volumen de los pisos de descarga periférica, m^3 ;

H_{pisos} : Altura de los pisos, m ;

N_{cen} : Número de pisos con descarga central;

N_{per} : Número de pisos con descarga periférica;

r_{desc} : Radio del orificio de descarga central, m ;

r_{per} : Radio del piso de descarga periférica, m ;

r_{orif} : Radio de los orificios del piso, m ;

N_{orif}^{cen} : Número de orificios en los pisos de descarga central;

N_{orif}^{per} : Número de orificios en los pisos de descarga periférica.

Finalmente, el volumen de los pisos queda expresado por:

$$V_{pisos} = V_{pisos}^{cen} + V_{pisos}^{per} \quad (22)$$

o sea,

$$V_{pisos} = \pi H_{pisos} [N_{cen} (r^2 - r_{desc}^2 - N_{orif}^{cen} r_{orif}^2) + N_{per} (r_{per}^2 - r_{ext}^2 - N_{orif}^{per} r_{orif}^2)] \quad (23)$$

Para el cálculo del volumen de los brazos también debe tenerse en cuenta su geometría; a partir del volumen de un brazo se llega a la siguiente expresión:

$$V_{brazos} = N_{brazos} V_{brazo} \quad (24)$$

Donde:

N_{brazos} : Número total de brazos.

V_{brazo} : Volumen de un brazo.

Para facilitar el cálculo del volumen de un brazo, este se dividió en seis partes de acuerdo con su geometría (Figura 1).

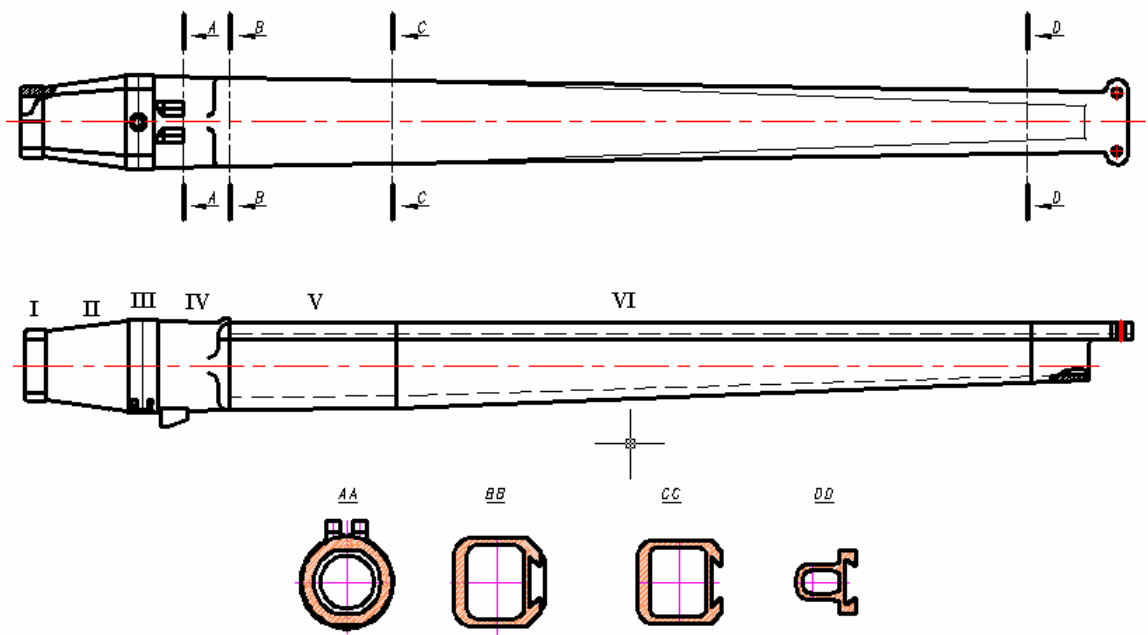


Figura 1. Brazo del horno de soleras múltiples.

Las partes I, III y IV se aproximan a un cilindro (Figura 2) y sus volúmenes se calculan, tomando en consideración sus respectivas dimensiones, por las expresiones siguientes:

$$V_I = \pi R_1^2 l_1 \tag{25}$$

$$V_{III} = \pi R_3^2 l_3 \tag{26}$$

$$V_{IV} = \pi R_4^2 l_4 \tag{27}$$

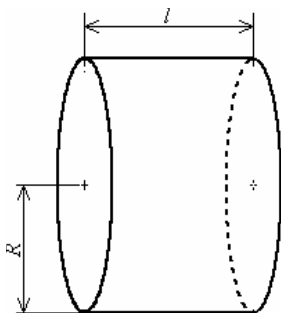


Figura 2. Forma geométrica de las partes I, III y IV.

