

# MODELO DIGITAL DEL RELIEVE ORIGINAL DEL YACIMIENTO PUNTA GORDA

## *Digital model of original relief of Punta Gorda deposit*

Adrián Martínez Vargas<sup>1</sup>  
Aristides Alejandro Legrá Lobaina<sup>1</sup>  
Norberto Ferrera Alba<sup>2</sup>  
Luis F. Mena Matos<sup>2</sup>

E-mail: amvargas@ismm.edu.cu

<sup>1</sup> Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa

<sup>2</sup> Centro de Proyectos del Níquel, Moa

### RESUMEN

Se obtiene un MDT del relieve original del yacimiento de níquel Punta Gorda, transformado por veinte años de explotación minera. Se parte de tres fuentes de información: la red de exploración espaciada a 33,33 m, precisa pero poco densa; la red de explotación espaciada a 16,67 m, densa pero imprecisa, y la tercera es la carta topográfica a escala 1: 5 000, digitalizada con vectorización semiautomática sobre las imágenes rectificadas con polinomios de 2<sup>do</sup> y 3<sup>do</sup> órdenes; ésta es poco precisa, pero representativa de la variabilidad espacial del terreno. Se compararon las fuentes de información tomando como referencia la carta topográfica y en función de estas diferencias se planificó un levantamiento de campo para el control de errores. Se compararon los puntos de control con las fuentes de información y algunas de sus combinaciones, convertidas en *grids* espaciados a 2 m de distancia, estos *grids* fueron estimados mediante interpolación lineal con triangulación de Delaunay, Kriging Ordinario (KO) y Kriging con Drift Externo (KDE). Se empleó también la técnica de Jackknife, y se tomaron como destino los puntos de comprobación. Los mejores resultados se obtuvieron con KDE tomando como variable la cota de la red de explotación y como *drift* la carta topográfica 1: 5 000, a ésta se agregó la red de explotación para densificar la información del *drift*. Se eliminaron los datos no robustos y se obtuvo un MDT usando la precisión de la red de exploración y la información del comportamiento espacial del relieve brindados por la red de explotación y la carta topográfica 1: 5 000.

**PALABRAS CLAVE:** Digitalización, Triangulación de Delaunay, Kriging Ordinario, Kriging con Drift Externo, Modelo Digital del Terreno (MDT).

### ABSTRACT

We make de DEM of the original relief from the nickeliferus ore body Punta Gorda, transformed by 20 years of mining. We use three main sources of elevation information, the elevation of the collar hole for exploration 33, 33 m spaced, it is precise but not dense; the collar of the exploitation drill hole 16, 66 m spaced, it is dense but less accurate; and finally the topographic map at 1:5 000 digitized with semiautomatic vectorization on rectified images with polynomials of 2<sup>do</sup> y 3<sup>do</sup> degree, these one is less accurate but representative of the spatial variability of the landscape. We compare the different information sources taking as reference the topographic map, depending of such differences was schedule a topographic control in field. They were compared the controls points with the sources of information and few combinations, previously transformed in 2m spaced grids, we use for estimation the Lineal Interpolation with Delaunay triangulation, Ordinary Kriging (KO) and Kriging with External Drift (KDE). We use to the Jackknife technique, taking as destiny the controls points. The bests results was reached with KDE, taking as variable collar elevation of drill hole from exploration phase and as drift the 1: 5 000 topographic map, we added the collar of exploitation drill holes for increase la information density. Before estimation we eliminated the not robust data, and then were obtained an MDT with the precision of the collar of exploration drill hole and the spatial behavior of collar of exploitation drill hole and 1: 5 000 topographic map.

**KEY WORDS:** Digitizing, Delaunay triangulation, Ordinary Kriging, Kriging with External Drift, Digital Elevation Model (MDT).

## INTRODUCCIÓN

En la región de Moa, situada al nordeste de Cuba, se encuentra una de las mayores reservas de níquel y cobalto del mundo en yacimientos lateríticos. Por la calidad de sus menas y por las reservas que encierra, sobresale entre estos yacimientos el depósito Punta Gorda, el cual se explota hace más de veinte años y se prevé continúe abierto otros cinco. Debido a que no existe actualmente un modelo confiable del relieve original del yacimiento, no es posible controlar de manera eficiente el material menífero remanente en la zona minada. Por ello es que se hizo necesario obtener el modelo digital del relieve original (MDT) a partir de las fuentes de información preexistentes que aportan datos de diferentes épocas y grado de precisión. Se propuso como objetivo desarrollar una metodología que permitiera examinar críticamente la información disponible sobre la topografía primaria del yacimiento Punta Gorda y obtener un MDT con el menor grado posible de errores.

## MATERIALES Y MÉTODOS

El área de trabajo se circunscribe a la región limitada por la concesión minera actual que posee la Empresa Comandante Ernesto Che Guevara (ECECG) sobre el yacimiento Punta Gorda y una franja extra de 500 m que circunda dichos límites.

La ECECG dispone y utiliza la información topográfica para la planificación y control de la minería, así como para el cálculo de los recursos y reservas, planificación de obras de ingeniería dentro del área de su concesión, y estudios geológicos, geomorfológicos y geoquímicos actualmente en ejecución. Esta empresa dispone de varias fuentes de información topográfica; las utilizadas en este trabajo se relacionan en la tabla 1.

El levantamiento topográfico para apoyar la red de pozos de exploración del yacimiento Punta Gorda se considera preciso y se realizó en tres campañas que abarcaron sectores distintos del yacimiento. Actualmente, el levantamiento de apoyo a la red de explotación se realiza de forma progresiva, a medida que el yacimiento se explota. Según experiencias de los mineros, suelen existir algunos errores distribuidos en toda el área que ocupan estos datos. La carta topográfica obtenida por fotogrametría, aunque es menos precisa debido a que se obtuvo a gran escala, es muy representativa de las variaciones locales del relieve y, además, muy estable, por el suavizado resultante de la ausencia de información entre isolíneas.

Para completar la información del relieve original se procedió a la digitalización de las planchetas topográficas a escala 1:5 000, y se obtuvo un fichero de datos. La digitalización se realizó con el software TELEMAT de GEOCUBA, directamente sobre las imágenes de bits de las planchetas topográficas, con una resolución de 300 píxeles por pulgada. Se introdujeron puntos de control para la georreferenciación de las imágenes que se rectificaron con polinomios de segundo orden. Se comprobó que las imágenes iniciales tenían un error de hasta 3 m por concepto de distorsión. El error de la rectificación estuvo en el orden de los 0,2 a 0,5 metro, resultado obtenido por validación cruzada de los puntos de control. Los errores más bajos se alcanzaron con los polinomios de 2° y 3° órdenes.

Como método de digitalización se empleó la vectorización semiautomática o asistida. Posteriormente se corrigieron los errores de digitalización y se asignaron las cotas topográficas. Esta técnica de digitalización garantiza un error mínimo de desplazamiento de las curvas de nivel digitalizadas con respecto a la base topográfica. Todos los errores groseros de asignación de cotas topográficas se revisaron comparando las isolíneas creadas a partir de *grids* (Surfer® Version 7, 1999; Legrá y otros, 1999) y las líneas digitalizadas.

Para efectuar el análisis de la validez de la información disponible se realizó un levantamiento de campo, con el objetivo de actualizar información de zonas donde la topografía ha sido transformada por la mano del hombre y analizar los errores existentes en las fuentes de información disponible, determinando así la escala máxima de utilización de los datos y la posibilidad de corregir dichos errores.

Se levantó un área total de 0,3374 km<sup>2</sup> y una extra de comprobación de 1,01655 km<sup>2</sup>. El levantamiento incluyó los caminos mineros actuales, el corte de la minería, el contorno de los depósitos de agua en el yacimiento, los depósitos de mineral, escombreras, la red hidrográfica dentro del yacimiento, fundamentalmente las cárcavas y cañadas principales.

En estos trabajos se utilizó la Estación Total Electrónica SET 3010 número 25249, la que permite medir los ángulos con precisión de  $\pm 3$  pulgadas y las distancias con  $\pm (2 \text{ mm} + 2\text{ppm})$ . Esto significa que una distancia de 0,5 km se determina con una precisión de no más de  $\pm 3$  mm. Como puntos de partida se utilizaron los monumentos Mon Cráter, Mon 5277-49A, Mon 5277-50A y Mon 5277-66A de 1ª Categoría, construidos por GEOCUBA.

