

MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DEL TANQUE DE CONTACTO Y LOS ENFRIADORES DE LICOR EN EL PROCESO DE LIXIVIACIÓN CARBONATO-AMONIAICAL CON MINERALES LATERÍTICOS CUBANOS

(MODELLING AND SIMULATION OF CONTACT TANK AND LICOUR COOLERS
OF CARBONATE-AMMONIAC LEACHING PROCESS WITH CUBAN
LATERITIC MINERALS)

DANIEL GUZMÁN DEL RÍO

Máster en Ciencias Técnicas, Instituto Superior Minero Metalúrgico, Moa, Holguín.

CLAUDIO GARCÍA

Dr., Profesor Titular, Departamento Electrónica, Universidad de Sao Paulo, Brasil.

ROGER MISA LLORCA

Dr. C., Dpto. Automática y Computación, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, La Habana.

ÁNGEL COLUMBIÉ NAVARRO

Ing., Dpto. Eléctrica. Instituto Superior Minero Metalúrgico, Moa, Holguín.

RESUMEN: El presente trabajo muestra los resultados obtenidos por los autores en la investigación y análisis del modelo matemático del tanque de contacto y los enfriadores de licor en el proceso de lixiviación carbonato-amoniacal con minerales lateríticos cubanos, para su regulación automática. Se realiza un análisis de las principales variables que intervienen en el proceso (en el tanque para el proceso de mezclado y en los enfriadores para el licor). Se propone un modelo matemático dinámico para el tanque de contacto y los enfriadores de licor con balances de masa y

energía, expresando todas las dependencias dinámicas en ecuaciones diferenciales no lineales a parámetros concentrados. Se incluye además la simulación con datos reales de la planta.

Palabras claves: Modelación matemática, Tanque de contacto, Enfriadores de licor, Lixiviación.

ABSTRACT: This paper shows the results obtained by the authors on the research and analysis of the mathematical model of contact tank and licour coolers in the carbonate-ammoniac leaching process with cuban

lateritic minerals, for their automatic regulation. An analysis of the mean variables that characterize the mixer (the tank for the mixing process and the coolers for the licour coolings) is done. It is proposed a dynamical mathematical model for the tank and coolers, through the mass and energy balances, expressing all dynamic dependencies in non-linear differential equations with concentrated parameters. This work includes simulation with real plant parameters.

Keys Words: Mathematical modelling, Contact tank, Licour coolers, Leaching.

INTRODUCCIÓN

Para conformar las ecuaciones de un sistema de la industria metalúrgica, las cuales representan complejos sistemas dinámicos, según (Tijonov, 1975), es necesario por simplicidad no tener en cuenta una serie de factores secundarios y sí los principales de entrada y de perturbación que influyen en la dinámica del proceso.

El objetivo de este trabajo es modelar y simular el comportamiento dinámico del Tanque de Contacto y los Enfriadores de Licor en el proceso de lixiviación carbonato-amoniacal con minerales lateríticos cubanos a partir de ecuaciones, que interrelacionan las variables de entrada (manipuladas o de control) y de salida (controladas) del mismo.

Para la presentación del problema de la modelación

matemática dinámica, se propone inicialmente realizar un estudio de los subsistemas antes mencionados (Guzmán 1999), a partir de sus principales parámetros, como objeto de regulación automática.

Existen tres variables de entrada y tres de salida, más seis variables de perturbación: tres en los enfriadores de licor y tres en el tanque de contacto. Las variables de entrada son el flujo de licor fresco Q_{le} , el flujo de pulpa en la salida del tanque de contacto Q_s y el flujo de agua de enfriamiento en los enfriadores de licor Q_{age} . Las variables de salida son la densidad de la pulpa ρ_{ps} , la temperatura de la pulpa T_{ps} y el nivel del tanque de contacto H_t . Las variables de perturbación en los enfriadores de licor son la temperatura del agua de enfriamiento T_{age} , la temperatura del licor de entrada T_{le} y la densidad del licor ρ_{le} ; en el tanque son el flujo de mineral Q_{me} , su temperatura T_{me} , y la densidad de mineral ρ_{me} (ver figura 1).

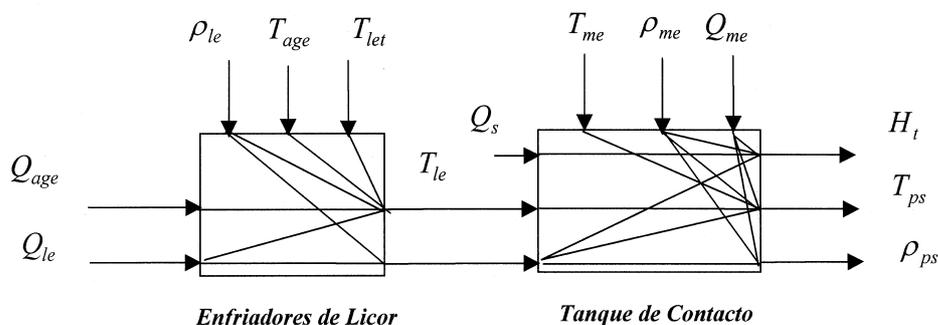


Figura 1. Variables de entrada, salida y perturbaciones en el Tanque de Contacto más Enfriadores de Licor

La temperatura de la pulpa T_{ps} depende del flujo de licor Q_{le} , de la temperatura del licor de entrada al tanque T_{le} (esta temperatura del licor depende de la temperatura del agua de enfriamiento y de la temperatura del licor que llega de los tanques colectores) así como del flujo de mineral Q_{me} y de la temperatura del mineral T_{me} . El nivel H_t depende de los flujos de licor Q_{le} y de mineral Q_{me} y del flujo de salida Q_s , así como de las masas específicas del mineral ρ_{me} y del licor ρ_{le} , y la densidad de la pulpa de salida ρ_{ps} depende del flujo de licor Q_{le} , del flujo de mineral Q_{me} y de las masas específicas de mineral ρ_{me} y de licor ρ_{le} .

