

MOLIENDA DE MINERALES MULTICOMPONENTES: MODELO ÍNTEGRO-DIFERENCIAL PARA LA VALORACIÓN DE LA ENERGÍA

MULTICOMPONENT GRINDING: INTEGRATE-DIFFERENTIAL MODEL FOR ENERGY VALUATION

ALFREDO L. COELLO VELÁZQUEZ
OLEG N. TIJONOV

E-mail: acoello@ismm.edu.cu
Instituto Superior Minero-Metalúrgico de Moa, Cuba.
Universidad Técnica de San Petersburgo, Rusia.

RESUMEN: En el presente artículo se realiza un análisis crítico-valorativo sobre los modelos más convencionales que describen la relación matemática entre la energía consumida en la molienda y la reducción dimensional, sus principales limitaciones para la evaluación de la energía en la molienda de poliminerale y el estado de su arte. A partir de esto se proponen importantes adecuaciones modelo de Tijonov, que derivan en uno nuevo para la valoración de la energía en la molienda de minerales multicomponentes. El modelo propuesto no sólo permite la determinación del consumo de energía de cada componentes de la mezcla mineral en su molienda conjunta, sino también los flujos energéticos de cada clase de tamaño de cada componente de la mezcla.

Palabras clave: molienda, multicomponentes, consumo de energía, modelación.

ABSTRACT: In the present paper is done a critical analysis about the most conventional models that describe consumed energy-size reduction relationship, their principals limitations for the consumed energy evaluation in multicomponent grinding and the state for art of this thematic. Someone adequacies are done upon the Tijonov's model, that derive towards a new model for the consumed energy evaluation in the multicomponent grinding. Proposed model allows the consumed energy determination for each component in the mineral mixture, and the energetic flows of size classes from each component in the mixture.

Key words: grinding, multicomponents, energy consumption, modeling.

INTRODUCCIÓN

Por más de un siglo los fenómenos de reducción de tamaño se han abordado a través de la energía consumida por los equipos de trituración y molienda. Este punto de vista, en nuestra opinión, bastante correcto, esta relacionado con el gran consumo energético que demanda la trituración/molienda. La práctica mundial ha demostrado que en las plantas de beneficio más de 50-70 % del consumo de energía corresponde a los procesos de preparación mecánica de minerales (Andreev, 1980).

El talón de Aquiles de las máquinas de trituración y molienda es su alto consumo de energía. El equipamiento disponible para la trituración y molienda de minerales, carece de un principio organizador que le permita aprovechar al máximo la energía suministrada para el rompimiento de las partículas minerales. En la molienda, por ejemplo, la energía de rompimiento se

imprime al material en forma desmedida, el grado de liberación necesario se alcanza a costa de una alta remolienda de uno o varios de los minerales participantes, de ahí su baja eficiencia.

Austin (1964) establece que la energía útil en el rompimiento del mineral no supera 3 % de toda la energía consumida por el molino; por su parte, Beke (1964) determina que el consumo de energía en el rompimiento del mineral no sobrepasa 0,6 %. Con independencia de la diferencia en los resultados de ambos, debemos estar de acuerdo con que la energía que se consume en el rompimiento la partícula mineral es sumamente pequeña.

Las principales pérdidas de energía están dadas, en forma de calor y ruido, en las transmisiones del accionamiento del molino. Las restantes tienen lugar durante la fricción entre partículas sin su consecuente rompimiento, en el choque metal-metal en el interior del molino y en la evaporación de la humedad contenida en la mena.

Además, ocurren pérdidas de energía cinética y potencial en las deformaciones plásticas y elásticas durante la molienda y en la propia emisión de ruido del molino. No obstante, estas transformaciones de la energía en calor, ruido u otro tipo, son inherentes a los procesos de preparación de mineral, incluso a veces necesarias, aunque en la mayoría de los casos no representan papel alguno en la reducción del tamaño de las partículas minerales.

En los últimos 50 años muchas han sido las publicaciones referidas al tema de la relación energía-reducción de tamaño: Charles (1957), Schuhman (1960), Austin y Klimpel (1964), Harris (1966), Kapur y Fuesternau (1988), Tijonov (1984) y Coello (1993), entre otros. La mayoría de ellas se apoya en las denominadas leyes de trituración y molienda. Esto denota que la descripción matemática de la dependencia entre energía consumida en la molienda y reducción de tamaño de los trozos minerales, está en la preferencia de los científicos e investigadores del tema.