Dadas las características técnicas del instrumento, la separación máxima se tomó igual a 500 m, mientras que la distancia entre piquetes no superó los 40 m, y el error de orientación al terminar el trabajo en cada estación no sobrepasó el valor  $\pm 30$  pulgadas. El procesamiento de las mediciones de campo se realizó con el software interno del instrumento y se pasó a la computadora a través del lector de tarjetas SCR-2.

Un control de calidad del Departamento de Topografía del Centro de Proyectos del Níquel (CEPRONIQUEL) fiscalizó las actividades en el campo, realizando mediciones similares a la validación cruzada; para ello, se tomaron puntos con cotas conocidas en los cuales se incluyeron los monumentos y obras de ingeniería. La tabla 2 muestra los valores del control de la calidad del trabajo de campo e indica que el levantamiento planificado a escala 1:2 000 cumple con la calidad requerida.

### ***Evaluación de la calidad de los datos primarios***

Para determinar la precisión de las fuentes de información topográfica se realizaron, en dos etapas, comparaciones entre las mismas.

1. Comparación de las fuentes de información primaria.
2. Comparación de las fuentes primarias con los puntos medidos en el campo.

### ***Comparación de las fuentes de información primaria***

Para determinar el grado de similitud entre las distintas fuentes de información y orientar el posicionamiento de los puntos de comprobación en el campo, se compararon las tres fuentes disponibles de información topográfica del relieve original, a saber:

1. Carta topográfica a escala 1:5 000.
2. Cotas de la boca de los pozos de la red de explotación (separados a 33,33 m).
3. Cotas de la boca de los pozos de la red de explotación (densificación de 16,67 m).

Para determinar los errores groseros y sistemáticos de las otras dos fuentes informativas se consideró, *a priori*, como referencia para la comparación, la carta topográfica a escala 1:5 000, por existir gran coincidencia con el levantamiento de comparación inicial y poseer un comportamiento estable (poca variabilidad local) en el terreno. Los datos de los levantamientos topográficos realizados por la ECECG para el control interno de la minería sólo cubren el área minada, por lo cual no se consideraron para este trabajo.

Para comparar los datos se tomó la información contenida en la carta topográfica 1:5 000 y se generó

una rejilla de puntos (*grid*) con un espaciado de dos metros. Se determinaron las diferencias entre la altura topográfica de la boca de los pozos de ambas redes, por separado, y el *grid*. Por último, se analizó la distribución de estas diferencias y se realizaron análisis estadísticos básicos de los errores, a fin de tener una idea previa de la posibilidad de emplear cada uno de estos datos en su estado actual.

Al comparar los datos de la red de explotación con la información contenida en la carta topográfica a escala 1:5 000, se detectaron cinco diferencias groseras; esos datos se eliminaron del fichero de la red de explotación. La tabla 3 y la figura 1 muestran, respectivamente, los estadígrafos y el histograma de las diferencias de cotas entre la carta topográfica 1:5 000 y la red de explotación.

La figura 1 muestra un comportamiento normal de las diferencias entre la red de explotación y la carta topográfica; cabe destacar que el 95 % de los errores están en el intervalo 2,6 a -5,8. Por otra parte, era de esperar que la media de los errores fuese cero, pero en este caso la media está desplazada hacia la parte negativa, lo cual indica un posible error sistemático en una de las fuentes. La distribución geográfica de los errores es caótica, pero tienden a aumentar hacia el sur-sudoeste y sólo en una pequeña área del yacimiento las diferencias no superan el metro, como se muestra en la figura 2.

De la comparación de los datos de la red de explotación con los de la carta topográfica, se determinaron y extrajeron dos diferencias groseras. Los estadígrafos de las diferencias se muestran en la tabla 4 y la distribución espacial de las diferencias en la figura 3.

Resulta evidente que las diferencias entre estas bases topográficas es menor, pero el alto valor de desviación estándar invalida la posibilidad de aceptar la similitud entre éstas. El 95 % de las diferencias está entre -4,83 y 3,97, lo que resulta inconsistente para la escala de trabajo 1:2 000 fijada previamente por la empresa. Teniendo en cuenta las diferencias entre un tipo de información y otro, se puede concluir que el desplazamiento de las medias hacia la parte negativa podría estar causado por un error sistemático.

Los resultados de la comparación entre los datos de las bocas de los pozos y la carta topográfica a escala 1:5 000 permiten afirmar que la calidad de los datos de la red de exploración, aunque menos densa, es superior a la calidad de la red de explotación, y dada las diferencias entre las tres fuentes de información se hacen necesarias comprobaciones de campo para rectificar errores locales y globales de la base de datos que, finalmente, se tome como la más adecuada.

### **Comparación de las fuentes primarias con los puntos medidos en el campo**

Para el diseño del levantamiento topográfico se partió del supuesto de que la base de datos de la exploración podía ser considerada como la primera candidata, y la cota de la boca de los pozos de la red de explotación y la carta topográfica 1: 5 000 las candidatas secundarias.

El diseño de los puntos de comprobación es el que se ilustra en la figura 4. Nótese que se han tomado puntos que están cercanos a las zonas descombradas y minadas, así como zonas que incluyen accidentes geográficos diversos. Dichos puntos fueron tomados en un perfil donde las diferencias entre los *grids* creados a partir de la carta topográfica a escala 1: 5 000 y los datos de la red de exploración, son representativas. Esto significa la existencia de una proporción de los posibles errores; además, se ubicaron en la zona de mayor importancia para la minería.

Las bases de datos candidatas se compararon por separado con los datos obtenidos directamente en el terreno, para ello se tomó el sector ubicado hacia el este y se incluyeron puntos auxiliares conocidos (monumentos, estaciones de cambio del equipo topográfico). La comparación se efectuó entre un total de 100 puntos medidos en el campo y los *grids* preliminares obtenidos para cada data primaria con el método de triangulación de Delaunay (Fig. 5).

Por interpolación bilineal (Bleines *et al.*, 2001, p. 425) se obtuvieron los módulos de las diferencias o errores entre los datos medidos en el campo y los *grids*, espaciados a 2 m. Los puntos tomados sobre las redes de exploración y explotación están generalmente próximos a los nodos de los *grids*, por lo que esta diferencia es equivalente a la comparación directa. El resultado de la comparación se muestra en la tabla 5.

Los criterios utilizados para seleccionar la data de mejor calidad fueron, en orden de jerarquía, la varianza de los errores y la media. Lamentablemente, la red de explotación sólo cubre una pequeña parte de la zona no minada del yacimiento, por lo que existen muy pocos puntos de comprobación en ella; además, por las características del levantamiento, esta red es menos confiable que la red de exploración. Teniendo en cuenta la varianza de los datos, el primer candidato es la red de exploración. La red de explotación queda en un segundo plano por las razones antes expuestas y por los resultados alcanzados al compararla, para todo el yacimiento, con la carta topográfica a escala 1: 5 000.

### **Depuración y validación de bases de datos existentes. Obtención del MDT final**

Mediante un minucioso estudio geoestadístico se depuró la base de datos. Con el mejor resultado se fijaron los parámetros de cálculo para obtener el MDT final del relieve original del yacimiento. Para estimar el MDT se emplearon las siguientes variantes de unión de los datos:

- a) Red de explotación.
- b) Red de exploración.
- c) Carta topográfica a escala 1: 5 000.
- d) Red de exploración y explotación.
- e) Carta topográfica a escala 1: 5 000 y red de exploración.
- f) Carta topográfica a escala 1: 5 000 y red de explotación con la de explotación.

Con el objetivo de conocer si los datos primarios cumplen con las restricciones y recomendaciones impuestas por los métodos geoestadísticos de que los datos tiendan a la normalidad, se efectuó un análisis estadístico (Tabla 6) preliminar (David, 1977; 1984).

