

LEYVA R., C. y otros: "Características y perspectivas del cuarzo filoniano en la región oriental de Cuba", *Minería y Geología*, 10 (2), 1993.

LEYVA R., C. y L.V. KULACHKOV: *Características geológicas y regularidades de distribución del cuarzo filoniano en la región oriental de Cuba*, Resumen II Congreso Cubano de Geología y Minería, Santiago de Cuba, 1994.

—: "Hallazgos de cristal de roca en la parte oriental de Cuba", *Minería y Geología*, 12 (3), 1995.

LEYVA R., C. y J. PONS: "Posibilidades de utilización de materias primas de la región de Moa como materiales refractarios y aislantes térmicos en las industrias del níquel", *Minería y Geología* 13 (1), 1996.

Mapa Geológico de la República de Cuba a escala 1:250 000, MINBAS, 1988.

MARTÍN C., G.: *Materia prima mineral cuarzosa. Glosario de términos vinculados con ellas y su utilización industrial*, C. Habana, 1986.

MARTÍNEZ S., J. y L. KLEN: *Memoria al mapa mineragénico-pronóstico de la República de Cuba*, I.G.P., MINBAS, 1993.

MILLÁN T., G.: "Posición estratigráfica de las metamorfitas cubanas", *Minería y Geología*, Edición especial, 1991.

NICOLAEV, A. y otros: *Informe geológico sobre los resultados de los trabajos de búsquedas y levantamiento geológico a escala 1:100 000, en las montañas de la Sierra del Purial, al este de la provincia de Guantánamo*, Fondo geológico, 1981.

PÉREZ G., M. y C. LEYVA: *Proyecto para la búsqueda detallada y evaluativa de cuarzo filoniano, pegmatita y cuarcita en la*

Provincia Santiago de Cuba, en el área de La Corea, Municipio II Frente, E.G.M.O., 1988.

QUINTAS C., F. y otros: *Informe preliminar sobre los trabajos de reconocimiento geológico en la zona de La Corea. Municipio II Frente*, Santiago de Cuba, Fac. de Geología, 1987.

QUINTAS C., F.: *Estatigrafía y Paleogeografía de la provincia Guantánamo y áreas cercanas*, Tesis doctoral, Centro de Información Científico-Técnica ISMM, ISMM, 1989.

QUINTAS C., F. y otros: "AEF del Mesozoico en Cuba oriental y la Española", *Minería y Geología*, 11 (3), 1994.

RODRÍGUEZ D., A.: *Particularidades geológicas de las manifestaciones de talco, aplita y micas de la zona El Palenque de Imías, Guantánamo*, Trabajo de diploma, Facultad de Geología, ISMM, 1993.

SOMÍN M., L. y G. MILLÁN: "Geología de los complejos metamórficos de Cuba", Editorial Nauka, Moscú (en ruso), 1981.

—: *Nuevos datos sobre la geología del macizo montañoso de la Sierra del Purial, Cuba oriental*, Reporte de Investigación del Instituto de Geología y Paleontología, no. 2, 1985.

SVOBODA, V.: *Informe geológico final de la región Alto de La Corea, Levisa, Batista y Moreiro donde se encuentran los yacimientos de pegmatitas y la presencia de arena sílice y asbesto*, Fondo Geológico, 1965.

TSIOUTSKI S., S.: *Evaluación preliminar de las manifestaciones de la materia prima cuarzosa de la República de Cuba y recomendaciones para la dirección ulterior de los trabajos de prospección geológica*, C. de La Habana, 1985.

DETERMINACIÓN DE LOS VOLÚMENES DE SÓLIDOS MINERALES IRREGULARES USANDO SPLINE CÚBICO NATURAL

Lic. Aristides A. Legrá Lobaina
Lic. Alfonso M. Puentes Martín

Departamento de Matemáticas. Instituto Superior Minero Metalúrgico

RESUMEN:

Se presenta un algoritmo para determinar los vértices del polígono convexo frontera de una región que contiene n puntos conocidos del plano, así como un criterio para definir polígonos no convexos. Se propone el cálculo de áreas planas mediante interpolación por spline cúbico natural en coordenadas polares donde se tiene en cuenta un criterio para manejar numéricamente la zona de influencia. A partir de estos resultados se obtienen volúmenes de regiones del espacio mediante el Método de Perfiles Horizontales.