Las primeras investigaciones referidas a esta temática (Rittinger, 1867; Kick, 1883), estuvieron dirigidas a una mejor comprensión de los fenómenos que tienen lugar en la molienda; estos investigadores defendieron la posición de explicar la molienda de minerales desde la relación energía-reducción de tamaño. En este sentido, la reducción del tamaño se estudió como función del área de la superficie de la partícula nuevamente formada, el volumen del material molido y el diámetro.

Los experimentos han demostrado que en el proceso de reducción de tamaño, la energía consumida por unidad de masa es proporcional a las pequeñas variaciones del tamaño de las partículas, y que la energía requerida para lograr dichas variaciones es inversamente proporcional a una función dada del tamaño inicial del mineral (Lynch, 1977).

El profesor Hukki (1975) sugiere que la relación energía consumida-tamaño de la partícula es una combinación de las tres leyes:

$$dE = -k \frac{dl}{l^n} \quad (1)$$

donde: l : tamaño de la partícula.

E : energía consumida en la molienda.

Precisamente, las diferentes interpretaciones de Rittinger, Kick y Bond a esta correlación, dieron lugar a la propuesta de las *leyes de trituración*.

Este artículo entrega un análisis valorativo de los modelos matemáticos más convencionales que describen los fenómenos de trituración y molienda (leyes de trituración) y expone un modelo íntegro-diferencial para la determinación de la energía consumida en la molienda de minerales multicomponentes.

MODELO PARA VALORAR LA ENERGÍA EN LA MOLIENDA DE MINERALES MULTICOMPONENTES

Rittinger (1867) en su modelo propone que el área de la superficie nuevamente formada es proporcional a la energía consumida en la molienda.

$$E = K \left(\frac{1}{P} - \frac{1}{F} \right), P < F \quad (2)$$

P y F : tamaño de las partículas minerales después y antes de la molienda respectivamente.

Más tarde, Kick (1883) expone su teoría a través del siguiente modelo:

$$E = K \left(\ln\left(\frac{1}{P}\right) - \ln\left(\frac{1}{F}\right) \right) \quad (3)$$

La diferencia en los resultados estimados por estos modelos, provocó una larga discusión, que se agudizó a inicios de la década del 50, cuando Fred Bond publicó las conclusiones de sus investigaciones. Bond (1950), juzgando la teoría de Rittinger, plantea la incorrecta comprensión del término de energía útil expuesta por los investigadores que le precedieron. Rittinger considera que toda la energía consumida en la molienda se aprovecha en la formación de las nuevas superficies; hoy se conoce que sólo una pequeña parte de esta energía es disipada en el rompimiento de los trozos minerales.

Bond (1960) expone los tres principios básicos de su teoría. El modelo de Bond es el siguiente:

$$E = K \left(\frac{1}{\sqrt{P}} - \frac{1}{\sqrt{F}} \right) \quad (4)$$

donde: K : $10W_i$.

W_i : Índice de trabajo (Work Index).

Estos modelos son las expresiones matemáticas consideradas como las leyes de trituración. De todas ellas, la de mayor aplicación es la denominada 3ra. ley de Bond.

En las leyes de trituración, tanto el tamaño inicial (F) como el tamaño del producto final (P), se definen como un diámetro de la clase de tamaño donde se retiene 20 % del mineral, o sea, un valor constante; en las condiciones reales, los materiales sometidos a la molienda/trituración y sus productos, contienen un amplio espectro de partículas de diferentes tamaño y forma, que caracteriza la composición granulométrica $g(f)$ y $g(p)$ para cada caso.

Tijonov (1984) propone el siguiente modelo:

$$E = \int_0^{\infty} \gamma(p) \left[\int_0^{\infty} E_i(f,p) \gamma(f) dp \right] df \quad (5)$$

Por otra parte, tanto los modelos clásicos como el modelo propuesto por el profesor Tijonov, consideran el material sometido a la molienda como un mineral monocomponente. En realidad, la materia prima mineral tratada en las plantas de beneficio no es otra cosa que una mezcla de minerales útiles y estériles, o sea, como regla en el tratamiento participan al menos dos componentes, los cuales se diferencian entre sí en cuanto a las propiedades físicas y físico-mecánicas. Es archiconocido que incluso las propiedades físicas y físico-mecánicas pueden variar de manera sensible en menas de un mismo yacimiento. Por su esencia, las menas tanto metáli-

cas como no metálicas, son heterogéneas en cuanto a su composición sustancial y, en consecuencia, en sus propiedades físicas y físico-mecánicas.