Los estadígrafos de la red de explotación difieren de los obtenidos para las fuentes restantes, ya que la primera abarca solamente una pequeña área. Para determinar la tendencia a la normalidad se confeccionaron los histogramas que se muestran en la figura 6.

Las ligeras diferencias existentes entre el histograma de la red de exploración y el de la carta topográfica 1: 5000 responden a la desigual densidad espacial de los puntos topográficos, mientras que las diferencias marcadas de las dos anteriores respecto a la red de explotación se deben a la desigual distribución espacial de los puntos topográficos en el área estudiada (ver Fig. 5).

Para el análisis variográfico sólo se tomó la red de exploración, por ser ésta representativa para toda el área de estudio. Se analizaron las anisotropías globales a fin de facilitar la determinación de las anisotropías locales por estructuras de los variogramas, para ello se calculó el mapa variográfico con lag de 33,33 m con dos funciones diferentes: la función variograma y el variograma relativo en su variante Pairwise; este segundo tiende a filtrar el *drift*, por lo que facilita la detección de características ocultas (estructuras y anisotropías) (Deutsh & Journel, 1998, p. 46) como se muestra en la figura 7.

Para la confección de los variogramas direccionales se dibujaron los pares con el objetivo de detectar valores anómalos (alta varianza y lag pequeño) que alteraran la estructura de los mismos; tales valores no se detectaron. Se tomó un lag de 33,33 m y se anali-

zaron tres direcciones principales:  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $90^\circ$  con  $22,25^\circ$  de tolerancia y ancho de banda máximo de 300 m. El modelo ajustado y su representación gráfica se muestran en la figura 8. Los variogramas experimentales tienen señalados los puntos de los pares y están en línea fina.

Existe un efecto parábola evidente, dado por la presencia de *drift*. Este modelo se mantiene para todo el yacimiento, por lo que el área estudiada es representativa, sólo varía ligeramente la dirección de la anisotropía.

### Análisis de validación cruzada

A fin de definir la robustez de los datos para la estimación en función de la varianza de los errores y su media, se efectuó la validación cruzada de los datos (Bleines *et al.*, 2001, p. 416). El elipsoide utilizado fue de 150 x 150 m con un mínimo de 2 puntos y una cantidad óptima de 12 puntos. La validación se efectuó para los datos por separado y sus combinaciones (Tabla 7).

Como puede verse, la data más robusta es la carta topográfica a escala 1: 5 000; esto no significa que sea la más precisa, sino la que por sí misma tiene los datos mejores y más densamente distribuidos; de aquí la importancia de considerarla en el MDT final.

Con posterioridad, se realizó la estimación por el método Jackknife (Deutsh & Journal, 1998, p. 94), tomando como referencia los puntos de comprobación; en este caso se utilizaron los módulos de las diferencias entre el valor del punto de comprobación con el estimado, para valorar la magnitud absoluta de las diferencias (Tabla 8).

La tabla 8 muestra que el mejor resultado (que exhibe la menor media y varianza de los errores) se alcanza para la data de exploración con el empleo de Kriging ordinario. Esta técnica, a diferencia de la anterior, es definitiva en la determinación de la precisión de los datos utilizados y en la selección de los parámetros más adecuados para la estimación (variograma y elipsoide de búsqueda).

Se compararon los resultados del Kriging con Drift Externo (KDE) (Deutsh & Journal, 1998, p. 70; Bleines *et al.*, 2001, p. 443) con las variantes de Kriging ordinario (KO). Por ello, se estimó en un *grid* espaciado a 2 metros y se migraron los valores a cada uno de los puntos de comprobación. La migración es necesaria porque el método de KDE requiere del conocimiento del drift en el punto a estimar y que el mismo esté distribuido en una red regular (Tabla 9).

La estimación donde se empleó KDE se realizó tomando como función de la variabilidad espacial la

covarianza generalizada de primer orden, ésta se estimó de forma automática (Bleines *et al.*, 2001, p. 407). Para todos los casos, el modelo de covarianza estimado fue la covarianza generalizada de primer orden con índice 151,69 m. Se probaron varias combinaciones de funciones del *drift* (Bleines *et al.*, 2001, p. 407) con el objetivo de determinar la óptima, de ellas la que mejor ajuste tuvo fue, como se esperaba, el *drift* externo; el error medio del ajuste fue -0,016 y la varianza 2,224.

Nuevamente se confirma la calidad de la red de exploración en la estimación de la altura topográfica, por ser de todas las variantes de datos primarios la que mejor resultados brinda en el KO. También se destaca el ligero aumento de la precisión con la introducción del *drift* externo.

## DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

El empleo de datos de diferentes precisión y origen en la obtención de un MDT puede resultar tedioso y requiere de un detallado análisis. Cuando éstos se obtienen a partir de la digitalización de cartas topográficas es preferible emplear el método de vectorización semiautomática de las imágenes previamente rectificadas, para ganar en precisión y velocidad del trabajo. Por lo general, estos mapas de isolíneas carecen de la información primaria de los levantamientos y tienden a suavizar el relieve real a consecuencia de la falta de información.

Para tener una idea previa de la calidad de los datos es recomendable realizar una comparación de las fuentes de información, tomando como referencia los datos con errores menos variables localmente (más estables), esto resalta los errores locales de las otras fuentes de información, tal y como se muestra en la figura 9 a. En el caso estudiado es evidente que, manteniendo como referencia la carta topográfica a escala 1: 5 000, la data de mayor calidad es la de exploración (ver Fig. 3).

De forma general se demostró que la red de exploración es la más precisa de todos los datos, esto lo confirma la comparación realizada con los puntos de comprobación en el terreno (ver Tablas 8 y 9). Contradictoriamente, la validación cruzada muestra que los datos menos exactos son los de la red de exploración (ver Tabla 7); sin embargo, esto se explica por ser la data menos densamente distribuida o, lo que es lo mismo, con mayor media de distancias mínimas entre puntos. Ocurre que la validación cruzada depende en gran medida de la variabilidad espacial de los datos y de la distancia y distribución de éstos en el espacio, de ahí que este criterio deba

manejarse con mucho cuidado y acompañarse de otras pruebas. Es preferible emplear el método de Jackknife, usando puntos de comprobación precisos y bien distribuidos en el área estudiada.

La validación cruzada es más adecuada para eliminar los datos no robustos y detectar los errores existentes en las bases de datos. Como criterio de robustez en este trabajo se tomó el error estandarizado (Geovariances, 2000), definido de la forma siguiente:

donde  $ErrSt$  es el error estandarizado,  $Z^*$  es el valor estimado y  $Z$  el valor real, y  $\sigma^*$  es la desviación estándar de krigeage del punto estimado. Se tomó como límite 2,5 por ser el valor aproximado de 2 veces la desviación estándar en la distribución normal estandarizada, para un 95 % de confiabilidad (Bleines *et al.*, 2001, p. 416). Al estimar se eliminaron los valores no robustos (4 para la red de exploración y 142 para la red de explotación combinada con la carta topográfica a escala 1: 5 000). Al excluir estos datos se eliminan los *outliers* que enmascaran la estructura de los variogramas, aunque en nuestro caso su efecto no fue relevante (Fig. 9 a).

Es importante verificar la correspondencia entre la varianza de estimación, el error absoluto y el error estandarizado, en especial si las varianzas de estimación son pequeñas, pues los errores estandarizados se elevan aunque los errores absolutos sean pequeños. En este estudio los datos excluidos por la magnitud del error estandarizado tuvieron valores absolutos superiores a los 1,44 metro; téngase en cuenta que el error estandarizado, al estar condicionado por la desviación estándar de estimación, se maximiza en las zonas densamente muestreadas; por el contrario, si el punto estimado se encuentra en una zona de pocos puntos experimentales y la distancia entre ellos es elevada, el error estandarizado se minimiza, aunque el error absoluto sea alto, siendo este efecto favorable para filtrar los valores anómalos.

Es importante también la selección del método de estimación más adecuado a partir de pruebas, aunque el criterio y la visualización desempeñan un papel no menos importante, esto se ilustra en las figuras 9 a y 9 b, donde se aprecia la tendencia a formar picos en el caso de la triangulación (Fig. 9 a), a diferencia del KO y KDE (Fig. 9 b) en la cual la forma de relieve tiende a suavizarse.