Muchos problemas de la minería y de la geología se modelan matemáticamente como un conjunto de n puntos del plano, donde se hace necesario determinar entre ellos los k puntos que constituyen los vértices del polígono que es frontera de la región del plano que contiene los n puntos, y donde dichos vértices son algunos o todos los puntos dados. Si imponemos la condición de convexidad al polígono, entonces el problema tiene solución única, cuestión que es evidente; en caso contrario no siempre hay solución única y se necesita algún criterio que defina el nivel de la no convexidad.

Dentro de las ciencias geológicas y mineras son problemas actuales, el cálculo automatizado y eficiente del área de la región limitada por una curva, de la cual conocemos k puntos de su frontera, considerando, o no, alguna zona de influencia y el cálculo de volúmenes de un sólido mineral irregular del que sabemos algunos puntos.

Por otra parte, se ha planteado anteriormente (Legrá, 1994) que el cálculo de volúmenes geológico-mineros sobre redes no rectangulares es reducible al cálculo sobre cierta red rectangular asociada, y para realizarlo se necesita conocer cuáles puntos de la proyección en XY son parte de la frontera de la proyección de todos los puntos en el plano.

En este artículo presentamos un algoritmo para determinar los k puntos de la frontera poligonal convexa de n puntos dados, así como un criterio para medir la no convexidad global. Además, proponemos un método para el cálculo del área de la región usando interpolación por spline cúbico natural en coordenadas polares, teniendo en cuenta, o no, una zona de influencia. Finalmente, se describe el algoritmo para calcular el volumen de un sólido mineral irregular, del que conocemos algunos puntos.

ABSTRACT:

In order to determine the vertices of a convex polygon which is boundary of an n point region presented is an algorithm as well as a criterion to define no convex polygons. Through interpolation by cubic natural spline and vertices it's possible to calculate plain areas on polar coordinates systems where a criterion is taken into consideration to manage the influence zone. As a result, volumens of spatial regions through the method of horizontal cross-section are obtained.

Supongamos que tenemos los n puntos del plano $P_1(X_1, Y_1), P_2(X_2, Y_2), \dots, P_n(X_n, Y_n)$ donde $n > 2$ y al menos dos de los puntos no son colineales.

Algoritmo del ángulo mínimo

Busquemos el punto $A_1(x_a, y_a)$ tal que:

$$a) y_a = \min\{y_i\} \quad b) x_a = \min\{x_i; y_i = y_a\}$$

Hacemos la traslación $x_{1i} = x_i - x_a; y_{1i} = y_i - y_a$, nótese que y_{1i} es no negativo.

Buscamos entre todas las rectas que unen a cada punto $P_i(x_{1i}, y_{1i})$ diferentes de A_1 con el punto $(x_1, y_1) = (0, 0)$ a la que cumpla que el ángulo B_1 que forman sea:

$$B_1 = \text{Mín} \left\{ \begin{array}{l} \arctan(y_{1i}/x_{1i}) \text{ si } x_{1i} > 0, y_{1i} \geq 0 \\ \pi/2 \text{ si } x_{1i} = 0, y_{1i} > 0 \\ \pi + \arctan(y_{1i}/x_{1i}) \text{ si } x_{1i} < 0, y_{1i} \neq 0 \\ 3\pi/2 \text{ si } x_{1i} = 0, y_{1i} < 0 \\ 2\pi - \arctan(y_{1i}/x_{1i}) \text{ si } x_{1i} > 0, y_{1i} < 0 \end{array} \right.$$

A este punto le llamaremos $A_2(X_{1a}, y_{1a})$. Realizamos el cambio de coordenadas:

$$x_2 = x_1 \cos(b_1) + y_1 \sin(b_1) - x_{1a}$$

$$y_2 = -x_1 \sin(b_1) + y_1 \cos(b_1) - y_{1a}$$

Esto equivale a tomar el centro en (x_{1a}, y_{1a}) y rotar los ejes un ángulo B_1 en el sentido positivo usual (Efimov, 1969; Kindle, 1977) (ver Figura 1).

FACULTAD DE ELÉCTRICA

El ingeniero que forma resuelve de manera independiente y creadora tareas como la explotación y proyección de sistemas de alumbrado, redes eléctricas de medio y bajo voltajes, sistemas de tierra y pararrayos, selección y explotación de medios eléctricos y electrónicos de accionamiento de cargas mecánicas industriales, mediciones técnicas de regulación y control eléctricas y electrónicas.