La parte II tiene forma cónica (Figura 3) por lo que su volumen se determina por la expresión:

$$V_{II} = \frac{1}{3} \pi (R_2^2 + R_2 R'_2 + l) l_2 \quad (28)$$

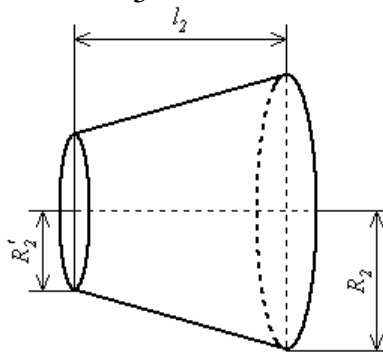


Figura 3. Forma geométrica de la parte II.

La parte V es un prisma (Figura 4) al cual debe restarse el volumen de las esquinas (Figura 4a) y del espacio trapezoidal vacío que aparece sombreado (Figura 4b).

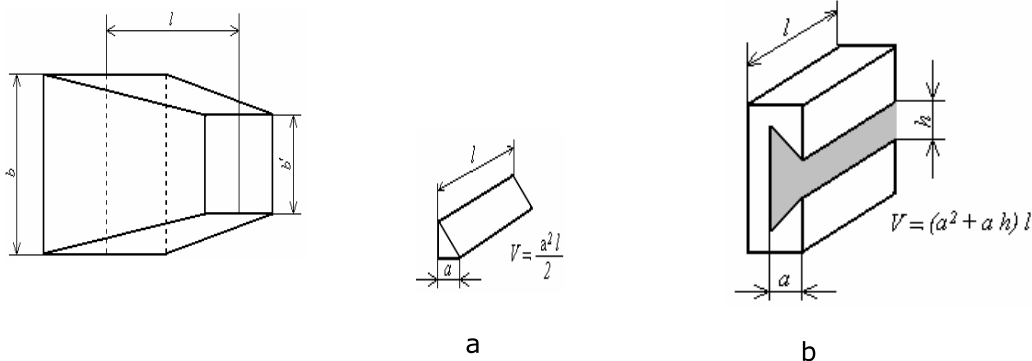


Figura 4. Forma geométrica de la parte V: a) Esquina b) Espacio trapezoidal.

Como el prisma que forma esa parte del brazo es rectangular, el cálculo de su volumen puede realizarse a través del prisma cuadrado equivalente, para lo cual es necesario determinar el lado equivalente del cuadrado como se indica en la Figura 5.

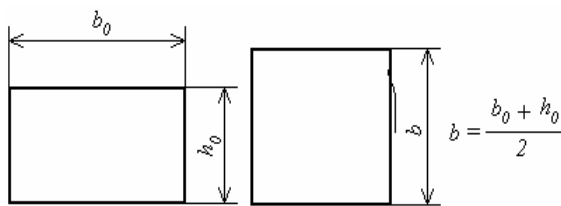


Figura 5. Representación de los lados del prisma equivalente.

Se calcula entonces el volumen de la parte V por la siguiente expresión:

$$V_V = \frac{l_5}{3} \frac{b_5^3 - b_5'^3}{b_5 - b_5'} - 2a^2 l_5 - (a^2 + ah)l_5 \quad (29)$$

La parte VI se compone de otras dos con forma aproximada de prisma cuadrado, a las que debe restársele el volumen del espacio trapezoidal vacío (obsérvese la sección D-D en la Figura 1). El volumen de la parte ahuecada se calcula por:

$$V_{VI}' = \frac{l_6}{3} \frac{b_6^3 - b_6'^3}{b_6 - b_6'} \quad (30)$$

Y el de la parte que sobresale se calcula por:

$$V_{VI}'' = \frac{l_6}{3} \frac{b_{6rect}^3 - b_{6rect}'^3}{b_{6rect} - b_{6rect}'} \quad (31)$$

Por lo que el volumen total de la parte VI será:

$$V_{VI} = V_{VI}' + V_{VI}'' - (a^2 + ah)l_6 \quad (32)$$

Por lo que el volumen de un brazo quedará determinado por:

$$V_{brazo} = V_I + V_{II} + V_{III} + V_{IV} + V_V + V_{VI} \quad (33)$$

El volumen ocupado por el sólido puede determinarse por la expresión:

$$V = \frac{G_e}{\rho} t_{res} \quad (34)$$

Donde:

G_e : Flujo de entrada de mineral, kg/s ;

ρ : Densidad del mineral, kg/m^3 ;

t_{res} : Tiempo de residencia del mineral en el horno, s.