Finalmente, se selecciona el método de KDE para obtener el MDT final. Al tomar la red de exploración

se impone la precisión en el cálculo y se agrega a éste la información del comportamiento espacial del relieve y sus variaciones, empleando como *drift* la carta topográfica 1: 5 000. Por existir zonas donde esta última posee isolíneas muy espaciadas se decide agregar al *drift* la información de la red de explotación, el resultado final para el sector de comprobación se muestra en la figura 9 b.

## CONCLUSIONES

La creación del modelo digital del relieve puede resultar tediosa y complicada si existen fuentes de información con diferentes grados de precisión, y cada una de éstas aporta información clave para la calidad del MDT final. En este trabajo se logró combinar la precisión de una red de puntos topográficos poco densa con la información de datos más densamente distribuidos en el yacimiento pero con menor precisión, empleando el KDE y tomando como variable principal la más precisa (red de exploración) y como *drift* la combinación de las otras.

No basta la simple comparación de métodos, en este caso se hace evidente que la triangulación puede traer resultados erróneos, pues es altamente sensible a datos no representativos de la forma del relieve.

La validación cruzada es recomendable emplearla para detectar errores o valores anómalos de los datos y para detectar la estructura del variograma eliminando los *outliers*, pero al utilizarla a fin de determinar la calidad de los datos diferentes puede llevar a equivocaciones funestas, por ese motivo se debe considerar como un indicador secundario. Es preferible emplear la técnica de Jackknife con ficheros de puntos que, por una razón u otra, sean confiables.

## AGRADECIMIENTOS

Agradecemos la colaboración de la dirección de minas de la empresa Comandante Ernesto Che Guevara y al equipo de topógrafos del Departamento de Topografía del Centro de Proyectos del Níquel (CEPRONIQUEL), sin la ayuda de los cuales no hubiese sido posible la terminación de este trabajo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1995: Statistica for Windows Release 5.0, User Manual. StatSoft Inc. 2325 East 13<sup>th</sup> Street Tulsa USA.
- 1997: STATGRAPHICS Plus for Windows Version 3, User Manual. Statistical Graphics Corp.
- 1999: Surfer® Version 7, User Manual. Copyright © 1999. Golden Software, Inc.
- BLEINES C., J. DERAISME, F. GEFFROY, S. PERSEVAL, F. RAMBERT, D. RENARD, Y. TOUFFAIT, JANUARY, 2001: Isatis Software Manual. Geovariances, Avon Cedex, France, 531 pp.

DAVID, MICHEL, 1977: Geostatistical Ore Reserve Estimation, Amsterdam, Oxford, New York, Elsevier Scientific Publishing Company.

-----, 1984: *Applied Advanced Geostatistical Ore Reserve Estimation*, Amsterdam, Oxford, New York, Copyright Michel David.

DEUTSH, V. C., G. A. JOURNAL, 1998: Geostatistical Software Library and user's Guide, Oxford University, Oxford, New York. 309 pp.

GEOVARIANCES, 2000: Isatis., On-Line Help. Geovariances, 38 Avenue Franklin Roosevelt, BP 91, 77212 Avon Cedex, France.

LEGRÁ LOBAINA, A.A., R. ORIS, D. SILVA Y F. O. BELETE, 1999: "Modelación de una superficie topográfica a partir de la relación entre el Kriging y la interpolación lineal en R<sup>n</sup>", *Minería y Geología*, no. 1, vol. 16.

Datos	Formato	Procedencia
Cartas topográficas 1:5 000	Papel	Empresa GEOCUBA
Cota de la boca de los pozos red de exploración	Digital	ECECG
Cota de la boca de los pozos red de explotación	Digital	ECECG
Otros levantamientos topográficos	Digital	ECECG

	$\Delta S$ (m)	$\Delta h$ (m)
Error máximo permisible	1	0,33
Número de valores	42	42
Mínimo	0,09	0,01
Máximo	0,64	0,32
Media	0,328	0,15
Varianza	0,0246	0,006
Desviación estándar	0,157	0,0775
Coefficiente de variación	0,47859	0,51496

$\Delta S$ . Desplazamiento en el plano horizontal.

$\Delta h$  Desplazamiento en el plano vertical.

Estadísticos	Valor
Número de valores	11 398
Mínimo	-29,8727954046608
Máximo	27,0544033760575
Media	-1,65974184942914
Varianza	4,45435661855077
Desviación estándar	2,11053467598871
Coefficiente de variación	-1,2716

Estadísticos	Valor
Número de valores	5 805
Mínimo	-17,1059272482454
Máximo	20,2200105654222
Media	-0,439149983013592
Varianza	4,92603242714594
Desviación estándar	2,21946669881437
Coefficiente de variación	-5,05401

**TABLA 5: ESTADÍGRAFOS DE LOS MÓDULOS DE LAS DIFERENCIAS DE LOS PUNTOS DE COMPROBACIÓN CON MDT EN REDES REGULARES OBTENIDOS PARA DIFERENTES DATOS CON EL MÉTODO DE TRIANGULACIÓN DE DELAUNAY**

	Err. carta topográfica 1: 5 000	Err. red de exploración	Err. red de explotación	Err. red de explotación y exploración
Número de valores	100	98	16	100
Mínimo	0,01	0,007	0,85	0,01
Máximo	4,92	5,097	3,09	5,10
Media	1,38	0,948	1,65	0,10
Varianza	1,28	0,85	0,43	0,79
Desviación estándar	1,13	0,92	0,66	0,89
Coefficiente de variación	0,82	0,97	0,40	0,89

**TABLA 6. ESTADÍGRAFOS DE LAS COTAS DE LAS TRES FUENTES DE DATOS PRIMARIAS**

Variable	Cota de la red de explotación	Cota de la red de exploración	Cota topográfica carta 1: 5 000
Cantidad	469	804	15 802
Mínimo	27,17	12,8	10
Máximo	159,73	159,4	160,4
Media	132,00	95,10	97,45
Desv. estándar	19,63	35,05	36,43
Varianza	385,50	1 228,87	1 327,50
Asimetría	-1,95	-0,17	-0,43
Curtosis	0,16	2,21	2,28
Coef. de variación	0,14	0,36	0,37

**TABLA 7. RESULTADOS DE LA VALIDACIÓN CRUZADA**

Data	Media del Error	Varianza del Error
Red de exploración	-0,10428	4,22643
Red de explotación	-0,04459	5,10439
Carta topog. 1: 5 000	-0,00149	0,07268
Red de explotación y exploración	-0,05037	6,86795
Carta topog. 1: 5 000 y red de exploración	-0,00181	0,32065
Carta topog. 1: 5 000, red de exploración y red de explotación	-0,00377	0,90884

**TABLA 8. MÓDULOS DE LOS ERRORES ESTIMADOS POR EL MÉTODO DE JACKKNIFE, EN PUNTOS DE COMPROBACIÓN PARA DIFERENTES DATOS**

Estadígrafo	K33Z	KG3316Z	KG33Z	K1633Z	KGZ	K16Z
Media aritmética	0,93	1,20	1,17	1,07	1,39	4,67
Desviación estándar	0,95	1,03	1,04	1,06	1,15	4,81



<b>TABLA 9. ESTADÍSTGRAFOS DE LOS MÓDULOS DE LOS ERRORES OBTENIDOS                      POR MIGRACIÓN DE LOS PUNTOS DEL <i>GRID</i> REGULAR DE DOS METROS                      DE ESPACIAMIENTO, ESTIMADOS CON VARIAS VARIANTES DE KRIGING ORDINARIO (KO)                      Y KRIGING CON DRIFT EXTERNO (KDE)</b>							
Estadístico	KDE con Red de Explor. + Explot.; Drift Topog. 1: 5 000	KDE con Red de Explor.; Drift Topog. 1: 5 000	KO con Red de Explor.	KDE con Red de Explor., Drift Explot. + Topog. 1: 5 000	KO con Red de Explot. y Explor.	KO con Topog. 1: 5 000	KO con Red de Explot.
Media aritmética	1,06	0,92	0,95	0,95	1,08	1,40	4,57
Desviación estándar	0,91	0,92	0,95	0,98	1,06	1,15	4,77