DESARROLLO

Modelación matemática dinámica del Tanque de Contacto

Teniendo en cuenta el diagrama de flujo de señales para el sistema del Tanque de Contacto mostrado en la Figura 1, el cual representa un sistema termohidráulico, se pueden escribir las ecuaciones para el balance de masa y energía teniendo en cuenta las variaciones de los parámetros que se deben controlar a la salida de éste. Como fue descrito por Garcia (1997), Smith y Corripio (1997) y Seborg (1989), para efectuar la modelación matemática de este tipo de sistema, es necesario considerar las ecuaciones que describen el balance global de masa y energía a partir de los componentes que conforman la mezcla.

Ecuación para el balance de masa de la parte sólida de la mezcla:

Utilizando como subíndice para el sólido "1" y para el líquido "2", se puede emplear según Tijonov (1975), la siguiente relación para la densidad de una mezcla:

$$\rho_{mezcla}(t) = \rho_{sol} x_1(t) + \rho_{liq} x_2(t) \tag{1}$$

siendo $x_2(t) = 1 - x_1(t)$

resulta entonces para el mineral reducido (sólido) y licor carbonato-amoniaco (líquido) que:

$$\rho_{ps}(t) = \rho_{me} x_1(t) + \rho_{le} [1 - x_1(t)] \tag{2}$$

donde:

- $\rho_{ps}(t)$ - Densidad de la mezcla o pulpa, kg/m³.
- ρ_{me} - Densidad del mineral de entrada, kg/m³.
- ρ_{le} - Densidad del licor de entrada, kg/m³.

$x_1(t)$ - Fracción másica de sólidos en la mezcla, p.p.u.
 $x_2(t)$ - Fracción másica de líquidos en la mezcla, p.p.u.
 Entonces para los sólidos queda:

$$m_1(t) = \rho_{ps}(t) A H_t(t) x_1(t) \tag{3}$$

donde:

$m_1(t)$ - Masa de los sólidos en la mezcla, kg.
 A- Área de la sección transversal del tanque, m².
 $H_t(t)$ - Nivel del tanque, m.

Efectuando el balance de masa de la parte sólida de la mezcla a través de los flujos volumétricos, resulta:

$$\begin{aligned} \frac{d m_1(t)}{d t} &= A H_t(t) x_1(t) \frac{d x_1(t)}{d t} (\rho_{me} - \rho_{le}) + \{ \rho_{me} x_1(t) + \rho_{le} [1 - x_1(t)] \} A \left(\frac{d H_t(t)}{d t} x_1(t) + \right. \\ &+ \left. H_t(t) \frac{d x_1(t)}{d t} \right) = Q_{me}(t) \rho_{me} x_s + Q_{le}(t) \rho_{le} x_{l1} - Q_s(t) \rho_{ps} x_1(t) \end{aligned} \tag{4}$$

$Q_{me}(t)$ - Flujo volumétrico del mineral de entrada, m³/min.

$Q_{le}(t)$ - Flujo volumétrico del licor de entrada, m³/min.

$Q_s(t)$ - Flujo volumétrico de la pulpa de salida, m³/min.

$x_{l1}(t)$ - Fracción másica de sólido en el licor, p.p.u.

$x_s=1$ - Fracción másica de sólido en el sólido (mineral reducido), p.p.u.

La derivada de la fracción másica de los sólidos queda definida por la siguiente expresión:

$$\frac{dx_1(t)}{d t} = M_1 + M_2 \tag{5}$$

donde:

$$M_1 = \frac{[- A x_1(t)^2 \rho_{le} + A x_1(t)^2 \rho_{me} + A x_1(t) \rho_{le}] \frac{d H_t(t)}{d t}}{A H_t(t) [2 \rho_{me} x_1(t) - 2 \rho_{le} x_1(t) + \rho_{le}]}$$

$$M_2 = \frac{[- Q_{le}(t) \rho_{le} x_{l1} - Q_{me}(t) \rho_{me} + Q_s(t) \rho_{ps}(t) x_1(t)]}{A H_t(t) [2 \rho_{me} x_1(t) - 2 \rho_{le} x_1(t) + \rho_{le}]}$$

Derivando la expresión (2) y sustituyendo en la resultante el valor de $\frac{dx_1(t)}{d t}$ por su valor expresado en (5), se obtiene:

$$\frac{d\rho_{ps}(t)}{d t} = (\rho_{me} - \rho_{le}) [M_1 + M_2] = M_3 + M_4 \tag{6}$$

donde:

$$M_3 = (\rho_{me} - \rho_{le}) \frac{[- A x_1(t)^2 \rho_{le} + A x_1(t)^2 \rho_{me} + A x_1(t) \rho_{le}] \frac{d H_t(t)}{d t}}{A H_t(t) [2 \rho_{me} x_1(t) - 2 \rho_{le} x_1(t) + \rho_{le}]}$$

$$M_4 = (\rho_{me} - \rho_{le}) \frac{(- Q_{le}(t) \rho_{le} x_{l1} - Q_{me}(t) \rho_{me} + Q_s(t) \rho_{ps}(t) x_1(t))}{A H_t(t) (2 \rho_{me} x_1(t) - 2 \rho_{le} x_1(t) + \rho_{le})}$$

Ecuación para el balance global de masa

$$\frac{dM(t)}{d t} = \rho_{me} Q_{me}(t) + \rho_{le} Q_{le}(t) - \rho_{ps}(t) Q_s(t) \tag{7}$$

donde:

$$M(t) = \rho_{ps}(t) A H_t(t) \tag{8}$$

Entonces asumiendo A como constante y sustituyendo (8) en (7) se obtiene:

$$\rho_{ps}(t) A \frac{dH_t(t)}{d t} + A H_t(t) \frac{d\rho_{ps}(t)}{d t} = \rho_{me} Q_{me}(t) + \rho_{le} Q_{le}(t) - \rho_{ps}(t) Q_s(t) \tag{9}$$