El criterio de Prandtl se determina a través de:

$$Pr = \frac{\eta_g c_{pg}}{\lambda_g} \quad (35)$$

Donde:

η_g : Coeficiente de viscosidad dinámica, $kg/m s$.

c_{pg} : Capacidad calorífica del gas, $J/(kg K)$.

La viscosidad dinámica, la capacidad calorífica y la conductividad del gas húmedo deben ser determinadas en el proceso de identificación para la validación del modelo. El coeficiente de ajuste ψ , según Rioshkevich *et al.* (1979) se determina por:

$$\Psi = 1,38 \left(\frac{1}{deq} \right)^{-0,12} \quad (36)$$

La superficie de transferencia de calor del gas al material (Figura 6), según Chang-Cardona & Yuzhaninov (1997) es:

$$S_{gM} = 106 p n z \quad (37)$$

Donde:

p : Número de brazos en una solera.

n : Número de revoluciones del eje central, s^{-1} .

z : Tiempo de trabajo del horno, s.

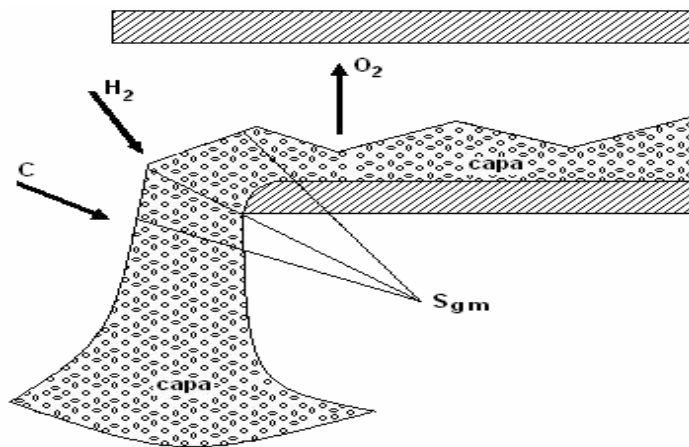


Figura 6. Esquema de tostación de la capa de mineral.

El calor se transmite, por conducción, convección y radiación, desde la pared cubierta al sólido y por radiación desde la pared descubierta al sólido (Columbié-Navarro 2002). El coeficiente integral de transmisión de calor de la pared al sólido que incluye tanto la parte cubierta, como la descubierta, puede ser determinado por la siguiente expresión.

$$\alpha_{ps} = \alpha_{psc} S_{psc} + \alpha_{psd} S_{psd} \quad (38)$$

En el primer caso, el coeficiente de transferencia de calor de la pared cubierta al sólido puede definirse, según Columbié-Navarro (2002) por la ecuación:

$$\alpha_{psc} = K \sqrt{c\lambda\gamma n} + C_0 \cdot 10^{-8} \frac{\epsilon_m \epsilon_p}{\frac{1}{\epsilon_m} + \frac{1}{\epsilon_p} - 1} \frac{\theta_p^4 - \theta_m^4}{\theta_p - \theta_m} \quad (39)$$

Donde:

K : Coeficiente de no-uniformidad de la temperatura del material.

λ : Conductividad térmica del material, $W/m K$.

n : Velocidad de rotación del eje, s^{-1} .

γ : Masa (a granel) del material, kg/m^3 .

ϵ_p : Emisividad de la pared.

En la expresión (39), el primer término de la parte derecha toma en consideración la transmisión del calor por conducción y convección; el segundo, la porción de calor transferida por radiación. En este caso la superficie de transferencia de calor sería:

$$S_{pc} = \pi d_c H_c \quad (40)$$

Donde:

d_c : Diámetro de la pared cubierta por el material, m .

H_c : Altura de la pared cubierta por el material, m .

