

CDU : 550.37/378 (729.1)

## EL TENSOR DE SUSCEPTIBILIDAD DE POLARIZACION

José Antonio Díaz Duque, Profesor Auxiliar  
Candidato en Ciencias Geólogo-Mineralógicas  
J<sup>r</sup> del Grupo de Geociencias

Vicerrector de Investigaciones Científicas y de Educación de Posgrado del Centro Universitario de Pinar del Río

## RESUMEN

En el trabajo se realiza una caracterización de los medios anisótropos, y se extiende el concepto de la susceptibilidad de polarización a estos. Finalmente se obtiene la expresión tensorial de este parámetro físico, así como las expresiones correspondientes a las componentes normal y tangencial de la densidad de corriente en un medio anisótropo por la polarizabilidad.

## ABSTRACT

In this paper, a characterization is made of the anisotropic media, and the concept of susceptibility of polarization is made expanded to these media. Finally, the tensorial expression is obtained of this physical parameter, as well as the corresponding expressions to the normal and tangential components of the current density in an anisotropic medium by polarization.

## INTRODUCCION

De la teoría de la exploración eléctrica es bien conocido que los medios geológicos son anisótropos respecto a la conductividad eléctrica [2, 4, 5]. El estudio de tales medios y la elaboración de la metodología de las búsquedas de yacimientos minerales situados en los mismos, tiene un gran significado desde el punto de vista de la elevación de la efectividad de los métodos de la exploración eléctrica.

En los últimos años han sido publicados una serie de trabajos especializados sobre la anisotropía eléctrica de las rocas, y sobre la teoría del campo de diversas fuentes en medios anisótropos [1, 3]. No menos valor posee el estudio de la anisotropía de la polarizabilidad de las rocas y menas, y por supuesto, el comportamiento de la polarizabilidad aparente en los medios anisótropos.

En este trabajo se hace extensivo el concepto de la susceptibilidad de polarización a los medios anisótropos por la polarizabilidad, y se obtiene la expresión tensorial del mismo, lo que conduce al establecimiento de nuevas consideraciones en el desarrollo teórico y práctico del método de polarización inducida.

## CARACTERIZACION DE LOS MEDIOS ANISOTROPOS

Un medio físico es anisótropo cuando sus características o propiedades físicas varían con la direc-

ción en los infinitos puntos que lo conforman. Este concepto difiere del de heterogeneidad, según el cual un medio físico es heterogéneo si sus características físicas varían en los infinitos puntos que lo integran.

Numerosas investigaciones petrofísicas y geofísicas han demostrado que las rocas, en particular, y los medios geológicos, en general, son anisótropos y heterogéneos. La forma más simple de la anisotropía de una propiedad física específica en un medio dado consiste en la manifestación de esta propiedad con un valor máximo en una dirección constante en todos los puntos del medio y con un valor mínimo en la dirección perpendicular a la de la máxima.

En las rocas sedimentarias y metamórficas su anisotropía es debida a la textura estratificada de las mismas, para las cuales las propiedades físicas a lo largo de la estratificación difieren de las que existen en la dirección perpendicular a ella. De forma general, en toda roca o medio geológico es posible distinguir una familia de planos mutuamente perpendiculares en los que cada propiedad física se manifiesta con un valor máximo y otro mínimo.

Es posible caracterizar a un medio anisótropo mediante la representación esquemática de un medio estratificado (Figura 1). La propiedad física  $x$  tomará en cada estrato los valores  $X_A$  o  $X_B$ , en tanto para el medio en su conjunto se obtendrán dos valores típicos: en la direc-

ción normal a la estratificación  $x_n$  y en la dirección tangencial  $x_t$ .

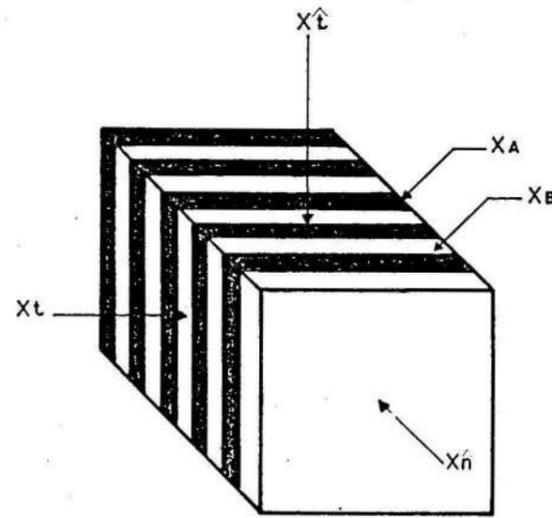


FIGURA No. 1

La expresión cuantitativa de la anisotropía viene dada por el denominado coeficiente de la anisotropía, que no es más que una función de la relación entre el valor de la propiedad según la dirección normal y su valor en la dirección tangencial:

$$A = F\left(\frac{x_n}{x_t}\right) \quad (1)$$

siendo  $F$  una función arbitraria de valores determinados.

En el caso particular de la propiedad resistividad eléctrica ( $\rho$ ), el coeficiente de anisotropía está dado por la expresión:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_t}} \quad (2)$$

siendo  $\rho_n$  y  $\rho_t$  las resistividades en las direcciones normal y tangencial a la estratificación, respectivamente.

Por su parte, el estudio de la anisotropía de la polarizabilidad de las rocas y los minerales, y de su comportamiento en los medios geológicos constituye un importante problema teórico que se manifiesta en la actividad práctica de la geofísica de exploración. Por tanto, resulta necesario determinar la expresión del tensor de la susceptibilidad de polarización.