Sustituyendo la expresión (7) en (9) resulta:

$$\rho_{ps}(t) A \frac{dH_i(t)}{dt} + A H_i(t) [M_3 + M_4] = \rho_{me} Q_{me}(t) + \rho_{le} Q_{le}(t) + \rho_{ps}(t) Q_s(t) \quad (10)$$

Aislando el termino de la derivada del nivel en (10) y sustituyendo se tiene que:

$$\frac{dH_i(t)}{dt} = M_{5a} + M_{5b} + M_6 + M_7 \quad (11)$$

donde:

$$M_{5a} = \frac{Q_s(t) [\rho_{me}^2 x_1(t)^2 - 2 x_1(t)^2 \rho_{me} \rho_{le} + 2 x_1(t) \rho_{me} \rho_{le}]}{A [\rho_{me} x_1(t) - \rho_{le} x_1(t) + \rho_{le}]^2}$$

$$M_{5b} = \frac{Q_s(t) [\rho_{le}^2 x_1(t)^2 - 2 x_1(t) \rho_{le}^2 + \rho_{le}^2]}{A [\rho_{me} x_1(t) - \rho_{le} x_1(t) + \rho_{le}]^2}$$

$$M_6 = -\frac{Q_{me}(t) [\rho_{me}^2 - 2 x_1(t) \rho_{me}^2 - 2 \rho_{me} \rho_{le} + 2 \rho_{me} \rho_{le} x_1(t)]}{A [\rho_{me} x_1(t) - \rho_{le} x_1(t) + \rho_{le}]^2}$$

$$M_7 = -\frac{Q_{le}(t) [-\rho_{le}^2 x_{11} + \rho_{me} \rho_{le} x_{11} - 2 x_1(t) \rho_{me} \rho_{le} + 2 \rho_{le}^2 x_1(t) - \rho_{le}^2]}{A [\rho_{me} x_1(t) - \rho_{le} x_1(t) + \rho_{le}]^2}$$

Ecuación para el balance de energía

Asumiendo según Tijonov (1975), que la entalpía de la pulpa $h_p(t)$ puede ser aproximada por $h_p(t) = c_{pp} T_{ps}(t)$ resulta:

$$\frac{d [\rho_{ps}(t) V_p(t) c_{pp} T_{ps}(t)]}{dt} = \rho_{me} Q_{me}(t) c_{pm} T_{me}(t) + \rho_{le} Q_{le}(t) c_{pl} T_{le}(t) - \rho_{ps}(t) Q_s(t) c_{pp} T_{ps}(t) \quad (12)$$

donde :

T_{me} - Temperatura del mineral de entrada, K.

T_{le} - Temperatura del licor de entrada, K.

C_{pm} - Calor específico del mineral de entrada, J/kg K.

C_{pl} - Calor específico del licor de entrada, J/kg K.

$V_p(t)$ - Volumen de la pulpa en el tanque, m³

$T_{ps}(t)$ - Temperatura de la pulpa de salida, K.

Asumiendo el calor específico de la mezcla c_{pp} como constante, su expresión estaría dada por:

$$c_{pp} = \frac{c_{pm} C_m}{\rho_{me}} + \frac{c_{pl} C_l}{\rho_{le}} \quad (13)$$

De (12) resulta:

$$c_{pp} \frac{d [\rho_{ps}(t) V_p(t) T_{ps}(t)]}{dt} = \rho_{ps}(t) V_p(t) c_{pp} \frac{dT_{ps}(t)}{dt} + \rho_{ps}(t) T_{ps}(t) c_{pp} \frac{dV_p(t)}{dt} + T_{ps}(t) V_p(t) c_{pp} \frac{d\rho_{ps}(t)}{dt} = \rho_{me} Q_{me}(t) c_{pm} T_{me}(t) + \rho_{le} Q_{le}(t) c_{pl} T_{le}(t) - \rho_{ps}(t) Q_s(t) c_{pp} T_{ps}(t) \quad (14)$$

donde: $V_p(t) = A H_i(t)$

Aislando la derivada de $T_{ps}(t)$ y substituyendo en (14) resulta:

$$\frac{dT_{ps}(t)}{dt} = \frac{\rho_{me} Q_{me}(t) c_{pm} T_{me}(t) + \rho_{le} Q_{le}(t) c_{pl} T_{le}(t) - Q_s(t) T_{ps}(t)}{\rho_{ps}(t) c_{pp} A H_i(t)} - \frac{Q_s(t) T_{ps}(t)}{A H_i(t)} - \frac{T_{ps}(t) d\rho_{ps}(t)}{\rho_{ps}(t) dt} - \frac{T_{ps}(t) dH_i(t)}{H_i(t) dt} \quad (15)$$

Sustituyendo las ecuaciones (6) y (11) en la ecuación (15), simplificando y agrupando obtenemos:

$$\frac{dT_{ps}(t)}{dt} = M_8 + M_9 \quad (16)$$

donde:

$$M_8 = \frac{Q_{me}(t) [-\rho_{me} c_{p_m} T_{me}(t) + \rho_{me} c_{p_p} T_{ps}(t)]}{A H_l(t) c_{p_p} [(-\rho_{le} + \rho_{me}) x_1(t) + \rho_{le}]}$$

$$M_9 = \frac{Q_{le}(t) [-\rho_{le} c_{p_l} T_{le}(t) + \rho_{le} c_{p_p} T_{ps}(t)]}{A H_l(t) c_{p_p} [(-\rho_{le} + \rho_{me}) x_1(t) + \rho_{le}]}$$

Las ecuaciones de movimiento obtenidas para el tanque de contacto son (6), (11) y (16).