El posgrado se desarrolla en sus formas académicas y de superación profesional. Se cursan dos maestrías: Electromecánica Minero-Metalúrgica y Control de Plantas Minero Metalúrgicas, además, existe una especialidad de eficiencia energética de la industria Minero Metalúrgica que se imparte por un claustro de excelencia de doctores en Ciencias Técnicas, profesores titulares y auxiliares.

Sé imparten cursos de posgrado en las temáticas:

- Ahorro de energía.
- Bombas, ventiladores y compresores.
- Accionamiento y automática.
- Transporte hidráulico.
- Electrónica industrial.
- Instrumentación y control.
- Suministro eléctrico.
- Sistemas electroenergéticos.

Este proceso se repite hasta que $A_{k+1} = A_1$, obteniéndose los k ángulos B_j y los k puntos A_1, A_2, \dots, A_k que son los vértices del polígono convexo frontera de los n puntos del plano y por construcción estos puntos están ordenados positivamente en el sentido de los ángulos C_j que forman las rectas que unen A_j con A_1 ($j=2, \dots, k$) con el eje A_1X_1 . En el caso de que existan q puntos, $q > 1$, para los que se tiene el ángulo mínimo B_j , entonces se calculan las distancias (Lehman, 1965; Kindle, 1977):

$$d_l = \sqrt{x_{jl}^2 + y_{jl}^2} \quad l=1, \dots, q$$

y se toma:

1. Todos los puntos x_{jl} si queremos incluir en la sucesión $\{A_j\}$ a todos los puntos de los n dados que pertenecen al polígono convexo frontera.
2. El punto donde $d = \max(d_l)$ si queremos que la sucesión $\{A_j\}$ sólo incluya puntos no colineales tres a tres. A esta sucesión la llamaremos mínima

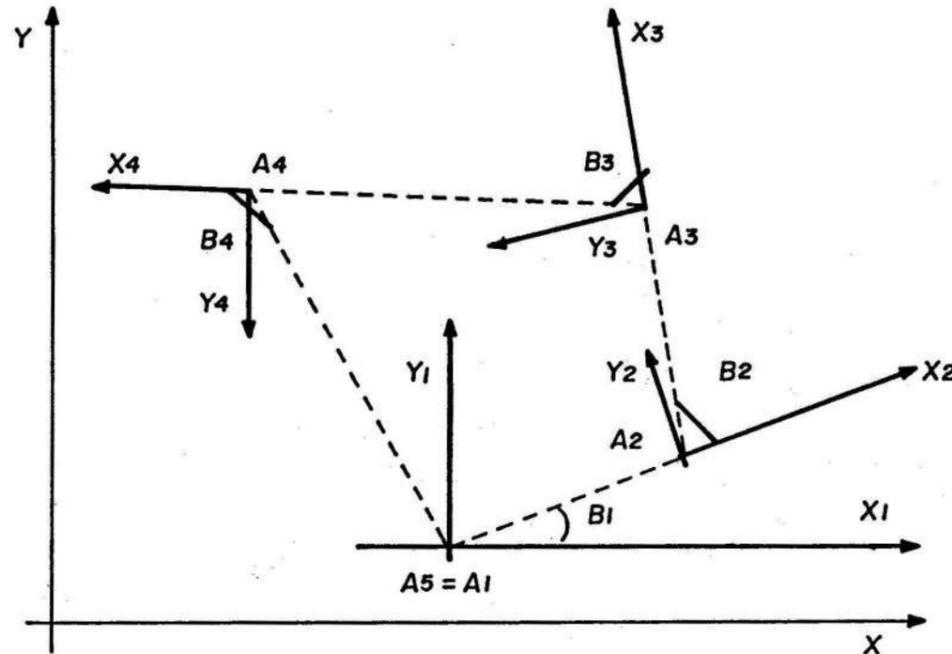


FIGURA 1. Algoritmo del ángulo mínimo.

Modelo de la sucesión mínima en coordenadas polares

Lema: Sean los k puntos $\{A_j\}$ que forman la sucesión mínima de un polígono convexo y sea $A_m(x_m, y_m)$ tal que:

$$x_m = \left(\sum_{j=1}^k x_j \right) / K \quad \text{y} \quad y_m = \left(\sum_{j=1}^k y_j \right) / K$$

Entonces A_m pertenece al interior de la región limitada por el polígono.