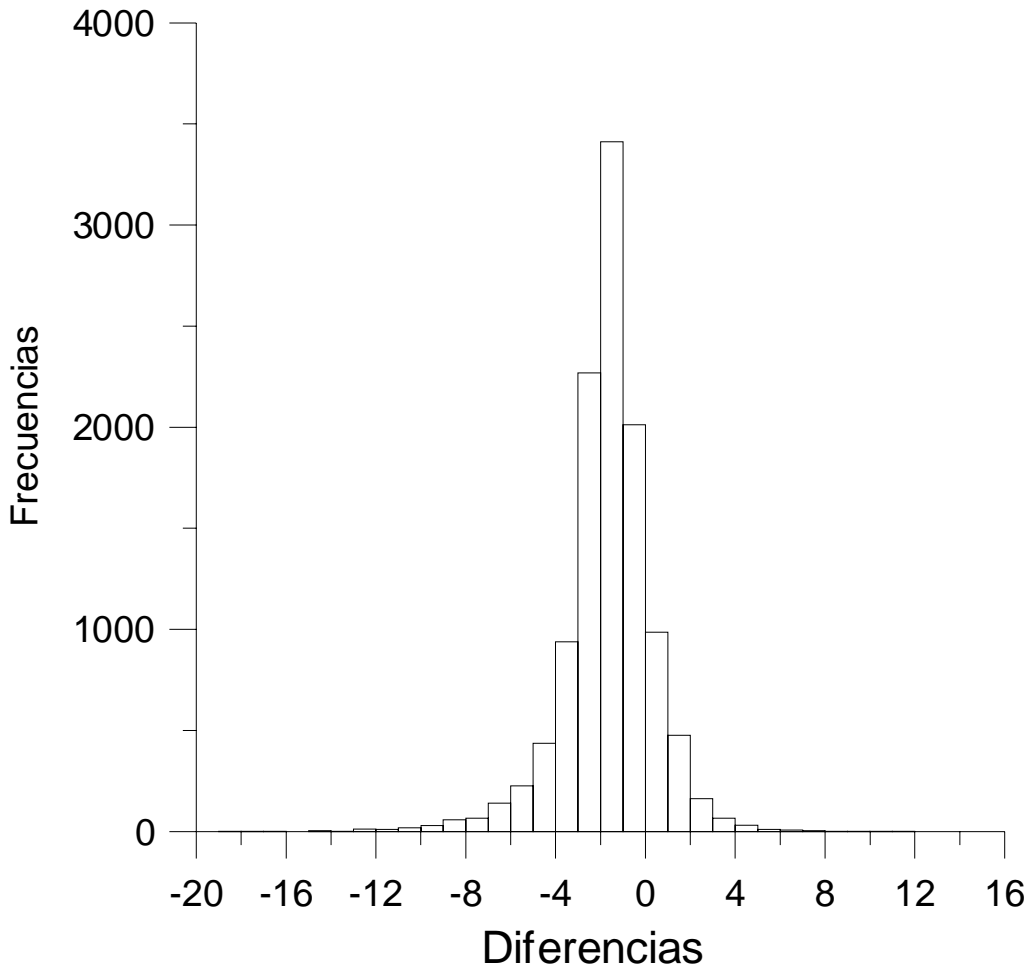


Figura 1. Histograma de las diferencias entre la red de explotación y la carta topográfica a escala 1:5 000.

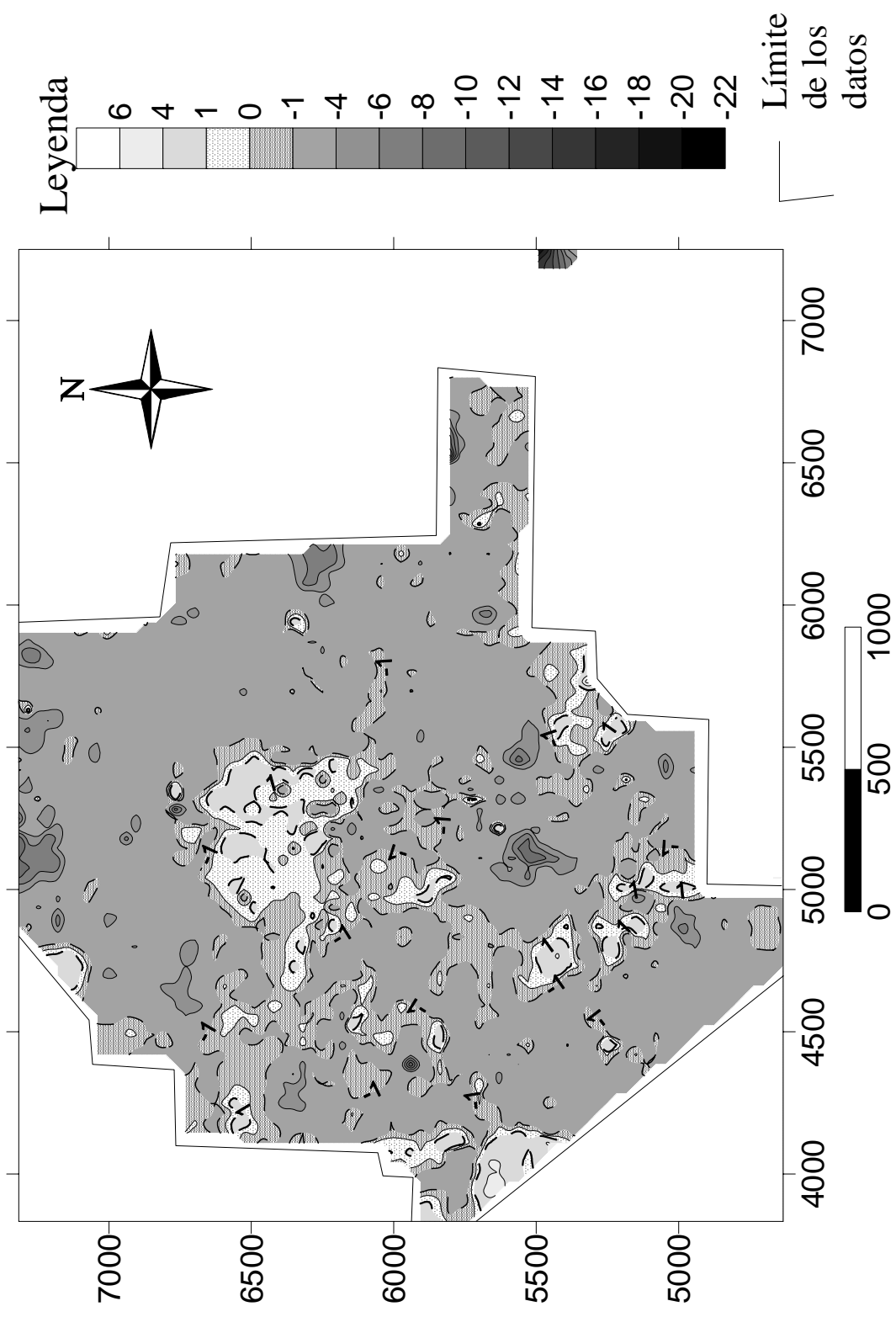


Figura 2. Mapa de residuales de la base de datos de la red de exploración *versus* carta topográfica 1:5 000.