MODELACIÓN MATEMÁTICA DINÁMICA DE LOS ENFRIADORES DE LICOR

Los enfriadores de licor corresponden a intercambiadores de calor del tipo casco-tubo que operaron en contracorriente, como se muestra en la figura 2; se encuentran unidos al funcionamiento del tanque de contacto, debido a que en ellos se efectúa el enfriamiento del licor que será usado como entrada a los mismos para ser mezclado con mineral proveniente de los hornos de reducción (ver figura 3).

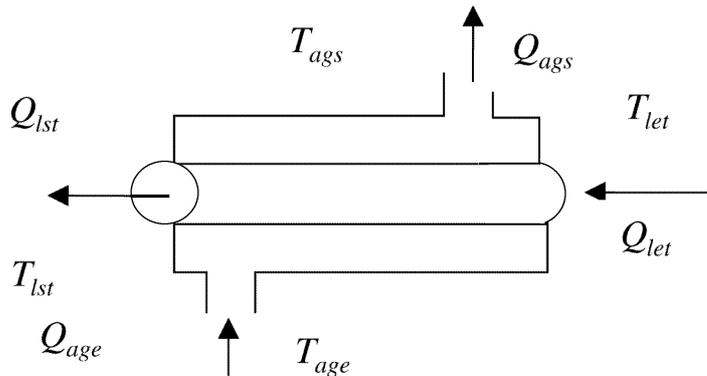


Figura 2. Tipo de intercambiador de calor en los Enfriadores de Licor.

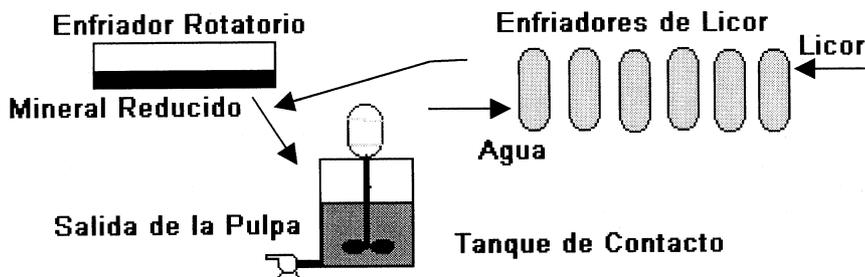


Figura 3. Tanque de Contacto y Enfriadores de Licor.

El enfriamiento del licor es realizado en seis enfriadores dispuestos en cascada. Suponiendo para los intercambiadores de calor en los enfriadores de licor las mismas consideraciones tenidas en cuenta por García (1997), se pueden escribir para el balance de masa las expresiones siguientes:

Ecuación para el balance de masa del licor a través de los tubos

$$\frac{d m_l(t)}{d t} = \rho_{lst} \frac{d V_l}{d t} = \rho_{let} Q_{let}(t) - \rho_{lst} Q_{lst}(t) \tag{17}$$

donde:

- $m_l(t)$ - Masa del licor en los intercambiadores, kg.
- V_l - Volumen de licor en los intercambiadores, m³.
- $Q_{let}(t)$ - Flujo volumétrico del licor de entrada a los intercambiadores, m³/min.

$Q_{lst}(t)$ - Flujo volumétrico del licor de salida de los intercambiadores (es igual al flujo de licor de entrada al tanque de contacto), m³/min.

$\rho_{let}(t)$ - Densidad del licor de entrada a los intercambiadores, kg/m³

$\rho_{lst}(t)$ - Densidad del licor de salida de los intercambiadores, kg/m³

Suponiendo que el volumen de licor en los intercambiadores en (17) sea constante, entonces:

$$\rho_{let} Q_{let}(t) = \rho_{lst} Q_{lst}(t) \quad (18)$$

Ecuación para el balance de masa de agua por el casco del intercambiador

$$\rho_{ag} \frac{dV_{ag}(t)}{dt} = \rho_{age} Q_{age}(t) - \rho_{ags} Q_{ags}(t) \quad (19)$$

donde:

V_{ag} - Volumen de agua en el casco del intercambiador, m³

ρ_{age} - Densidad del agua que llega al casco del intercambiador, kg/m³.

ρ_{ags} - Densidad del agua que sale del casco del intercambiador, kg/m³.

$Q_{ags}(t)$ - Flujo volumétrico de agua que sale del intercambiador, m³/min.

$Q_{age}(t)$ - Flujo volumétrico de agua que entra al intercambiador, m³/min.

Asumiendo también que el volumen de agua sea constante:

$$\rho_{age} Q_{age}(t) = \rho_{ags} Q_{ags}(t) \quad (20)$$

Ecuación para el balance de energía del lado de los tubos (licor)

$$\frac{d(m_l(t) h_l)}{dt} = \rho_{let} Q_{let}(t) h_{le} - \rho_{lst} Q_{lst}(t) h_l - q_{lag} \quad (21)$$

donde:

h_l - Entalpía del licor, J/kg.

$m_l(t)$ - Masa del licor, kg.

h_{le} - Entalpía del licor de entrada, J/kg.

q_{lag} - Flujo de calor de los tubos para el casco (licor-agua), W.

Ecuación para el balance de energía del lado del casco (agua)

Suponiendo que el intercambiador de calor sea adiabático (no existen pérdidas de calor para el medio ambiente) se puede escribir que:

$$\frac{d(m_{ag}(t) h_{ag})}{dt} = \rho_{age} Q_{age}(t) h_{age} - \rho_{ags} Q_{ags}(t) h_{ag} + q_{lag} \quad (22)$$

donde:

h_{ag} - Entalpía del agua de enfriamiento, J/kg.

$m_{ag}(t)$ - Masa del agua de enfriamiento, kg.