Demostración:

Sean A_p y A_{p+1} la pareja de puntos consecutivos de $\{A_j\}$ más cercanos a A_m (de existir más de una pareja se toma cualquiera). Si trasladamos el centro a A_p y rotamos el sistema de manera que la recta que pasa por A_p y A_{p+1} sea el eje de las abscisas en las nuevas coordenadas, y la ordenada de A_p sea mínima en el nuevo sistema, entonces, si suponemos

que A_m no está en el interior del polígono se tiene que la ordenada de A_m en las nuevas coordenadas sería menor o igual a la ordenada de A_p en las nuevas coordenadas. Como las transformaciones realizadas mantienen el carácter de punto medio de A_m (cuestión totalmente demostrable) se tiene una contradicción, pues la media aritmética entre dos o más números es estrictamente mayor que el valor mínimo de ellos. LQQD.

Hagamos los cambios de coordenadas $s = x - x_m$, $t = y - y_m$, $u = s \cos(b) + t \sin(b)$ y $v = -s \sin(b) + t \cos(b)$ donde:

$$b = \pi + \arctan(t/s) \quad (t = x_1 - x_m, s = y_1 - y_m)$$

Pasando a coordenadas polares se puede formar la sucesión de los $w=k+1$ puntos $A_j(O_j, P_j)$ donde $j=1, \dots, w$ y se tiene que O_j y P_j se calculan con las fórmulas usuales (Lehman, 1965; Kindle, 1977) para $j=1, \dots, k$. Además, $O_w = 2\pi$ y $P_w = P_1$.

De esta manera se forman k sectores S_j limitados por los ángulos O_j, O_{j+1} y las funciones $P=f_j(O)$, $j=1, \dots, k$ (ver Figura 2).

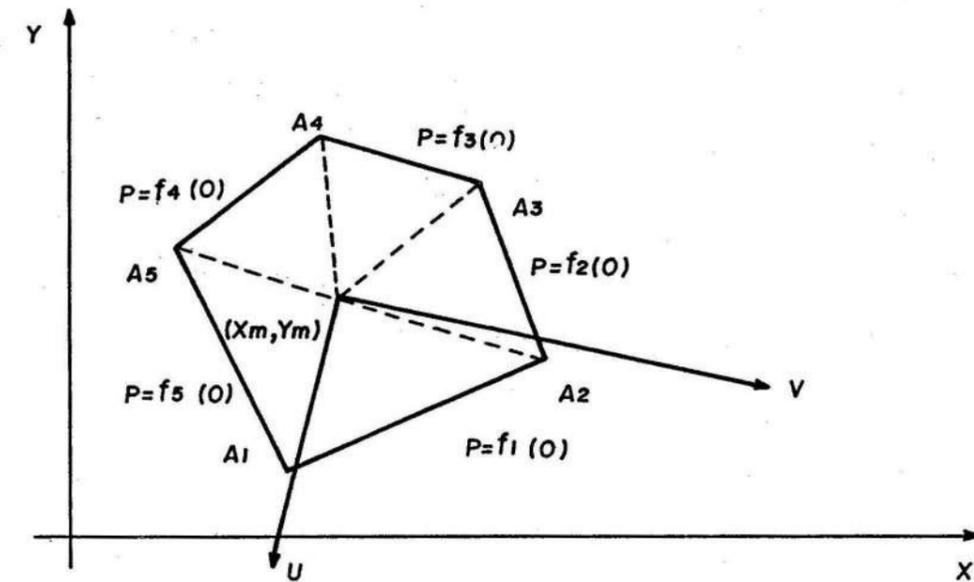


FIGURA 2. Modelo de la sucesión mínima y del polígono convexo.

La idea principal de nuestro modelo es sustituir cada función $P=f_j(O)$ que representa una recta en coordenadas rectangulares, por alguna función que sea geoméricamente más "suave". Puesto que sólo conocemos de la función que describe a la frontera los puntos (O_j, P_j) exigiremos una que sea interpolante a (O_j, P_j) , cerrada y continua, con derivadas primera y segunda continuas, que tenga pocas oscilaciones y que, además, sea fácil de determinar y usar. Esta función es el spline cúbico natural (función curvígrafo) (Ackinson, 1978; Cheney, 1985).

La función obtenida, por tramos, es:

$$P_j = g_j(O) = a_j + b_j(O - O_j) + c_j(O - O_j)^2 + d_j(O - O_j)^3$$

donde O pertenece a $[O_i, O_{i+1}]$, $i=1, \dots, k$.