La teoría de la molienda de los minerales multicomponentes, aparece dispersa en los trabajos de Holmes y Paching (1957), Fuesternau (1962), Tanaka (1966), Remenii (1974), Tovorov *et al.* (1981), Bilenko (1984, 2000), Kapur y Fuesternau (1988), Coello (1993), Coello y Tijonov (1996) y otros. El análisis crítico-valorativo de estos trabajos expuestos por Bilenko (1984) y Coello (1993), arrojan como conclusión que en la molienda de minerales multicomponentes, los minerales participantes en las mezclas minerales se muelen de acuerdo con sus propias regularidades individuales de forma independiente unos de otros, de manera tal, que cada componente sigue la misma regularidad sin importar el modo de molienda.

Las investigaciones realizadas por el científico indio Kapur, le llevaron a dos importantes conclusiones: 1) el módulo de distribución se mantiene constante con independencia del modo de molienda; 2) la energía consumida en la molienda en bolas de mezclas minerales es proporcional a su proporción másica en las mezclas. Tales afirmaciones han sido corroboradas de una manera u otra por Fuesternau y Sullivan (1962), Bilenko (1984), Kapur y Fuesternau (1988), Coello (1993), Coello y Tijonov (1996) y Fuesternau y Venkatakamen (1998).

Bilenko (1984) y más tarde Coello y Tijonov (1996), generalizando los trabajos anteriormente citados, enuncian el principio sobre la individualidad en la molienda de minerales multicomponentes con independencia del modo de molienda, excluyendo cualquier interacción entre ellos.

Considerando los elementos expuestos más arriba, se puede suponer que la energía consumida por unidad de masa en un material hasta un módulo de tamaño, se mantiene constante con independencia del modo de molienda. Entonces, para una mena de dos componentes:

$$E_{mezcla} = m_1 E_1 + m_2 E_2 \tag{6}$$

donde: E_{mezcla} ; E_1 y E_2 : energía consumida en la molienda de la mezcla y por cada componente, kWh/t.

m_1 m_2 : proporción másica en la mezcla de los componentes 1 y 2, unidades.

Sin embargo, como se ha señalado, es necesario reconsiderar que en las relaciones de tamaño energía-tamaño de molienda P y F son consideradas constante. Por ello, P y F pueden ser sustituidas por sus correspondientes funciones de distribución de tamaño.

En la ecuación (6), E_1 y E_2 pueden ser sustituidas por cualquiera de las tres leyes de trituración. Para el caso de la ley de Bond, la ecuación (6) toma la siguiente forma:

$$m_1 K_1 \left(\frac{1}{\sqrt{P_1}} - \frac{1}{\sqrt{F_1}} \right) + m_2 K_2 \left(\frac{1}{\sqrt{P_2}} - \frac{1}{\sqrt{F_2}} \right) \tag{7}$$

Como en condiciones reales de molienda, F y P varían en un amplio espectro de tamaño, que puede ser caracterizado por sus respectivas funciones de distribu-

ción de tamaño $\gamma(f)$ y $\gamma(p)$, el consumo de energía en la molienda de un grano mineral desde un tamaño F hasta el P , implica valorarlo por una función E con argumentos P y F para una u otra ley de trituración, elemento anteriormente propuesto por Tijonov (1984).

Coello (1993) propone sustituir la ecuación (7) por:

$$E = m_1 \left\{ \int_0^{p1\max} \gamma_1(p) \left[\int_{p^1}^{f1\max} E_1(f, p) \gamma_1(f) df \right] dp \right\} + m_2 \left\{ \int_0^{p2\max} \gamma_2(p) \left[\int_{p^2}^{f2\max} E_2(f, p) \gamma_2(f) df \right] dp \right\} \tag{8}$$

En la ecuación (8), f y p cambian un tanto su contenido; aquí f y p son magnitudes variables del tamaño del mineral inicial y el molido respectivamente; $g(f)$ y $g(p)$, distribución diferencial parcial másica de las partículas de los productos inicial y final de la molienda; $E(f, p)$, la energía consumida en la transformación de una unidad de masa desde una clase estrecha de tamaño de mineral inicial ($f, f + df$) hasta una clase estrecha de tamaño de mineral molido ($p, p + dp$).