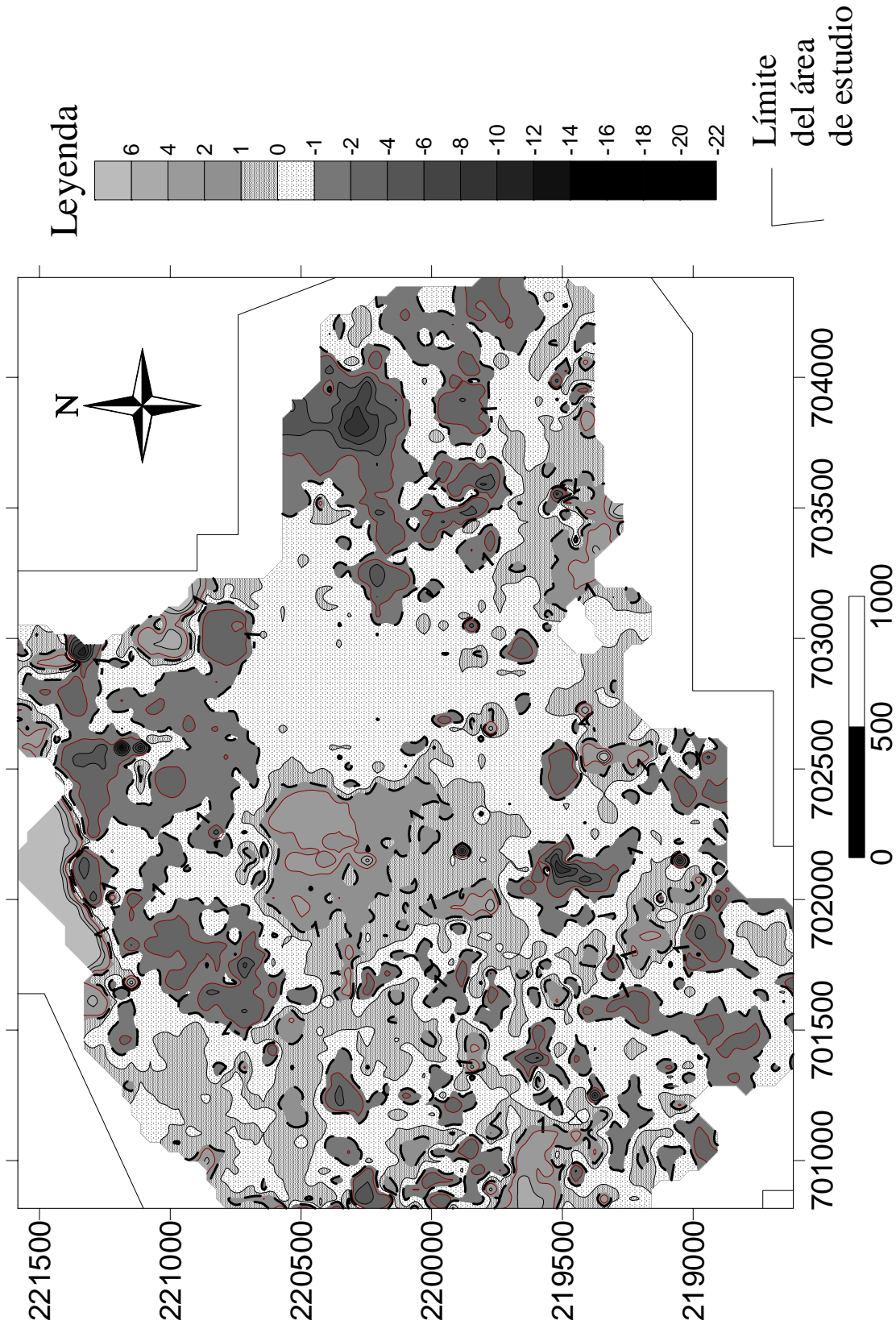


Figura 3. Mapa de residuales en la red de exploración *versus* carta topográfica a escala 1:5 000.

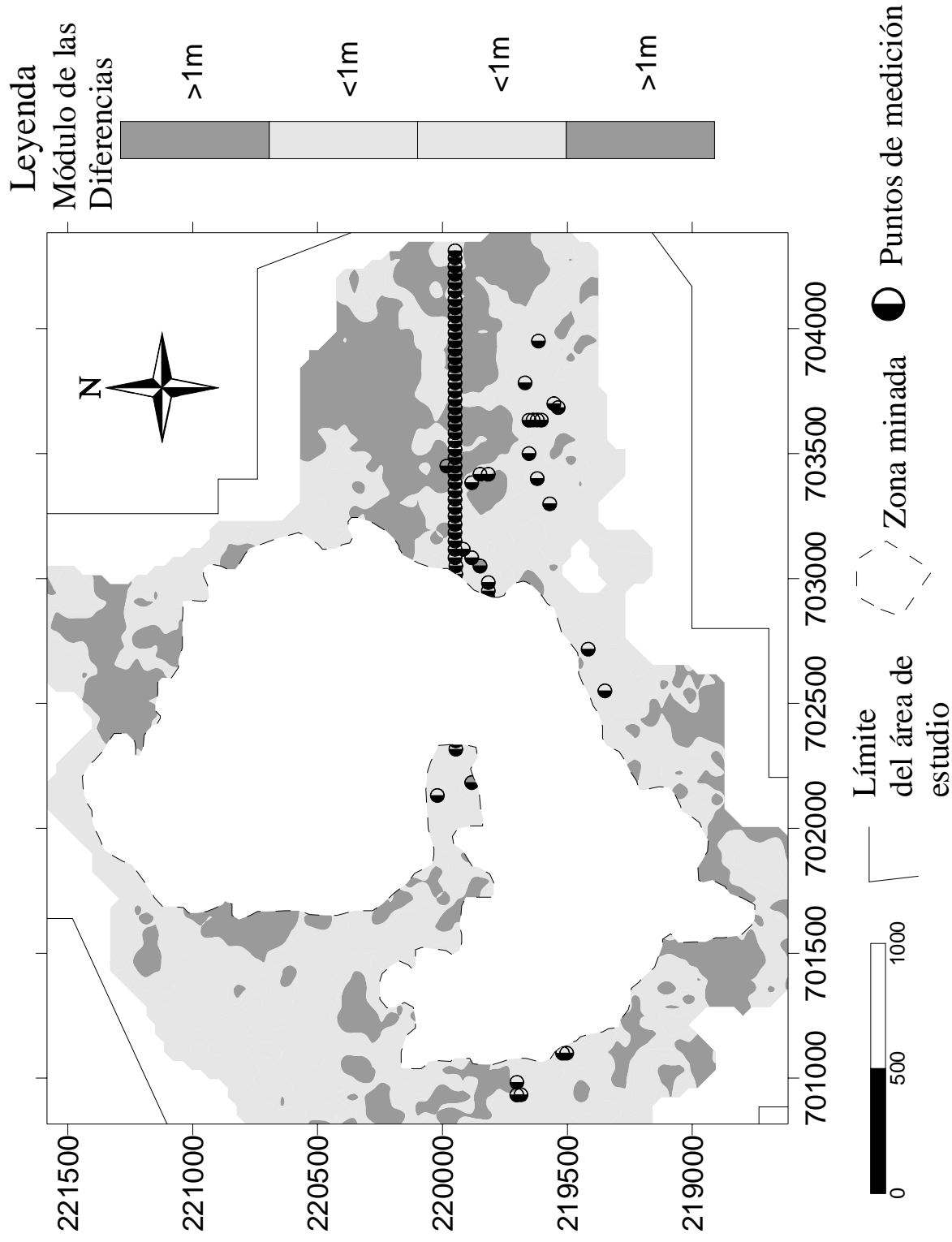


Figura 4. Posición de los puntos de comprobación en el yacimiento Punta Gorda y distribución de los errores en zona no minada.