Criterio numérico para medir la no convexidad de la región plana

Supongamos que entre los n puntos dados existe un punto Q que pertenece al interior de la región limitada por el polígono convexo, y queramos definir un polígono no convexo que tenga los vértices $\{A_j\}$ y también a Q . Esto puede decidirse de muchas maneras, analizando que en muchos problemas prácticos generalmente no es conveniente que el nuevo polígono no convexo disminuya el área del anterior de manera arbitraria, y además, se necesita precisar en qué posición dentro de la sucesión $\{A_j\}$ estará Q (Davis y David, 1979). Proponemos el siguiente criterio:

Obtenemos las coordenadas polares de Q , (O_q, P_q) , en el sistema UV . Suponiendo que O_q está

$$\text{Área Pol} = \frac{\sum_{j=1}^k P_j P_{j+1} \sin(O_{j+1} - O_j)}{2} = \frac{\sum_{j=1}^k \int_{O_j}^{O_{j+1}} f_j^2(O) dO}{2}$$

entre O_c y O_{c+1} , evaluamos O_q en la función (1) y se obtiene P_c . Si $|P_q - P_c| \leq E$ entonces se incluye el punto Q . Le llamaremos a E radio de no convexidad. Se forma la nueva sucesión $\{B_j\}$ donde $B_j = A_j$ para $j < c$, $B_c = Q$, $B_{c+1} = A_{c+1}$ para $j > c$, $j=0, \dots, k$.

Esta idea se puede extender a la determinación de la llamada zona de influencia de la región, cuestión que se maneja en los cálculos geólogo-mineros (Lepin y Ariosa, 1986). Basta tomar a partir de la fórmula (1) la nueva fórmula:

$$P_i = Z + a_i + b_i(O - O_i) + c_i(O - O_i)^2 + d_i(O - O_i)^3 \quad (2)$$

donde O pertenece a $[O_i, O_{i+1}]$ y $i=1, \dots, k$.

Al número Z le llamaremos radio de influencia.

Cálculo del área de la región plana

Si consideramos el polígono de vértices A_j , se tiene la fórmula clásica (Lehman, 1965):

$$\text{Área Pol} = \sum_{j=1}^{k-1} (y_j + y_{j+1})(x_j - x_{j+1}) + (y_k + y_1)(x_k - x_1)$$

Si unimos todos los puntos A_j , $j=1, \dots, k$ con A_m se tienen k triángulos con el vértice común A_m .

El área del polígono es igual a la suma de las áreas de los k triángulos de vértices A_m, A_j y A_{j+1} para $j=1, \dots, k$, donde $A_{k+1} = A_1$ (Thomas, 1963; Lehman, 1965; Kindle, 1977), o sea:

La aproximación que se logra al calcular el área tomando a $f(O)$ como las rectas que unen a los puntos (O_j, P_j) con (O_{j+1}, P_{j+1}) , $j=1, \dots, k$ es analoga a cuando usamos la fórmula de los rectángulos en coordenadas cartesianas. Del error que se comete no afirmaremos nada, puesto que desconocemos la función que describe realmente el fenómeno y, en el mejor de los casos, sólo podemos estimar o acotar este error. Sin embargo, la teoría nos demuestra que cuando conocemos la función de donde se obtuvieron los puntos A_j , $j=1, \dots, k$ el error del cálculo de la integral disminuye, en general, cuando la función de interpolación usada en la fórmula de cuadratura no es lineal (Nikolski, 1990) a menos que la función desconocida sea lineal, caso en que se igualan.

También, desde el punto de vista del sentido común y de la práctica que conocemos, los modelos

$$\text{Área} = \frac{\sum_{j=1}^{k-1} \int_a^{a+1} g_j^2(O) dO}{2} = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^k \left[\begin{array}{l} a_j^2 (O_{j+1} - O_j) + \\ (a_j^2 + 2 a_j b_j) (O_{j+1} - O_j)^2 / 2 + \\ (2 a_j c_j + b_j^2) (O_{j+1} - O_j)^3 / 3 + \\ (2 a_j d_j + 2 b_j c_j) (O_{j+1} - O_j)^4 / 4 + \\ (2 b_j d_j + c_j^2) (O_{j+1} - O_j)^5 / 5 + \\ 2 c_j d_j (O_{j+1} - O_j)^6 / 6 + \\ d_j (O_{j+1} - O_j)^7 / 7 + \end{array} \right]$$

Quedan por definir las áreas de las regiones cuando se tiene un sólo punto, o dos o más puntos colineales. En el primer caso es obvio que se puede definir Área = $Pi Z^2$ donde Z es el radio de influencia. En el segundo caso, Área = $P(Z+a)(Z+b)$ donde Z es el radio de influencia, a es la semidistancia entre los dos puntos más alejados y b es el radio menor de la elipse auxiliar definido como $b = \lambda a$, donde $\lambda \in (0,1)$. Esta constante se define para cada caso particular; en nuestra opinión debe ser muy pequeña.