Según Jueto y Tijonov (1988), Jueto (1988) y Coello (1993), la función $E(f, p)$ en las expresiones (5) y (8) se toma de las expresiones (2), (3) y (4).

Para la ley de Rittinger:

$$E_1(f, p) = K_1 \left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{f_1} \right)$$

$$E_2(f, p) = K_2 \left(\frac{1}{p_2} - \frac{1}{f_2} \right)$$

Para la ley de Bond:

$$E_1(f, p) = K_1 \left(\frac{1}{\sqrt{p_1}} - \frac{1}{\sqrt{f_1}} \right)$$

$$E_2(f, p) = K_2 \left(\frac{1}{\sqrt{p_2}} - \frac{1}{\sqrt{f_2}} \right)$$

$$K_1 = 10W_1 ; K_2 = 10W_2.$$

De acuerdo con el principio sobre la individualidad en la molienda de minerales multicomponentes, independientemente del modo de molienda, expuesto en los trabajos de Bilenko (1984), Bilenko (2000), Coello y Tijonov (1996), y corroborados en los informes de Fuesternau y Sullivan (1962), Holmes y Paching (1957), Tanaka (1966), Kapur y Fuesternau (1988), Fuesternau y Venkatakamen (1998) y Coello (1993, 1998), entre otros, la expresión (8) se puede generalizar en el modelo (9) propuesto por Coello (1993):

$$E_{mezcla} = \sum_{i=1}^n m_i \int_0^{p_i\max} \gamma_i(p) \left(\int_p^{f_i\max} E_i(f, p) \gamma_i(f) df \right) dp \tag{9}$$

TABLA 1. CONSUMO DE ENERGÍA EN LA MOLIENDA DE MEZCLAS DE CALIZA Y MAGNETITAS EVALUADAS POR LA EXPRESIÓN (10)			
Tiempo de molienda, min	Energía consumida por la caliza, kWh/t	Energía consumida por la magnetita, kWh/t	Energía consumida por la mezcla, kWh/t
Relación caliza-magnetita 3:1			
15	7,39	9,8	7,79
20	7,94	10,6	8,61
30	8,97	11,03	9,49
Relación caliza-magnetita 1:1			
15	7,41	9,76	8,59
20	7,81	10,58	9,20
30	9,02	11,10	10,01
Relación caliza-magnetita 1:3			
15	6,44	9,74	8,92
20	7,91	10,56	9,90
30	9,02	11,12	10,6

donde: $i=1,2,3,\dots,n$: cantidad de componentes en la mezcla.

Este modelo no sólo permite determinar la energía consumida por cada componente de la mezcla mineral y la energía total consumida en su molienda, sino también la consumida en la transformación de cualquier clase con tamaño inicial f en una clase estrecha de tamaño p para cada uno de los minerales participantes en la mezcla.

Para mayor facilidad en los cálculos, es preferible sustituir las integrales por las correspondientes sumatorias. La siguiente expresión responde a una mena de dos componentes:

$$E_{mezcla} = m_1 \left[\sum_{j=1}^n \gamma_{(p_1)_j} \left(\sum_{i=j}^n E_{(i,j)} \gamma_{(f_i)} \right) \right] + m_2 \left[\sum_{j=1}^n \gamma_{(p_2)_j} \left(E_{(i,j)} \gamma_{(f_2)_i} \right) \right] \tag{10}$$

donde:

$$\gamma(f)_1 = \gamma(l_{inicial})_1 \Delta l_{inicial}; \gamma(f)_2 = \gamma(l_{inicial})_2 \Delta l_{inicial}$$

$$\gamma(p)_1 = \gamma(l_{molido})_1 \Delta l_{molido}; \gamma(p)_2 = \gamma(l_{molido})_2 \Delta l_{molido}$$

$\gamma(f)_1$ y $\gamma(f)_2$: salida de la clase de tamaño i de los componentes 1 y 2 en la mezcla inicial.

$\gamma(p)_1$ y $\gamma(p)_2$: salida de la clase de tamaño i de los componentes 1 y 2 en el producto molido.