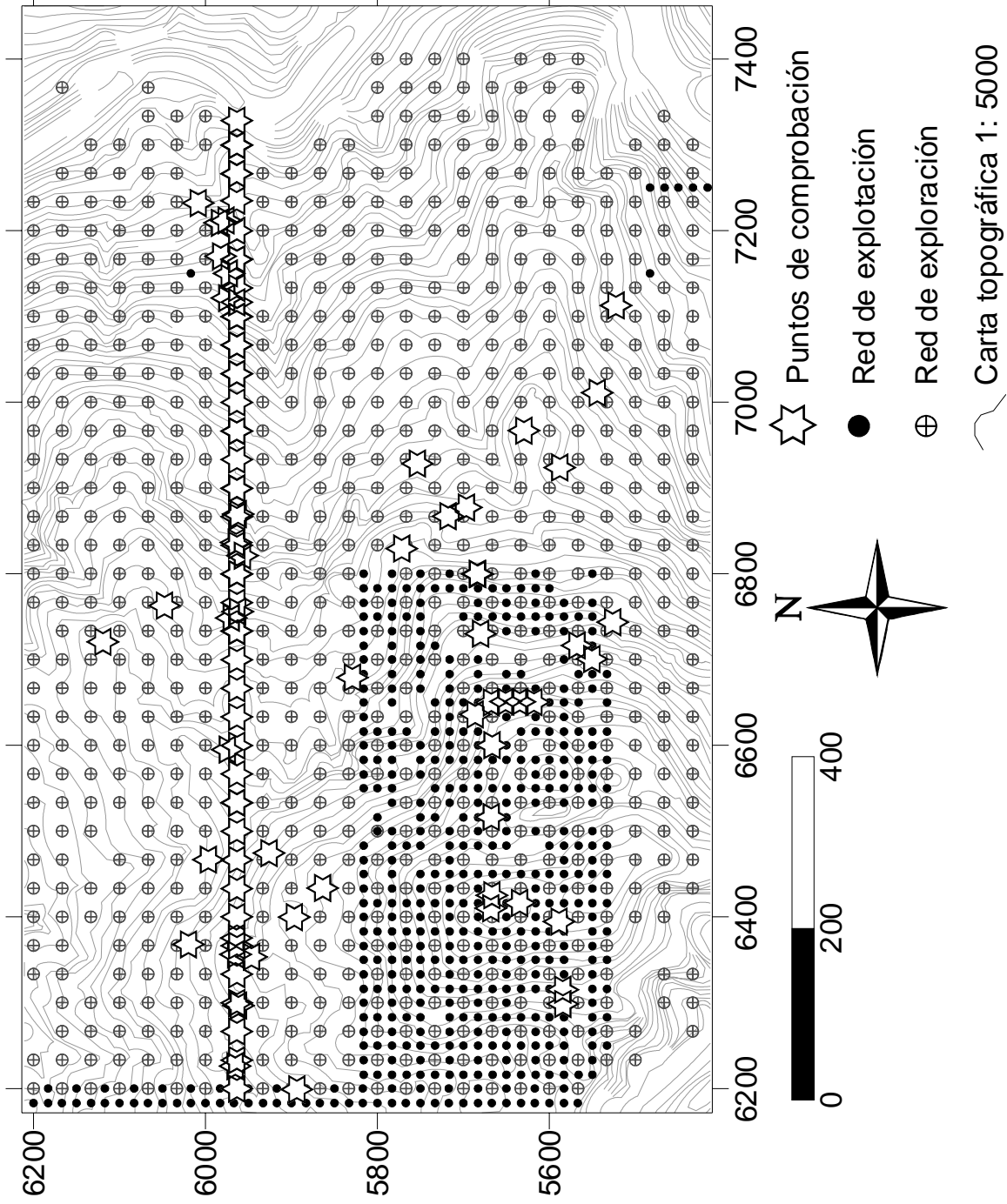
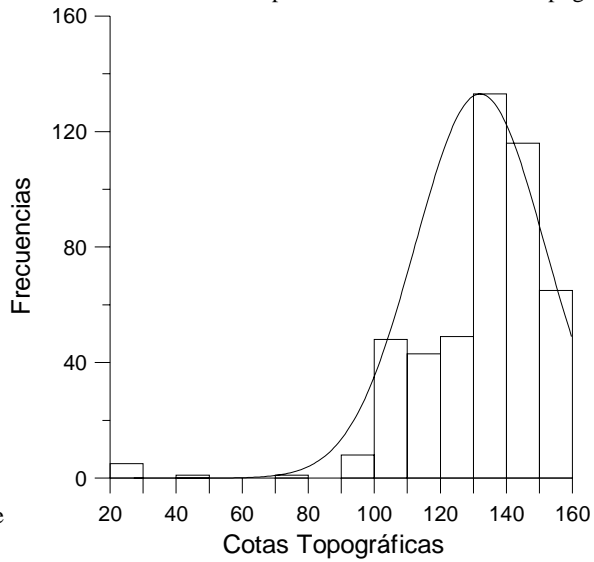
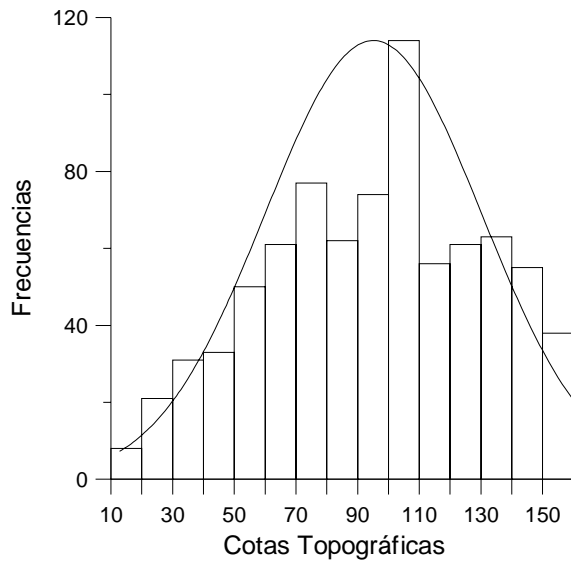


Figura 5. Distribución de los datos empleados en el sector seleccionado para la comprobación.

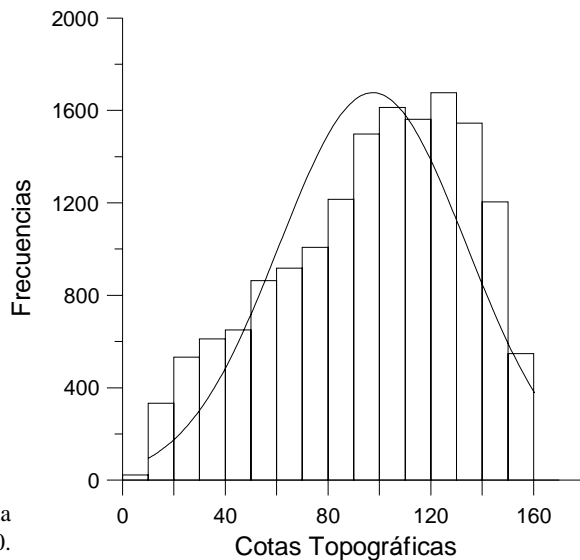
Figura 6. Histogramas de las cotas de las tres fuentes primarias de información topográfica.



6a. Histograma de la red de explotación.

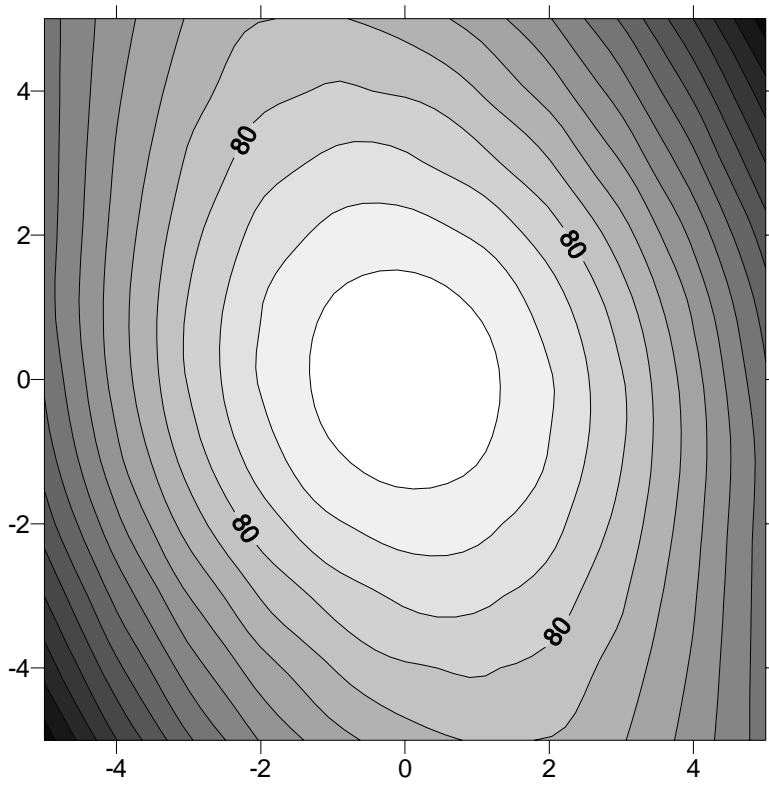


6b. Histograma de la red de exploración.