Cálculo del volumen de un sólido irregular del que conocemos algunos puntos

Supongamos que se han realizado m mediciones, de las cuales n han intersectado cierta región espacial a la que llamaremos sólido. Aceptaremos que para cada uno de las n mediciones positivas se tienen en general los valores, a saber: $x_i, y_i, z_1, \dots, z_{ip_i}, v_1, \dots, v_{iq_i}$ donde las z_i representan todas las cotas donde "se pasa del no sólido al sólido" y v_i las cotas donde "se pasa del sólido al no sólido" para el par (x_i, y_i) y además aceptaremos que las z_i son las cotas superiores. Siendo $dz = \max\{z_i\} - \min\{v_j\}$ tomaremos los valores auxiliares $z_j = \min\{v_j\} + (j-1) \cdot dz / (k-1)$ donde $k > 1$ y

geólogo-mineros plantean para este caso la necesidad de tener una curva cerrada con las propiedades del spline cúbico natural. A pesar de que algunos autores afirman que siendo el contorno real desconocido es lo mismo tomarlo poligonal o curvilíneo (Lapin y Ariosa, 1986) nuestro criterio es que tomando una aproximación del contorno (que es esencialmente una función) se debe tomar, dentro de los límites que impone la posibilidad de los recursos del cálculo práctico, el modelo que más nos convenga. Proponemos como solución modelar la frontera de la región mediante la fórmula (1), la cual nos permite actuar con los radios de no convexidad y de influencia, elementos importantes en los cálculos geólogo-mineros.

La fórmula para calcular el área de la región se escribe:

además, $j=1, \dots, k$. Sean los conjuntos vacíos E_j , $j=1, \dots, k$; para cada z_j determinemos para $i=1, \dots, n$, para $u=1, \dots, p_i$ y para $w=1, \dots, q_i$, si $z_{iu} z_j v_{iw}$ y en ese caso incluimos a (x_i, y_i) en el conjunto E_j . Hallamos las áreas A_j de las regiones que contienen a los puntos de E_j siguiendo el procedimiento descrito anteriormente y formamos el conjunto de pares (z_j, A_j) . Ahora, puesto que el valor de $k > 1$ es arbitrario, podemos aplicar una fórmula de cuadratura conveniente (Nikolski, 1990) y calcular la integral definida de A en función de z , equivalente al volumen del sólido (Thomas, 1963). También se obtienen resultados satisfactorios calculando la función spline cúbico natural:

$$A_j = a_j + b_j(z - z_j) + c_j(z - z_j)^2 + d_j(z - z_j)^3$$

para $j=1, \dots, k-1$, e integrando la misma por tramos.

Tres cuestiones definen la precisión del método:

1. El número n de mediciones positivas define la precisión del cálculo de las áreas horizontales (Alfonso-Roche, 1989; Davis, 1983; Rodríguez-Miranda, 1987).
2. El valor de k define la precisión del cálculo en el sentido vertical (Nikolski, 1990).

3. El uso conveniente de los radios de no convexidad y de influencia pueden garantizar que las irregularidades del sólido en las direcciones X e Y , sean tenidas en cuenta en los cálculos, no sucede así en la dirección Z , por ello proponemos calcular tres veces el volumen, desarrollando las secciones horizontales en XY , XZ e YZ , obteniéndose los valores V_z , V_y y V_x respectivamente. Si denotamos a V como el volumen real (desconocido) y a Dz , Dy , Dx como los errores que se cometieron en cada cálculo, entonces $V + Dz = V_z$, $V + Dy = V_y$ y $V + Dx = V_x$, y si completamos el sistema con la ecuación $Dx + Dy + Dz = CV$ (la cual significa que aceptamos que la suma de los errores es proporcional al volumen, lo cual nos parece razonable) se tiene que $V = (V_x + V_y + V_z) / (C+3)$. Llamaremos a C coeficiente de irregularidad del sólido.