$E_{(i,j)_1}$ y $E_{(i,j)_2}$: valor de la función $E(l,p)_1$ y $E(l,p)_2$ en la mitad de la clase finita i para los componentes 1 y 2 de la mezcla, kWh/t.

La expresión (10) permite calcular y analizar los flujos diferenciales de la energía consumida durante la transformación dimensional de las diferentes clases de tamaño de la mezcla inicial en las clases de tamaño del mineral molido de ambos componentes. Mediante el análisis de

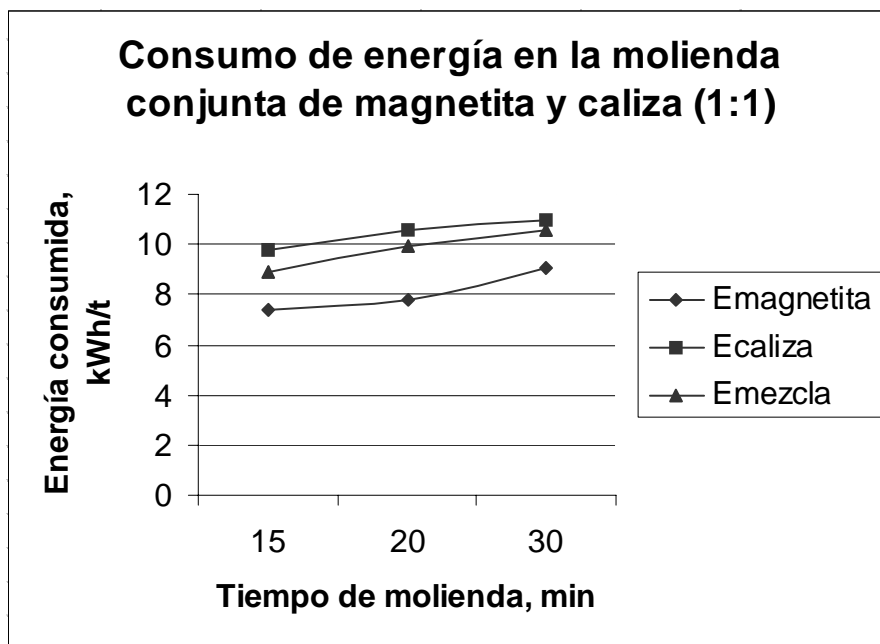


Fig. 1. Diistribución de la energía consumida por la mezcla y los minerales participantes en la molienda conjunta.

los cálculos por el modelo, se puede precisar la distribución de la energía consumida por cada componente.

CASO DE ESTUDIO: APLICACIONES DEL MODELO EN LA MOLIENTA DE MEZCLAS DE MAGNETITA Y CALIZA

La metodología empleada para la realización de los ensayos de laboratorios aparece explícita en Coello (1996). Los resultados obtenidos aplicando la expresión (10) están reflejados en la tabla 1.

Del análisis comparativo de los resultados (tabla 1), se pueden extraer dos ideas básicas: 1) El consumo de energía del mineral más blando es mayor que el consumo de energía del mineral más duro. 2) El consumo de energía de la mezcla siempre se distribuye. Resultados similares fueron obtenidos por Kapur y Fuesternau (1988) para mezclas de cuarzo y caliza, y por Coello (1993) para mezclas de limonita y serpentina dura. Es evidente que tales resultados guardan relación con el principio de la individualidad en la molienda de minerales multicomponentes formulados por Bilenko (1984) y Coello (1993, 1996) y corroborados por los trabajos de Fuesternau y Sullivan (1962), Holmes y Paching (1957), Fuesternau (1962), Tanaka (1966), Kapur y Fuesternau (1988) y Fuesternau y Venkatakamen (1998). Estas regularidades pueden observarse claramente en la figura 1, para una relación caliza-magnetita de 1:1.

CONCLUSIONES

Los modelos clásicos para la descripción matemática de la relación energía consumida-reducción dimensional, poseen limitaciones importantes para profundizar en el estudio de los minerales multicomponentes. Las adecuaciones realizadas al modelo propuesto por Tijonov y la ulterior sistematización y estructuración permitieron, apoyados en un laborioso aparato experimental, proponer un modelo mediante el cual se pueden evaluar los consumos energéticos en la molienda de minerales multicomponentes. Este modelo sienta las bases para futuras investigaciones sobre el tema, en aras de lograr una teoría que pueda explicar y predecir los complejos fenómenos que tienen lugar en la molienda de minerales multicomponentes.

