

# CÁLCULO AUTOMATIZADO DE DERIVADAS PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS INGENIERILES

Lic. Arístides A. Legrá Lobaina  
Lic. Dulce M. Atanes Beatón\*

— Departamento de Matemáticas. Instituto Superior Minero Metalúrgico. \* Universidad de Oriente, Santiago de Cuba —

## RESUMEN:

Se presenta un algoritmo que permite automatizar el cálculo de la expresión analítica de la derivada de una función dada analíticamente. La programación de este algoritmo se desarrolló en el ISMM en lenguaje Turbo Pascal (cualquier versión), y permite simplificar notablemente los cálculos que lleva implícito la evaluación de derivadas al resolver problemas de geología, minería y metalurgia.

## ABSTRACT:

An algorithm which permits the automatization of the calculus of the analytical expression of a derived function analytically is presented. This algorithm programming was developed at ISMM, in Moa, in Turbo Pascal language (any version) and has permitted notably the simplification of various calculus which have implicit the derived evaluations to solve the problems of geology, metallurgy and mining specialities.

## CURSOS DE MAESTRÍA

### Instituto Superior Minero Metalúrgico

- GEOLOGÍA
- GEOMECÁNICA
- CONSTRUCCIÓN SUBTERRÁNEA
- VOLADURAS
- PROTECCIÓN AMBIENTAL Y EXPLOTACIÓN DE LOS GEO-RECURSOS
- METALURGIA EXTRACTIVA

#### Requisitos generales de ingreso

1. Ser graduado de nivel superior.
2. Dominar, al menos, 1 idioma extranjero (preferentemente Inglés).
3. Tener dominio de las técnicas de Computación.
4. Estar vinculado con la actividad según la Maestría a desarrollar.

#### Modalidades

- A tiempo completo
- A tiempo compartido
- Tutorial (a distancia)

#### Duración

- 1,5 años para la modalidad a tiempo completo.
- 2 años para las modalidades a tiempo compartido y tutorial.

#### Estructura

En cada Maestría se contemplan asignaturas obligatorias y electivas, así como la realización de una tesis.

Muchos métodos que resuelven problemas ingenieriles llevan implícito el cálculo de derivadas de funciones reales de variable real. En la esfera geólogo-minera podemos mencionar los estudios gravitatorios, sísmicos, geoelectrónicos, magnéticos, longitudes, áreas, volúmenes, parámetros de explosiones y transportación entre otros.

Cuando decidimos desarrollar programas para computadoras que automaticen los cálculos, nos encontramos para la determinación de las derivadas con tres opciones:

1. Cada vez que se necesite una derivada el programa la solicitará y el usuario deberá tener la suficiente preparación matemática como para calcularla y pasarla al programa, esto es una desventaja pues exige usuarios con mayor especialización matemática y mayor volumen de trabajo.

2. Utilizar un método numérico aproximado para el cálculo de las derivadas, lo cual tiene la desventaja de que no podemos disponer de las expresiones analíticas y los niveles de precisión en los cálculos, en ocasiones, no satisfacen nuestras necesidades.

3. Lograr que el programa determine la expresión analítica de la función derivada y luego pueda evaluarla. Esto es lo óptimo si contamos con el algoritmo adecuado y logramos completarlo en el lenguaje de programación que usamos.

Este último constituye un problema realmente complejo para los que programan en lenguajes como Pascal, C, BASIC. El objetivo de este trabajo es mostrar un algoritmo para determinar la expresión de la derivada de una función dada como una cadena de caracteres en lenguaje Pascal.

Sea  $f$  una expresión analítica de una función, expresada como una cadena de caracteres (por ejemplo pudiera ser  $f = \text{'Sin}(x^2+5)$ ) y sea  $v$  la variable independiente respecto a la cual se derivará, expresada de la misma forma.

El primer paso será analizar si  $f$  es una expresión entre paréntesis y si es así eliminarlos (por ejemplo,  $f = ((x+\ln(x)))'$  se escribiría  $f = x+\ln(x)$ ).