CONCLUSIONES

Presentamos un algoritmo para encontrar dentro de un conjunto de n puntos del plano, $n > 2$ y no todos colineales, aquellos que son vértices del polígono convexo que es frontera de todos los puntos.

El cálculo del área de la región, pasando de la fórmula sobre el polígono convexo que es una interpolación lineal por tramos al uso del spline cúbico natural en coordenadas polares tiene, según nuestra opinión, los mismos beneficios que pasar en coordenadas cartesianas del método de los trapecios a un método de mayor precisión (como el de Simpson), además, permite tener en cuenta criterios numéricos prácticos para la no convexidad y para las zonas de influencia. El cálculo de volúmenes mediante el método de perfiles verticales por el algoritmo descrito, adquiere extraordinaria importancia en yacimientos formados por varios cuerpos minerales independientes (Lapin, 1986);

BIBLIOGRAFÍA

- DAVIS, M. and M. DAVID: "An Algorithm for Finding the Position of a Point Relative to a Fixed Polygonal Boundary", Plenum Publishing Corporation, Montreal, Canadá, 1979.
- LEGRA LOBAINA, ARISTIDES A.: "Consideraciones sobre el Cálculo de Volúmenes Geólogo-Mineros por Métodos Clásicos", Revista *Minería y Geología*, vol. 2, Cuba, 1994.
- ACKINSON, K.E.: "An Introduction to Numerical Analysis: An Algorithmic Approach", Jhon Wheley and Sons, New York, 1978.
- ALFONSO ROCHE, JOSÉ R.: "Estadísticas en las Ciencias Geológicas", t. I y II, Ed. ISPJAE, La Habana, 1989.
- BORSUK, KARO: "Multidimensional Analytic Geometry", Warsawa, 1969.
- CHENEY, W. and DAVID KINCAID: "Numerical Mathematics and Computing", Brooks/Cole Publishing Company, USA, 1985.
- DAVID, MICHAEL: "Applied Advanced Geostatistical Ore Reserve Estimation", Gamma Geostal International, Montreal, 1984.
- DAVIS, JHON C.: "Statistics and Data Analysis in Geology", Jhon Wheley and Sons INC, USA, 1973.
- EFIMOV, N.: "Curso Breve de Geometría Analítica", Ed. MIR, Moscú, 1969.
- GOLOVINA, L.I. y I.M. YAGLOM: "Inducción en la Geometría", *Leciones Populares de Matemática*, Ed. MIR, Moscú, 1976.
- KINDLE, JOSEPH H.: "Geometría Analítica", Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 1977.
- LEHMAN, CHARLES: "Geometría Analítica", Edición Revolucionaria, La Habana, 1965.
- LEPIN, OLEG y JOSÉ D. ARIOSA IZNAGA: "Búsqueda, Exploración y Evaluación Geólogo-Económica de Yacimientos de Minerales Sólidos", Primera y Segunda Parte, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 1986.
- NIKOLSKI, S.: "Fórmulas de Cuadratura", Ed. MIR, Moscú, 1990.
- RODRÍGUEZ MIRANDA, WILLY R.: "Procesamiento Cuantitativo de los Datos Geólogo-Geofísicos", ISJAE, La Habana, 1987.
- THOMAS, GEORGE B.: "Calculus and Analytic Geometry", Addison-Wheley Publishing Company, Inc. Reading, Massachusetts, USA and London, England, 1963.

FACULTAD DE MINAS

Forma especialistas de perfil amplio que abarca todo lo concerniente a la construcción y explotación de las minas, tanto subterráneas como a cielo abierto, así como la mecanización de estos trabajos, la topografía minera y el beneficio de minerales.

El objetivo fundamental del trabajo del ingeniero de minas es la explotación de los yacimientos minerales tanto de forma subterránea como a cielo abierto e incluye los materiales de construcción.

El posgrado académico está formado por tres maestrías: Construcciones Subterráneas, Geomecánica y Voladuras.

Las líneas de investigación fundamentales son:

- Construcción Subterránea.
- Explotación Racional de Yacimientos Lateríticos.
- Protección del Medio.

El claustro está formado por 12 profesores, de ellos 3 son doctores (2 con categoría de titular), 3 auxiliares, 6 asistentes y 1 instructor.