La transferencia de calor de la pared descubierta al sólido puede ser caracterizada (Johansen 1997) por la ecuación:

$$\alpha_{psd} = C_0 \cdot 10^{-8} \varepsilon_m \varepsilon_p \frac{[(1 - \hat{\varepsilon}'_g) \theta_p^4 - (1 - \hat{\varepsilon}'''_g) \theta_m^4]}{\theta_p - \theta_m} \quad (41)$$

Donde:

α_{psd} : Coeficiente de transferencia de calor de la pared descubierta al sólido, $W/m^2 K$.

$\hat{\varepsilon}'_g$: Emisividad del gas más el arrastre a la temperatura de la pared.

$\hat{\varepsilon}'''_g$: Emisividad del gas más el arrastre a la temperatura del sólido.

La superficie de transferencia de calor para este caso sería:

$$S_{pd} = \pi d_d H_d \quad (42)$$

Donde:

d_d : Diámetro de la pared descubierta por el material, m .

H_d : Altura de la pared descubierta por el material, m .

El planteamiento del balance térmico para los gases arroja la siguiente ecuación (Marrero Ramírez 1989):

$$\rho_g V C_g \frac{d\theta_g}{dt} = Q_e \rho C_g \theta_g^0 - Q_s \rho C_g \theta_g + H_a - \alpha_{gM} S_{gM} (\theta_g - \theta_M) - \alpha_{gp} S_{gp} (\theta_g - \theta_p) - \alpha_{ga} S_{ga} (\theta_g - \theta_a) - h_i Q_{comb} \quad (43)$$

Donde:

C_g : Capacidad calorífica de los gases, $J/(kg.K)$.

V : Volumen de gases en el hogar, m^3 .

ρ_g : Densidad de los gases, kg / m^3 .

Ha : Flujo de calor en la postcombustión de los gases, kg / s .

h^i - Potencia calorífica inferior del combustible, J / kg .

Q_c - Flujo de combustible, kg / s .

En la igualdad (43) el miembro izquierdo caracteriza la velocidad de variación de la temperatura de los gases; el derecho involucra el calor que entra con el gas y el de la combustión, y en la postcombustión, el calor que sale con el gas, el calor transmitido por el gas a la pared, al material y al aire de enfriamiento del eje. El calor es transferido a la pared por convección y radiación (Rioshkevich *et al.* 1979). Luego, el coeficiente de transferencia de calor puede calcularse de la forma siguiente:

$$\alpha_{gp} = \alpha_g + C_0 \cdot 10^{-8} \varepsilon_{red} \frac{(\hat{\varepsilon}_g \theta_g^4 - \hat{\varepsilon}_g'' \theta_p^4)}{(\theta_g - \theta_p)} \quad (44)$$

Donde:

$\hat{\varepsilon}_g''$: Emisividad del gas más el arrastre a la temperatura de la pared cubierta por el material.

El coeficiente de transferencia de calor de los gases al aire de enfriamiento que atraviesa el eje puede calcularse por la siguiente expresión (Columbié-Navarro 2002):

$$\alpha_{ga} = \frac{1}{\frac{r_{ext}}{r_{int}} \frac{1}{h_{int}} + \frac{r_{ext} \cdot \ln\left(\frac{r_{ext}}{r_{int}}\right)}{\lambda_{eje}} + \frac{1}{h_{ext}}} \quad (45)$$

Donde:

λ_{eje} : Conductividad térmica del eje (hierro), $W / m K$.

r_{int} , r_{ext} : Radio interior y exterior del eje respectivamente, m.

h_{int} , h_{ext} : Coeficiente de la película interior y exterior del eje respectivamente, $W/m^2 K$.

La superficie de intercambio entre el gas y el aire de enfriamiento es:

$$S_{ga} = 2\pi r_{ext} l_{eje} \quad (46)$$

Donde:

l_{eje} : longitud del eje, m.

Los coeficientes de las películas interior y exterior del eje se calculan teniendo en cuenta el flujo que se calienta (en el interior del tubo) y el que se enfría (en el exterior del tubo). Según Moning-Faires (1975), el coeficiente de película interior se calcula por la expresión (47), mientras que el de película exterior se determina por la expresión (48)

$$\frac{h_{int} d_{int}}{\lambda_{hierro}} = 0.021 Re^{0.8} Pr^{0.4} \quad (47)$$

$$\frac{h_{ext} d_{ext}}{\lambda_{hierro}} = 0.024 Re^{0.6} \quad (48)$$

El flujo de calor en la postcombustión de los gases puede ser expresado de la siguiente forma (Ramírez-Mendoza 2002):

$$H_a = m_{comb} C_{pcomb} \theta_{comb} t \quad (49)$$

Donde:

m_{comb} : Masa del combustible, kg.