#### SUSCEPTIBILIDAD DE LA POLARIZACION

La susceptibilidad de polarización es la propiedad física de las rocas y minerales que expresa la capacidad de polarización que tienen estos bajo la

acción de un campo eléctrico externo. Esta magnitud es adimensional y se representa por la letra  $c$ . Ella establece la proporcionalidad entre el momento dipolar de la polarización inducida en una unidad de volumen ( $P_{PI}$ ) y la intensidad del campo eléctrico polarizante ( $E$ ):

$$P_{PI} = -c E = -c(E_o + E_{PI}) \quad (3)$$

siendo  $E_o$  intensidad del campo primario de la corriente;  $E_{PI}$  intensidad del campo de polarización inducida.

Como parámetro práctico se utiliza la polarizabilidad ( $\eta$ ) que se expresa de la siguiente forma:

$$\eta = 4\pi c \quad (4)$$

En el caso de un medio geológico anisótropo por la polarizabilidad, el campo eléctrico total en un espacio cartesiano tridimensional ( $E_x, E_y, E_z$ ) determina el campo de la polarización inducida con los siguientes momentos por unidad de volumen:

$$P_{PI_x} = - (c_{xx} E_x + c_{xy} E_y + c_{xz} E_z) \quad (5)$$

$$P_{PI_y} = - (c_{yx} E_x + c_{yy} E_y + c_{yz} E_z) \quad (6)$$

$$P_{PI_z} = - (c_{zx} E_x + c_{zy} E_y + c_{zz} E_z) \quad (7)$$

El conjunto de factores  $c_{xx}, c_{xy}, \dots, c_{zz}$  forma al tensor de la susceptibilidad de polarización del medio:

$$c = \begin{pmatrix} c_{xx} & c_{xy} & c_{xz} \\ c_{yx} & c_{yy} & c_{yz} \\ c_{zx} & c_{zy} & c_{zz} \end{pmatrix} \quad (8)$$

el cual sustituye al escalar  $c$  en la expresión (3) en el caso de un conductor anisótropo polarizado.

Si consideramos la existencia de la propiedad de la simetría para este tensor, podemos entonces determinar por sus ejes principales:

$$c_{xx} = c_{yy} = c_t ; c_{zz} = c_n$$

$$c_{ij} = 0 \text{ para } i \neq j$$

De acuerdo con lo cual las expresiones (5), (6) y (7) se reducen a:

$$P_{PI_t} = -c_t E_t \quad (9)$$

$$P_{PI_n} = -c_n E_n \quad (10)$$

donde  $c_t$  y  $c_n$  son las susceptibilidades de polarización tangencial y normal del medio.

#### DENSIDAD DE CORRIENTE

conocido [2] que:

$$E = J \rho + E_{PI}^* \quad (11)$$

donde  $E$  es la intensidad del campo de polarización, por el que se comprende al campo total, actuando durante el tiempo de carga;  $J$  es la densidad de la corriente;  $\rho$  es la resistividad específica del medio;  $E_{PI}^*$  es la intensidad del campo de  $P_{PI}$ , determinada por los portadores de la fem de  $P_{PI}$  en el punto de observación.

En el caso de la polarización volumétrica del medio

$$E_{PI}^* = -4\pi P_{PI} \quad (12)$$

considerando que

$$J = J_o + J_{PI} \quad (13)$$

y utilizando las expresiones (9), (10), (11) y (12), obtenemos:

$$J_t = \sigma_t (1 - \eta_t) E_t \quad (14)$$

$$J_n = \sigma_n (1 - \eta_n) E_n \quad (15)$$

en donde  $\eta = 4\pi c$  resulta ser la polarizabilidad del medio con sus dos componentes, en tanto  $\sigma_t$  y  $\sigma_n$  son las conductividades eléctricas específicas, longitudinal y normal, respectivamente.

#### CONCLUSIONES

1. La anisotropía es un rasgo característico de todo medio geológico; de ello se deduce que las propiedades físicas que le son propias se representen mediante funciones tensoriales; tal es el caso de la susceptibilidad de polarización, o sus equivalentes, polarizabilidad y cargabilidad.
2. La consideración del tensor de la susceptibilidad de polarización conduce a la determinación de dos componentes principales de la densidad de corriente en un medio: la componente tangencial y la normal al mismo. Este hecho encuentra un importante reflejo en las condiciones de contorno para la ecuación de Laplace en un medio anisótropo polarizado volumétricamente.

#### REFERENCIAS

1. BJATACHARIYA, B. B.: "El campo eléctrico de las fuentes utilizadas en la exploración eléctrica de los medios anisótropos". Referencia de la tesis para la obtención del grado científico de Candidato en Ciencias Físico-Matemáticas. Universidad Estatal de Leningrado, 1974 (en ruso).
2. BURSIA, V. R.: **Teoría de los campos electromagnéticos utilizados en la exploración eléctrica**. 2a. ed. Ed. Nedra, Leningrado, 1972 (en ruso).
3. JUPP, D. L. y K. VOZZOF: **Resolving Anisotropy in Layered Media by Joint Inversion**. Geophys. Prosp., 1977.
4. YAKUBOVSKII, Y. V.: **Exploración eléctrica**. 2a. ed. Ed. Nedra, Moscú, 1980.
5. REDOZUBEV, A. A.: "Cuestión de la aplicación de la exploración eléctrica en las rocas anisótropas". *Voprosi rudoi gueofizika*. Trabajo del Instituto de Minas de Sverdlovsk, 1973 (en ruso).