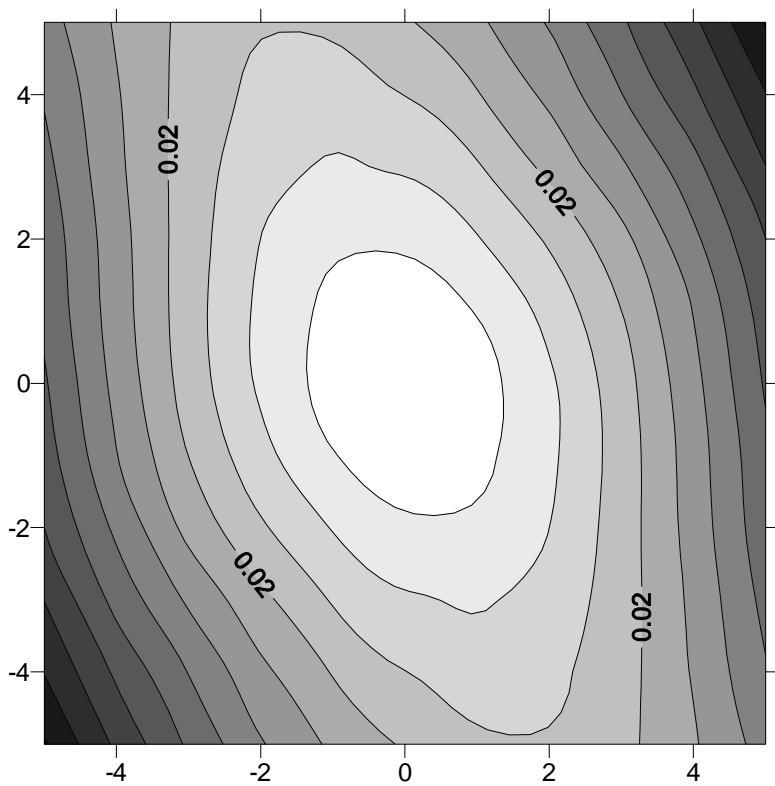


6c. Histograma de la carta topográfica a escala 1: 5 000.

Figura 7. Mapas de variogramas.



7a. Normal.



7b. Relativo Pairwise.

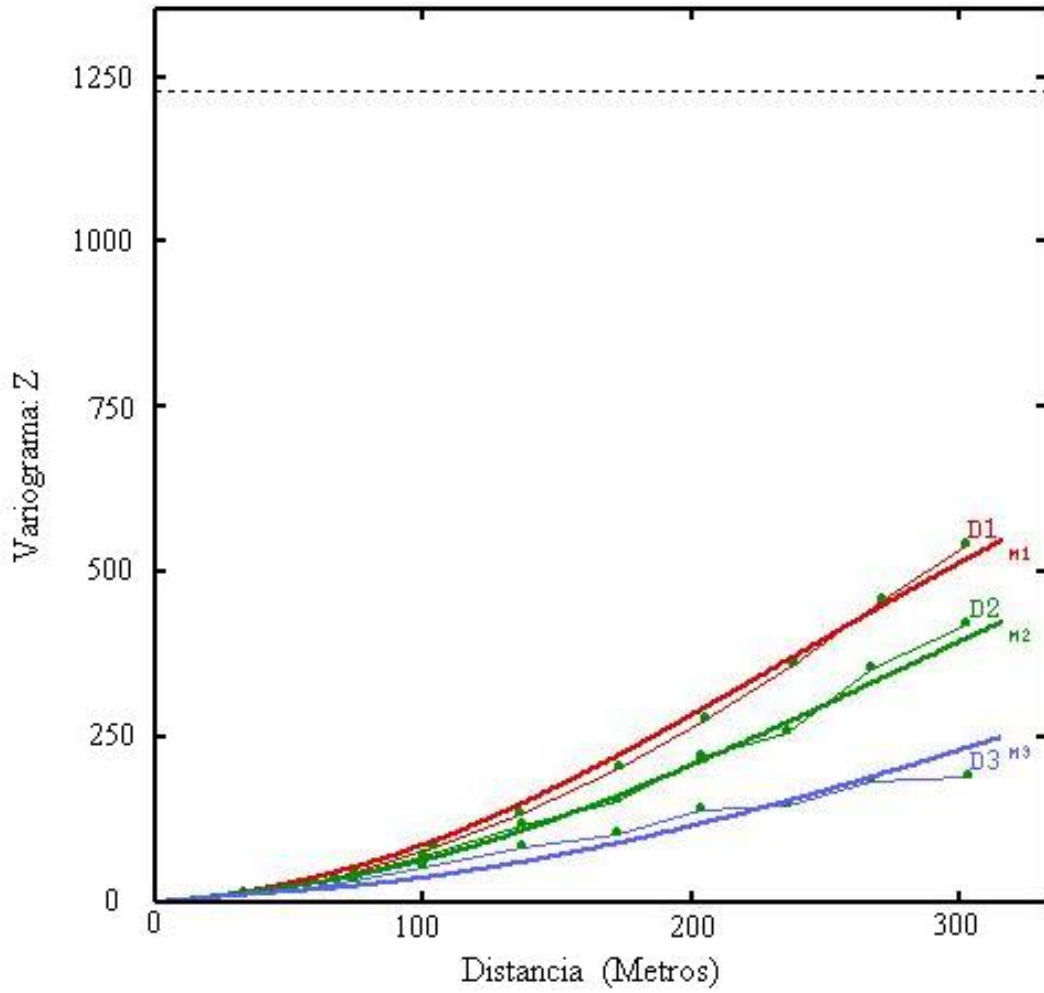
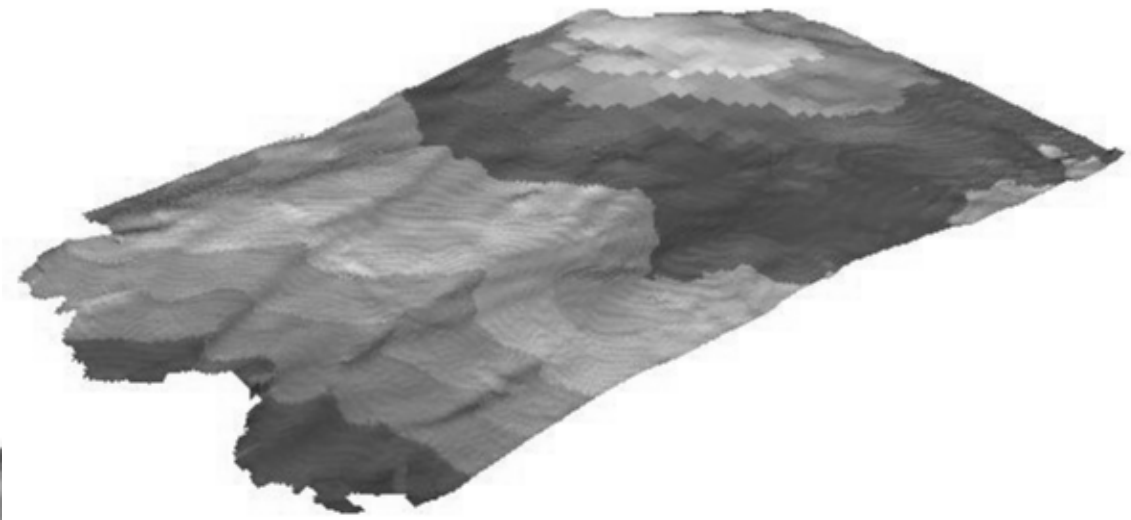


Figura 8. Variogramas direccionales y su ajuste.  
Nota: D1 para 0°, D2 para 45° y D3 para 90°.



Figura 9. Modelos tridimensionales del relieve obtenidos con triangulación y KDE.

9a.) Modelo digital del relieve en triángulos con tres fuentes de información primaria.



9b.) Modelo digital del relieve tipo *grid* de 2 m de espaciamiento obtenido con KDE, empleando red de exploración como variable principal y carta topográfica 1:5 000, y red de explotación como *drift*. Los datos no robustos se eliminaron previamente a la estimación.