C_{pcomb} : Capacidad calorífica del combustible, $J/(kg K)$.

θ_{comb} : Temperatura de la cámara de combustión, K.

t : Tiempo, s.

Del balance térmico para la pared resulta (Marrero Ramírez 1989):

$$C_p M_p \frac{d\theta_p}{dt} = \alpha_{ps} (\theta_p - \theta_M) + \alpha_{gp} S_{gp} (\theta_g - \theta_p) - \alpha_{pMa} S_{pMa} (\theta_p - \theta_{Ma}) \quad (50)$$

Donde:

α_{pMa} : Coeficiente integral de transmisión de calor a través de la pared del horno por unidad de longitud, $W/(m K)$.

θ_{Ma} Temperatura del medio ambiente, K .

c_p : Calor específico de la pared, $J/(kg.K)$.

M_p : Masa de la pared, kg .

La masa de la pared puede calcularse por la expresión:

$$M_p = V_p \rho_p \quad (51)$$

Donde:

V_p : Volumen de la pared, m^3 .

ρ_p : Densidad de la pared, kg / m^3 .

Esta pared está compuesta por dos capas, la del refractario y la de la carcasa. Para determinar el valor de V_p es necesario conocer el área de la sección transversal de cada capa, lo cual puede lograrse a través de las expresiones:

$$S_{ref} = \frac{\pi}{4} (d_{int} + 2\delta_{ref})^2 - \frac{\pi d_{int}^2}{4} = \pi \delta_{ref} (d_{int} + \delta_{ref}) \quad (52)$$

$$S_{carc} = \pi \delta_{carc} (d_{carc} + \delta_{ref}) \quad (53)$$

Luego, el volumen será:

$$V_p = S_p l \quad (54)$$

Donde:

l : Longitud de la pared, m .

El coeficiente α_{pMa} toma en consideración la transferencia de calor al medio por las tres vías: conducción a través de la pared, convección y radiación de la carcasa al medio. (Columbié Navarro 2002)

$$\alpha_{pMa} = \frac{1}{\frac{D_e \ln \frac{D'}{D}}{2 \lambda_{refr}} + \frac{D_e \ln \frac{D_e}{D'}}{2 \lambda_{carc}} + \frac{l}{\alpha_{cm}}} \quad (55)$$

Donde:

D' , D_e : Diámetro interior y exterior de la carcasa respectivamente, m.

λ_{refr} , λ_{carc} : Conductividad térmica del refractario y la carcasa respectivamente, W/(m K).

α_{cm} : Coeficiente de transferencia de calor de la carcasa al medio, W/(m² K).

Para α_{cm} , resulta válida la expresión:

$$\alpha_{cm} = \alpha_c + \alpha_r \quad (56)$$

Donde:

α_c : Coeficiente de transmisión de calor por convección de la carcasa al medio, W/(m² K).

α_r : Coeficiente de transmisión de calor por radiación de la carcasa al medio, W/(m² K).

Según (Mijiev & Mijeiva 1979)

$$\alpha_c = 1.314 \left(\frac{\Delta \theta_c}{D_e} \right)^{0.25} = 1.314 \left(\frac{\theta_k - \theta_m}{D_e} \right)^{0.25} \quad (57)$$

$$\alpha_r = 5.67 \varepsilon_k \frac{\left(\frac{\theta_k}{100} \right)^4 - \left(\frac{\theta_m}{100} \right)^4}{\theta_k - \theta_m} \quad (58)$$

Donde:

ε_k : Emisividad de la carcasa.

θ_k : Temperatura de la carcasa, K.

La superficie de transferencia de la pared al medio queda expresada por:

$$S_{pMa} = \pi D_e H \quad (59)$$

RESULTADOS

Las expresiones 4, 5, 6 y 7 constituyen el sistema de ecuaciones diferenciales del balance material dinámico del proceso de reducción para la obtención de ferroníquel, las cuales tienen en cuenta la cinética de las reacciones de reducción que tienen lugar en el agregado.