Relaciones constitutivas:

Entalpías:

$$h_l = c_{pl} T_l \text{ - Entalpía del licor, J/kg.} \quad (23)$$

$$h_{ag} = c_{pag} T_{ag} \text{ - Entalpía del agua de enfriamiento, J/kg.} \quad (24)$$

Flujos de calor (licor-agua):

$$q_{lag} = U_{lag} A_{lag} (T_l - T_{ag}) = U_{lag} A_{lag} \Delta T_{lag} \quad (25)$$

donde:

U_{lag} - Coeficiente global de transferencia térmica de los tubos (licor) para el casco (agua), W/m² K.

A_{lag} - Sección de transferencia térmica entre el casco y los tubos, m².

T_{ag} - Temperatura del agua en el casco, K.

T_l - Temperatura del licor en los tubos, K.

ΔT_{lag} - Diferencia de temperatura entre los tubos (licor) y el casco (agua), K.
 siendo:

$$A_{lagi} = 2 \pi r_i L \text{ Área interna de intercambio térmico, m}^2.$$

$$A_{lage} = 2 \pi r_e L \text{ Área externa de intercambio térmico, m}^2.$$

donde:

r_i - Radio interno de los tubos, m.

r_e - Radio externo de los tubos, m.

L- Longitud del intercambiador, m.

Las ecuaciones de movimiento del intercambiador entonces quedan

Para el fluido de licor carbonato-amoniaco fresco, substituyendo (17), (23) y (25) en (21) queda:

$$\frac{d T_{lst}(t)}{d t} = \frac{W_{let}(t) c_{p_l} [T_{let}(t) - T_{lst}(t)] - U_{lag} A_{lag} \Delta T_{lag}(t)}{\rho_{le} V_l c_{p_l}} \tag{26}$$

donde el flujo másico de licor a la entrada de acuerdo con la expresión (18) es:

$$W_{let}(t) = \rho_{le} Q_{let}(t) = \rho_{lst} Q_{lst}(t) = W_{ls}(t) = W_{le}(t) \text{ de entrada al tanque y } T_{lst}(t) = T_{le}(t)$$

Para el agua de enfriamiento a través del casco, substituyendo (20) y (24) en (22) queda:

$$\frac{d T_{ags}(t)}{d t} = \frac{W_{age}(t) c_{p_{ag}} [T_{age}(t) - T_{ags}(t)] + U_{lag} A_{lag} \Delta T_{lag}(t)}{\rho_{ag} V_{ag} c_{p_{ag}}} \tag{27}$$

donde el flujo másico de agua a la entrada de acuerdo con la expresión (20) es:

$$W_{age}(t) = \rho_{ag} Q_{age}(t) = \rho_{ags} Q_{ags}(t) = W_{ags}(t)$$

Considerando que el intercambiador de calor analizado anteriormente opera como un intercambiador de calor a contracorriente sin cambio de fase de los fluidos y despreciando el intercambio con el medio, el término $\Delta T(t)$ se puede denominar según Franks (1972, Kreith (1977) y García (1997) diferencia media logarítmica de temperatura o "Mean Logarithmic Temperature Difference-MLTD", que se determina como:

$$\Delta T_{med}(t) = \frac{\Delta T_{max}(t) - \Delta T_{min}(t)}{\ln [\Delta T_{max}(t) / \Delta T_{min}(t)]} \tag{28}$$

donde:

$$\Delta T_{max}(t) = T_{lst}(t) - T_{age}(t)$$

$$\Delta T_{min}(t) = T_{let}(t) - T_{ags}(t)$$

Tomando las ecuaciones (26) y (27) para cada uno de los m enfriadores de licor, según la figura (4), podrían ser representadas de la siguiente forma se obtiene:

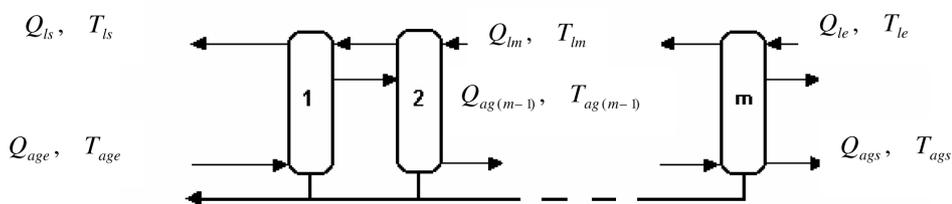


Figura 4. Variables de entrada, salida y perturbación en los Enfriadores de Licor.

$$\begin{aligned} \frac{dT_{ls}(t)}{dt} &= \frac{Q_{l2}(t) [T_{l2}(t) - T_{ls}(t)]}{V_{lt1}} - \frac{U A \Delta T_{\xi_1}(t)}{(\ln \xi_1) k_1 V_{lt1}} \\ \frac{dT_{ag1}(t)}{dt} &= \frac{Q_{age}(t) [T_{age}(t) - T_{ag1}(t)]}{V_{agt1}} + \frac{U A \Delta T_{\xi_1}(t)}{(\ln \xi_1) k_2 V_{agt1}} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_{lm}(t)}{dt} &= \frac{Q_{let}(t) [T_{let}(t) - T_{lm}(t)]}{V_{lim}} - \frac{U A \Delta T_{\xi_m}(t)}{(\ln \xi_m) k_1 V_{lim}} \\ \frac{dT_{ags}(t)}{dt} &= \frac{Q_{ag(m-1)}(t) [T_{ag(m-1)}(t) - T_{ags}(t)]}{V_{agtm}} + \frac{U A \Delta T_{\xi_m}(t)}{(\ln \xi_m) k_2 V_{agtm}} \end{aligned}$$

siendo:

$$\begin{aligned} \Delta T_{\xi_m}(t) &= \Delta T_{max}(t) - \Delta T_{min}(t) = (T_{ls}(t) - T_{age}(t)) - (T_{l2}(t) - T_{ag1}(t)) \\ \xi_1 &= \frac{\Delta T_{max}(t)}{\Delta T_{min}(t)} = \frac{(T_{ls}(t) - T_{age}(t))}{(T_{l2}(t) - T_{ag1}(t))} \\ Q_{let}(t) &= Q_{ls}(t), \quad Q_{ag(m-1)}(t) = Q_{age}(t), \quad V_{lt1} = V_{lim}, \quad V_{agt1} = V_{agtm}, \end{aligned}$$

donde:

$n = 1, 2, \dots, m$: número de enfriadores de licor.