AGRADECIMIENTOS

A todos mis estudiantes colaboradores que a lo largo de estos años han trabajado de alguna forma en el tema de

la molienda. A los técnicos Lobobovich y Guesa, de la Cátedra de Enriquecimiento de Minerales de la Universidad Técnica de San Petersburgo por su apoyo en el montaje de las instalaciones. A la dirección del ISMM de Moa por su apoyo financiero para el desarrollo de la investigación. Al los doctores Andreev y Bilenko por sus sabios consejos. Al Dr. Tijonov por sus brillantes ideas.

BIBLIOGRAFÍA

- ANDREEV, C. ET AL.: *Droblenie, izmilchenie i grojochenie polieznix iskapaemix mineralov*, Nedra, Moskva, 1980.
- AUSTIN, L. G. Y R. R. KIMPEL: "Theory of grinding operation", *Ind. Eng. Chem.*, 56:18-29, 1964.
- BILENKO, L. F.: *Zakonomiernosti izmilcheniia v barabannij melnts*, Nedra, Moskva, 1984.
- BEKE, B.: *Principles of comminution*, Maclaren, 1964.
- BOND, F. C.: "A new theory of comminution", *AIME. Mining Eng.*, 187 (8), 1950.
- : "The third theory of comminution", *Trans, AIME*, 193 : 484, 1952.
- CHARLES, R. J.: "Energy - size reduction relationship in comminution", *Trans, AIME*, 208 :80-88, 1957.
- COELLO, A. Y O. TIJONOV: "Regularidad en la molienda de los minerales lateríticos", *Minería y Geología*, XIII (3) : 57-60, 1996.
- COELLO, A.: "Sovershenstvovanie tehnologii izmilchenii lateritobij pud na zabode Punta Gorda" (Tesis de Doctorado). Diss. Uch. step. Kand. Doct. Tejn. Nauk. IMS, Saint Petersburg, 1993.
- FUESTERNAU, D. W. Y D. A. SULLIVAN: "Comminution of mixture in ball mill", *Trans. AIME*, V (23). 1962.
- HARRIS, C.: "On the role of the energy in comminution: a review of physical and mathematical principles", *Trans. Inst. Min. Metall*, 75 :C37-C56, 1966.
- HOLMES, T. A. Y S. PATCHING: "Preliminary investigation of the differential grinding of quartz-limestone mixture", *Trans. Inst. Chem*, 1957.
- JUETO, A. A.: "Sovershenstvovanie protsessov izmilchenia sirebii materialov pri proizvodstve tsementa v Respubliki Benina" (Tesis de doctorado). Dissertatsia na iskania uch. step. Kand. Tecn. Nauk, Saint Petersburg, 1988.
- JUETO, A. A.: Y O. TIJONOV: Prognoz energii izmilchenia c uchetom granulometricheskij jaracteristik materialov. VMDLGI dpo. Nauch. Raboti No. 256, 1988.
- KAPUR, O. C. Y D. W. FUESTERNAU: "Energy split in multicomponent grinding", *Inst. Journal of mineral processing*, Vol 24: ½, Sept., 1988.
- KICK, F.: "Contribution to the knowledge of brittle materials", *Dinglers Journal*, 1883.
- LYNCH, A. J.: *Mineral Crushing and Grinding Circuits. Their simulation, optimisation, design and control*, T1, Elsevier, Scientific Publishing Company, Amdertam, Oxford, N. Y., 1977.
- RITTINGER, R. P. VON: *Textbook of mineral dressing*, Ernest and Korn, Berlin, 1867.
- TANAKA, T.: *Selektivnii pazmol dvujcomponentnij smecei, sostvnie chasti kototij obladaiat pazlichnoi pazmolaemosti. V kn. Trudi Ebropieskogo Soveshania po izmilchenia*, Stroizdat, Moskva, 1966.
- TOVOROV, V. V.: "Issledovanie protsessov izmilchenia mateiralov, sushestvenno pazlichashijsia pazmolivaemosti i ij smecei v otrkrito tsicle", *Jarkov. Bir.*, 1981.