En segundo lugar, si su primer carácter es '+' ó '-' deberemos escribirlo nuevamente, eliminando el carácter '+' en el primer caso y como  $f = 0'+f$  en el segundo caso por ejemplo  $f = -x'$  se escribe  $f = 0-x'$ .

En la continuación analizamos si  $f = v$  y en ese caso la derivada  $d = 1$  y termina el cálculo; en caso contrario buscamos la operación de "menor preferencia" en  $f$ . La operación de menor preferencia es aquella que realizamos en último lugar cuando evaluamos la expresión para un valor. En este paso está el núcleo del algoritmo, por lo que lo explicaremos con mayor detalle a continuación.

Analizamos primeramente si la operación buscada es suma o resta, si no es así determinamos si es producto o cociente, posteriormente, si no corresponde a ninguna de estas 2 operaciones anteriores valoramos si es potencia y si no lo es estaremos en presencia de una función de la forma  $g(\text{argumento})$  no constante o una constante respecto a  $v$ .

Para realizar la búsqueda de la operación debemos hallar en  $f$  el carácter correspondiente (por ejemplo '+' para la suma) y si lo encontramos, separamos las subexpresiones  $f_a$  y  $f_p$  como las partes anteriores y posteriores al carácter, luego contamos los paréntesis de  $f_a$  de manera que si empezamos la cuenta en 0, para cada '(' sumamos una

unidad y para cada 'y' restamos una unidad, si esta suma es 0 y lo mismo sucede para fp, entonces, ésta será la operación de menor preferencia buscada.

Si las operaciones son +, -, \*, / ó ^ se calculan con el mismo algoritmo las derivadas de fa y fp (respectivamente fa' y fp') y se aplican las reglas de derivación:

$$(fa + fp)' = f'a + f'p$$

$$(fa - fp)' = f'a - f'p$$

$$(fa * fp)' = fa*f'p + f'a*fp$$

$$(fa / fp)' = (f'a*fp - fa*f'p) / (fp)^2$$

$$(fa \wedge fp)' = (Exp(fp \cdot \ln(fa)))' = fa^fp * (f'p \cdot \ln(fa) + fp * f'a/fa)$$

Hay que hacer notar que en algunos lenguajes de programación, como el Pascal, expresiones como  $f = x/\sin(x)/\ln(x)$  son equivalentes a  $f = x/(\sin(x) \cdot \ln(x))$  por lo que para usar este algoritmo deberá transformarse siempre de la primera a la segunda forma.

Si no se encontró ninguna de las operaciones buscadas analizamos si  $f = g$  (argumento), si esto no es posible, consideramos a f una constante y su derivada es '0'. Si logramos separar g y (argumento) (por ejemplo si  $f = \exp(x+3)$  se tiene  $g = \exp$  y argumento =  $(x+3)$ ) se le calcula con este algoritmo la derivada al argumento (en caso de función compuesta) y se buscará en una tabla la expresión correspondiente a la derivada de g (por ejemplo si  $g = \text{sen}$  entonces,  $dg = \text{cos}$ ) obteniéndose de esta forma por la regla de la cadena:

$$(g(\text{argumento}))' = dg(\text{argumento}) * (\text{argumento})'$$

En los casos en que g no sea una expresión reconocida como función o que la derivada del argumento respecto a v sea '0', entonces la derivada de g(argumento) será '0'.

Al terminar el proceso de derivación de f es conveniente sustituir el paréntesis en los casos en que se tuvo al principio y fue eliminado.

## CONCLUSIONES

Este algoritmo ha sido programado con éxito en el lenguaje Pascal (Turbo Pascal, cualquier versión) y se empleó en los programas AMIGO, GEOMETRI y VOLUAREA, producidos por el ISMM y comercializados en Cuba y Venezuela.