$Q_{ls}(t)$ -Flujo de licor de entrada y salida del enfriador 1 que va para el tanque de contacto, m^3/min .

$T_{l2}(t)$ -Temperatura del licor a la entrada del enfriador 1, K.

$T_{ls}(t)$ -Temperatura del licor de salida del enfriador 1 que va para el tanque de contacto, K.

V_{lt1} -Volumen de licor en el enfriador 1, m^3

ΔT_{ξ_1} -Diferencia media logarítmica de temperatura en el enfriador 1, K.

$T_{ag1}(t)$ -Temperatura del agua que sale del enfriador 1, K.

$T_{age}(t)$ -Temperatura del agua de entrada al enfriador 1, K.

V_{agt1} -Volumen de agua en el enfriador 1, m^3 .

$Q_{age}(t)$ -Flujo de agua que entra y sale del enfriador 1, m^3/min .

$T_{lm}(t)$ -Temperatura del licor a la salida del enfriador m , K.

$T_{let}(t)$ -Temperatura del licor a la entrada del enfriador m , K.

$Q_{ag(m-1)}(t)$ -Flujo de agua que entra al enfriador m , m^3/min .

Relaciones constitutivas

$$k_1 = \rho_{lc} c_{p_l}, \quad V_{lt} = N_t \pi r_e^2 L, \quad k_2 = \rho_{ag} c_{p_{ag}}, \quad V_{agt} = \frac{\pi D_t^2 L}{4} - V_{lt}$$

donde:

N_t - Número de tubos.

D_t - Diámetro del intercambiador, m.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A continuación se muestra el resultado de la simulación realizada para un tanque de contacto y un sistema con seis enfriadores de licor con valores reales tomados de la industria, donde se puede evaluar el comportamiento de cada uno de los parámetros de salida del proceso ante excitaciones en sus variables manipuladas, tal y como lo muestran las figuras 5, 6, 7, y con excitaciones en las perturbaciones en las figuras 8,9,10 y 11. Aquí las entradas fueron excitadas con funciones escalón de $\pm 20\%$, entorno del valor nominal de operación.

Para excitación en las variables manipuladas:

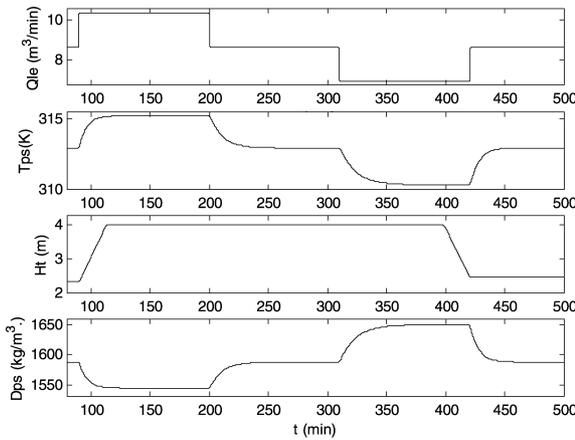


Figura 5. Respuesta del nivel, la temperatura y la densidad ante variaciones en el flujo de licor.

Como se observa de las figuras 5, 6 y 7, las variables de salida ante excitaciones de las variables manipuladas alcanzan los valores esperados, mostrando para las variaciones del flujo de licor un comportamiento de sistemas de primer orden para el caso de la temperatura y la densidad y de integrador para el nivel, en torno de su valor nominal de operación, ante variaciones en el flujo de agua de enfriamiento sólo varía la temperatura de la pulpa a la salida del tanque, la densidad y el nivel se mantienen constantes y ante variaciones en el flujo de salida sólo varía el nivel del tanque. Estos comportamientos permiten evaluar las dependencias de cada una de las variables manipuladas o de control, por separadas, con cada una de las variables controladas o de salida.

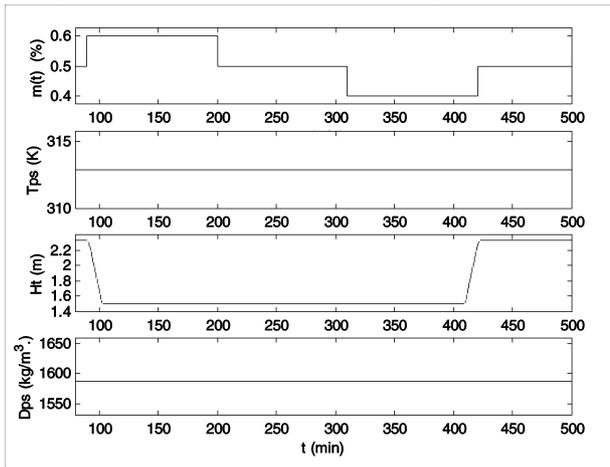


Figura 6. Respuesta del nivel, la temperatura y la densidad ante variaciones en el flujo de agua.