En el proceso ROF, las expresiones 11, 43 y 50 conforman el sistema de ecuaciones diferenciales del balance energético dinámico para el material, el gas y la pared, respectivamente; en las que se considera el intercambio de calor en el horno como un proceso complejo, y unidas a las del balance material (ecuaciones 4, 5, 6 y 7), constituyen el modelo matemático dinámico del proceso, el cual es complementado con las demás ecuaciones de enlace descritas anteriormente.

CONCLUSIONES

El modelo matemático del proceso de reducción para la obtención de ferroníquel (ROF) en el horno de soleras múltiples a partir del mineral laterítico de la región de Moa queda conformado por 16 ecuaciones diferenciales de primer orden que describen el comportamiento dinámico del objeto, enlazadas por varias ecuaciones algebraicas que establecen el nexo físico entre los diferentes parámetros y ecuaciones diferenciales.

Al definir las ecuaciones de balance material debe considerarse al horno de soleras múltiples en toda su integridad físico - química desde el punto de vista de los procesos de transferencia de masa y tener en cuenta la dinámica de las reacciones químicas que ocurren en las distintas zonas.

Las ecuaciones de balance energético muestran la elevada complejidad de los procesos de transferencia de calor en el horno e incluyen integralmente las tres formas básicas de transmisión, tanto en el espacio interior como hacia el exterior del objeto modelado.

REFERENCIAS

- ARRHENIUS, S. (1889). "Über die Reaktionsgeschwindigkeit bei der Inversion von Rohrzucker durch Säuren." *Zeitschrift fuer Physikalische Chemie* (4): 226-48
- ARRHENIUS, S. (1899). "Zur Theorie der chemischen Reaktionsgeschwindigkeiten." *Zeitschrift fuer Physikalische Chemie* (28): 7-35.
- CHANG-CARDONA, A. R. & YUZHANINOV, J. A. 1997: *Cálculo de los principales procesos en los hornos metalúrgicos*. Ed. Félix Varela, La Habana. 208 p.
- CHANG-CARDONA, A. R. & YUZHANINOV, J. A. 1997: *Hornos metalúrgicos*. Ed. Félix Varela, La Habana. 271 p.
- COLUMBIÉ-NAVARRO, A. O. 2002: Modelación matemática del proceso de calcinación del carbonato básico de níquel. Instituto Superior Minero Metalúrgico. Moa [Tesis doctoral] 85 p.
- JOHANSEN, S. T. 1997: Applications of computational fluid dynamics in optimization and design of metallurgical process. *Industrial and engineering chemistry research* 18 (2):101
- MARRERO – RAMÍREZ, S. 1989: Algoritmos y sistemas de control del proceso de reducción del mineral laterítico en hornos de soleras múltiples. Instituto de San Petersburgo. [Tesis doctoral] 162 p.
- MIJIEV, K & MIJEIVA, I. 1979: *Fundamentos de la termotransferencia*. Ed. Mir. Moscú. 150 p.
- MONING-FAIRES, V. 1975: *Termodinámica*. Ed. Pueblo y Educación. La Habana. 787 p.
- RAMÍREZ-MENDOZA, M. 2002: Modelación del proceso de postcombustión en un horno de reducción de níquel, Cuba. *Metalurgia CENIM* 38 (2) :150- 157.
- RIOSHKEVICH A.S, A.M PODKORBINSKY, M.M REJNIK. 1979: Modelo matemático de la transferencia de calor y de masa para la tostación de menas oxidadas de níquel en hornos rotatorios. *Revista Ts. M* (6):11- 15

Lianis Columbié Lamorú
Profesora Instructora. Ingeniera metalúrgica. Departamento de
Metalurgia. Instituto Superior Minero Metalúrgico, Moa, Cuba

lcolumbie@ismm.edu.cu

Ángel Columbié Navarro
Profesor Titular. Doctor en Ciencias Técnicas. Departamento de
Eléctrica. Instituto Superior Minero Metalúrgico, Moa, Cuba

acolumbie@ismm.edu.cu

Airem Garbey Frómeta
Profesora Instructora. Ingeniera metalúrgica. Departamento de
Metalurgia. Instituto Superior Minero Metalúrgico, Moa, Cuba

agarbeyf@ismm.edu.cu

Amaury Palacios Rodríguez
Profesor Auxiliar. Doctor en Ciencias Técnicas. Departamento
de Metalurgia. Instituto Superior Minero Metalúrgico, Moa,
Cuba

apalacios@ismm.edu.cu