El programa VOLUAREA realiza cálculos de longitudes de curvas, áreas y volúmenes relacionados con la geología y la minería. También queremos hacer notar que es fácil generalizar este algoritmo para el cálculo de límites y para la evaluación de expresiones, aspectos que también hemos desarrollado y son imprescindibles a los programadores de métodos ingenieriles.

## BIBLIOGRAFÍA

- BOLEY, H.: "Relfun: A Relational/Functional Integration With aliud Clauses", *Sigsam Bulletin*, vol. 21, no. 12, pp. 7-98, december, 1986.
- CAPRASSE, H. and M. HANS: "A New Use of Operators in the Algebraic Mode of Reduce", *Sigsam Bulletin*, vol. 19, no. 3, pp. 46-52, august, 1985.
- GOLDEN, J.P.: "Diferentiation of Unknown Functions in MACSYMA", *Sigsam Bulletin*, vol. 19, no. 2, pp. 19-24, may, 1985.
- McCRACKEN, DANIEL D.: "Programacion Fortran IV", Ed. Pueblo y Educacion, La Habana, 1974.
- McISAAC, K.: "Patern Matchin Algebraic Identities", *Sigsam Bulletin*, vol. 19, no. 2, pp. 4-13, may, 1985.
- PFEIFFER, F.W.: "Automatic diferentiation in Prose", *Signum Newsletter*, vol. 22, no. 1, pp. 2-8, january, 1987.
- TURBO PASCAL: THE COMPLETE, t. I y II, ENPES, La Habana, 1995.
- WINSTON, PATRICK H.: "Prolog Programming for Artificial Intelligence", ed. Revolucionaria, La Habana, 1988.

# LIBROS

## APUNTES DE MÉTODOS GEOQUÍMICOS

Autor: *Antonio Rodríguez Vega*

Departamento de Geología. ISMM

Se exponen los aspectos básicos de la geoquímica, formación de las aureolas primarias y secundarias, y su importancia para la búsqueda de yacimientos. Además, se estudian las particularidades de la migración de los elementos en los diferentes paisajes geoquímicos; se describen las etapas de la búsqueda litogeoquímica, hidrogeoquímica y biogeoquímica, y las tareas que resuelve cada una de ellas.

## FORTIFICACIÓN DE EXCAVACIONES HORIZONTALES

Autor: *Roberto Blanco Torrens*

Departamento de Minas. ISMM

Se tratan criterios actuales para la evaluación de la estabilidad de las excavaciones horizontales y los métodos utilizados con el fin de aumentar la misma.

Se hace un amplio análisis de los diferentes materiales empleados en las excavaciones horizontales y de la elección del tipo de fortificación, estudiándose las características constructivas, condiciones de empleo y principios de cálculo de éstas.

## INTRODUCCIÓN A LA ELECTROMECAÁNICA MINERO-METALÚRGICA

Autor: *Rafael Pérez Barreto*

Departamento de Electromecánica. ISMM

Presenta materiales de carácter general, relacionados con la técnica y la industria, la actividad estudiantil y educativa, el contenido del trabajo ingeniero y científico, elementos de economía y protección del trabajo, así como la explotación y reparación de las instalaciones electromecánicas y de máquinas de transporte en la industria minero-metalúrgica y de materiales de construcción. Incluye temas relacionados con la producción minera, beneficio de minerales, metalurgia y tecnologías para la producción de metales o concentrados con interés actual o prospectivo en Cuba.

## EQUIPOS DE LA METALURGIA NO FERROSA

Autores: *Armín Mariño*

*Luis Mora Cervantes*

*Antonio Chang Cardona*

Departamento de Metalurgia. ISMM

Ofrecen ecuaciones y procedimientos fundamentales relacionados con el cálculo tecnológico de bombas, ventiladores, compresores y equipos para el transporte continuo de materiales sólidos. Analiza procesos tales como: alimentación, lavado, filtración, transferencia de calor y de masa, y electrólisis, incluyendo prácticas de laboratorio con situaciones concretas. Además, estudia la determinación de las principales medidas de los equipos y aparatos de la industria hidrometalúrgica.