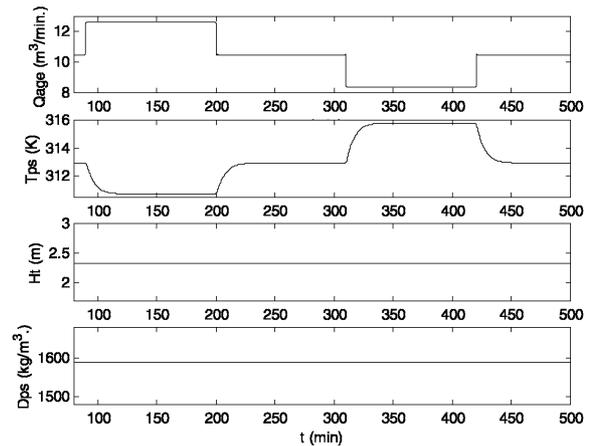


Figura 7. Respuesta del nivel, la temperatura y la densidad ante variaciones en el flujo de salida

En las figuras 8, 9, 10 y 11 se observa, en las variables de salida ante excitaciones en las perturbaciones un comportamiento dinámico esperado, típico de un sistema de primer orden con no-linealidades. Para el caso de variaciones en el flujo de mineral se observan respuestas como sistemas de primer orden para la densidad y la temperatura, éstas alcanzan valores un poco más elevados al aumentar el mismo. El aumento de la temperatura del mineral provoca que ascienda la temperatura de la pulpa; el aumento de la densidad del mineral aumenta la temperatura ligeramente y la densidad de salida, el aumento de

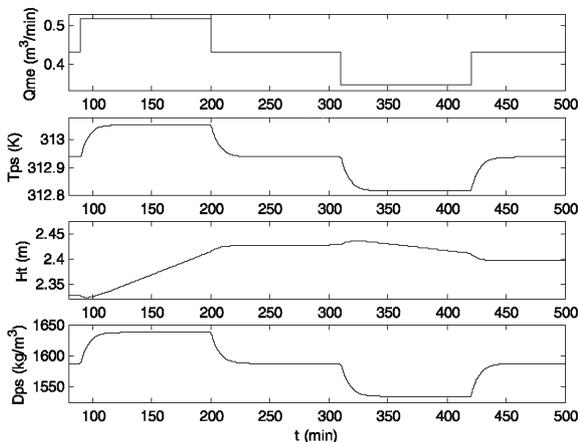


Figura 8. Respuesta del nivel, la temperatura y la densidad ante variaciones en el flujo de mineral.

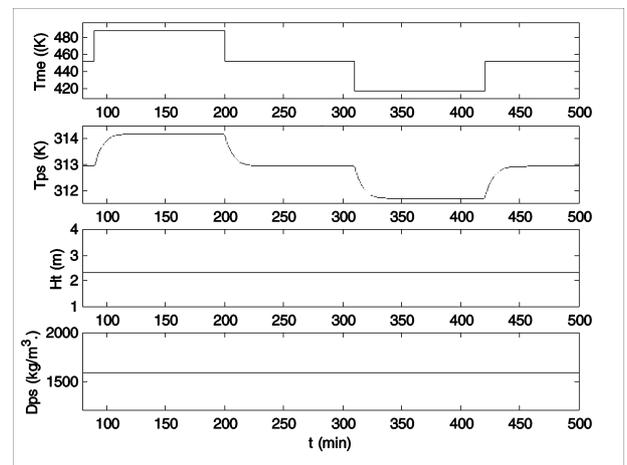


Figura 9. Respuesta del nivel, la temperatura y la densidad ante variaciones en la temperatura del mineral

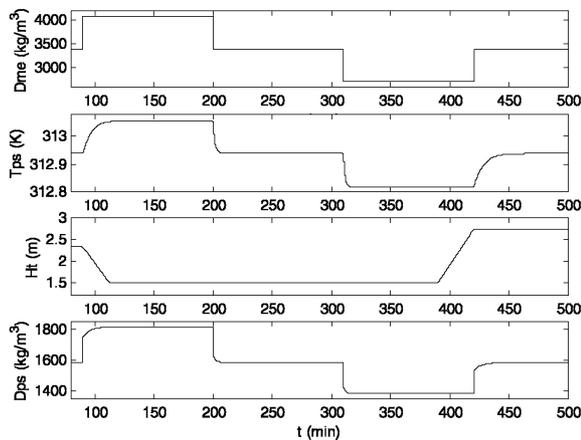


Figura 10. Respuesta del nivel, la temperatura y la densidad ante variaciones en la densidad del mineral

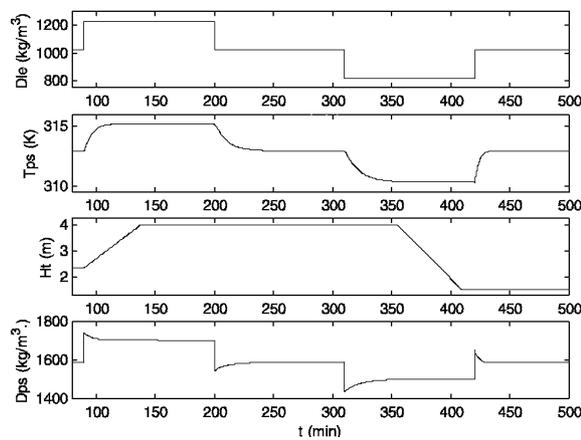


Figura 11. Respuesta del nivel, la temperatura y la densidad ante variaciones en la densidad del licor

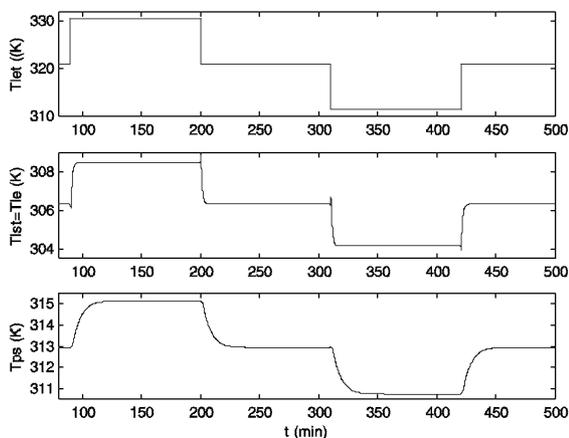


Figura 12. Respuesta de la temperatura de la pulpa ante variaciones en la temperatura del licor

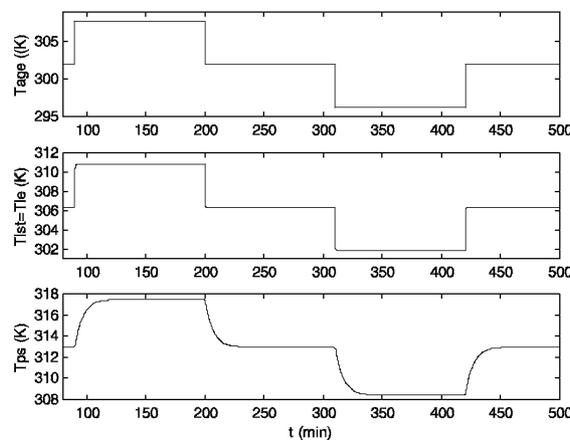


Figura 13. Respuesta de la temperatura de la pulpa ante variaciones en la temperatura del agua

la densidad del licor también provoca variaciones así como las fluctuaciones en la temperatura del licor de entrada y del agua a los Enfriadores. Las funciones de transferencia para cada uno de estos canales son mostrada en Guzmán (1999).

CONCLUSIONES

1. Entre las variables que caracterizan al Tanque de Contacto y los Enfriadores de Licor se presentan una serie de dependencias que hacen compleja su presentación como un sistema único dinámico a partir de los procesos que ocurren en los mismos.
2. En la modelación matemática dinámica del Tanque de Contacto resultó necesario partir del balance de masa para los sólidos que componen la mezcla y así obtener una expresión para la densidad y luego realizar un balance global de masa con el fin de obtener una expresión para el nivel.
3. La modelación matemática de los Enfriadores de Licor parte de considerar al sistema como un intercambiador de calor del tipo casco-tubo que opera en contracorriente donde es necesario modelar cada uno de los enfriadores por separado para, al simularlo, obtener la respuesta dinámica esperada.
4. La simulación del modelo de estos dos agregados como sistema demuestra en cada una de las variables de salida un comportamiento acorde a los límites que alcanzan éstas en estado nominal de operación, lo que satisface los datos reales de la planta suministrados a sus entradas.

BIBLIOGRAFÍA

- Chang, A. (1986): "Consideraciones sobre la termodinámica del proceso de lixiviación carbonato-amoniaco". *Minería y Geología* No. 3.
- Franks, R. G. E. (1972): *Modelling and Simulation in Chemical Engineering*. New York, Wiley Interscience.
- García, C. (2000): *Identificação de Sistemas e Estimación de Parâmetros*. São Paulo-SP, Brasil, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- _____ (1997): *Modelación y simulación de procesos industriales y de sistemas eletromecánicos*. Sao Paulo, EDUSP.
- Guzmán, D. (1998): *Controle Multivariável do Tanque de Contato Empregado no Processo de Lixiviação dos Minerais Niquelíferos*. São Paulo, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- _____ (1999): "Modelagem matemática e Controle multivariável do Tanque de Contato empregado no processo de lixiviação dos minerais níquelíferos". [Dissertação de Maestría]. Escuela Politécnica Universidad de Sao Paulo, São Paulo, Brasil.
- Hwang, D. Sh. y P. L. Hsu (1997): "A Practical Design for a Multivariable Proportional-Integral Controller in Industrial Applications". *Ind. Eng. Chem. Res.* No. 36.
- Hwang, S H. (1995): "Geometric Interpretation and Measures of Dynamic Interactions in Multivariable Control Systems". *Ind. Eng. Chem. Res.*, No. 34, p. 225.
- Kreith, F. (1977): *Principios da Transmisión de Calor*. Sao Paulo, Edgar Blucher.
- Lucenko, B. (1984): *Modelación matemática de los procesos tecnológicos químicos en máquinas analógicas*. Moscú, Izdat.
- Nobile, D. P. (1997): "Controle bilinear com desacoplamento aplicado a caixa de alimentação de uma máquina de papel". [Dissertação Mestrado]. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.
- Ogunnaike, B. A. y W. H. Ray (1994): *Process Dynamics, Modelling and Control*. New York, Oxford University Press.
- Recica, V. (1998): "Automatic Tuning of Multivariable PID Controlles". [Master Dissertation]. Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund Sweden.
- Reid, R. C. (1987): *The properties of Gases and Liquids*. New York, McGraw-Hill.
- Seborg, D. E., T. F. Edgar y D. A. Mellichamp (1989): *Process Dynamics and Control*. New York, John Wiley & Sons.
- Shing-Jia, S. y H. Shyh-Hong (1998): "Sequential Design Method for Multivariable Decoupling and Multiloop PID Controllers". *Ind. Eng. Chem. Res.*, No.37, p 107-119.
- Smith, C. A., A. B. Corripio (1997): *Principles and Practice of Automatic Process Control*. New York, John Wiley & Sons Inc.
- Tijonov, O. (1978): *Modelos matemáticos sencillos en los procesos metalúrgicos*. Leningrado, Instituto de Minas de Leningrado.
- _____ (1975): *Teoricheski Asnobi Avtomatizacia Metalurgicheski Processov*. Leningrado, Instituto de Minas de Leningrado.
- Weng, K, H., H. L. Tong y P. G. Oon (1997): "Tuning of Multiloop Proportional-Integral-Derivative Controllers on Gain and Phase Margin Specifications". *Ind. Eng. Chem. Reser.*, No. 36, p 2231-2238.
- Zanabria, O. A. (1997s): "Modelamento, Simulação e Controle de um Processo de Neutralização de pH". [Dissertação de Mestrado] Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Brasil.