

## **Modelación matemática del proceso de lixiviación ácida de las colas del proceso Caron**

Lianis Columbié-Lamorú  
Ángel O. Columbié-Navarro  
Amaury Palacios-Rodríguez

### **Resumen**

Se modeló matemáticamente la extracción de cobalto a escala de laboratorio mediante lixiviación ácida de colas negras del proceso Caron. La modelación partió de las ecuaciones del balance de materia y energía ajustadas al proceso ensayado, con el fin de tomar decisiones respecto a los parámetros usados para la lixiviación (temperatura, concentración inicial de ácido sulfúrico y concentración del agente reductor, sulfato de hierro II). Como resultado se obtuvo un modelo, formado por ocho ecuaciones, que describe el comportamiento dinámico del proceso de extracción de cobalto, por vía ácida, de colas negras amoniacaes; el modelo permite calcular apropiadamente los parámetros de la lixiviación y monitorear la influencia de estos en la extracción de cobalto como indicador de marcha del proceso.

**Palabras clave:** Modelación matemática; lixiviación ácida; colas negras.

## **Mathematical modeling of the acid leaching of tailings in the Caron technology**

### **Abstract**

A mathematical modeling was completed for extraction of cobalt on a laboratory scale by the acid leaching of tailings using the Caron technology. The mathematical modeling was based on mass and energy balance calculations adjusted to the tested process in order to make decisions in relation to the leaching process parameters; such as, temperature, initial concentration of sulphuric acid, concentration of the reducing agent and iron II sulphate. A model consisting of eight equations was obtained; describing the dynamic behavior of the cobalt extraction process by acid leaching of tailings. This model will allow properly calculating the leaching parameters and monitoring their impact on the extraction of cobalt as a process indicator.

**Key words:** mathematical modeling; acid leaching; black tailings.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las colas amoniacales, conocidas como colas negras, son desechos sólidos proceso tecnológico Caron de producción de níquel; los volúmenes de este residual se incrementan anualmente y provocan desequilibrios en el ecosistema contaminando ríos y mares por arrastre. Han sido tratadas por diferentes vías para extraer de ellas elementos valiosos, como el cobalto, elemento de gran importancia económica y con un alto contenido en las colas.

La modelación matemática constituye una herramienta valiosa para analizar la influencia de determinados parámetros en la extracción de cobalto con vistas a lograr una dirección eficaz del proceso; este estudio se orienta a la modelación matemática de la extracción de cobalto mediante lixiviación ácida de las colas negras, utilizando ácido sulfúrico como agente lixivante y sulfato de hierro II como agente reductor.

La búsqueda bibliográfica reveló la aplicación de la modelación matemática en el proceso de lixiviación carbonato amoniacal para minerales lateríticos (Guzmán Del Río *et al.* 2000, 2001; Guzmán Del Río 2001; Acosta 2004), lo que confirma la utilidad del empleo de modelos matemáticos para simular procesos y operaciones metalúrgicas que lleven a mejorar el planeamiento y control de las variables industriales. No se localizaron estudios de modelación dirigidos específicamente a la lixiviación ácida de colas amoniacales.

Las investigaciones del proceso de lixiviación ácida de los residuales sólidos de la tecnología amoniacal han estado dirigidas al aprovechamiento de los valores metálicos contenidos en estos, con buenos resultados a escala de laboratorio.

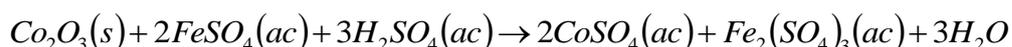
El empleo de ácidos orgánicos y sus mezclas para la recuperación de cobalto de los residuales sólidos de la tecnología carbonato amoniacal ha sido estudiada por varios investigadores (Mayo 1999; Ferreiro & Rodríguez 2001; Peláez & Rodríguez 2002; Ramírez 2002; Baldoquín 2004; Bruguera 2005; Garbey 2005) obteniéndose altas extracciones de cobalto, pero extensos períodos de lixiviación y alto costo de los ácidos orgánicos empleados.

Otros investigadores (Del Toro & Palacios 2001; Lobaina 2003; Lores 2004; Godínez 2005; Martínez 2006; Medrano 2007) emplean el ácido sulfúrico como lixivante y el sulfato de hierro II como agente reductor, obteniendo extracciones de cobalto superiores al 90 % a temperatura de 95 °C.

El objetivo de este trabajo fue realizar la modelación matemática del proceso de lixiviación bajo las condiciones de experimentación anteriormente referidas a fin de precisar la planificación, diseño y control de la lixiviación del cobalto contenido en las colas negras.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

La lixiviación ácida de las colas de la tecnología carbonato amoniacal, a escala de laboratorio, tuvo lugar en un reactor cilíndrico de fondo plano con una capacidad de 4,25 L, con camisa de calentamiento y deflectores que, junto a la agitación, ayudan en la homogeneidad de la pulpa. Para modelar el proceso se partió de la reacción de lixiviación del cobalto, que se indica a continuación:



Para que se desarrolle el proceso de lixiviación la pulpa se agita con un agitador mecánico de revoluciones variables, con impelente de hélice para mejorar la interacción entre los reactivos (Palacios 2002).

La cinética de las transformaciones químicas que ocurren en el reactor es descrita por la ecuación de la velocidad de las reacciones químicas (Cedrón *et al.* 2010):

$$-\frac{dC_i}{dt} = K C_i^\alpha C_{i+1}^\beta C_{i+2}^\gamma \quad (1)$$

Donde:

$C_i$ ,  $C_{i+1}$ ,  $C_{i+2}$ : Concentraciones de los reactivos  $\text{FeSO}_4$ ,  $\text{H}_2\text{SO}_4$  y el  $\text{Co}_2\text{O}_3$ , respectivamente;

$\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ : Números que caracterizan el orden de la reacción.

La constante de velocidad de reacción está estrechamente relacionada con la temperatura y esa dependencia puede ser descrita por la ecuación de Arrhenius (1889, 1899):

$$K(\theta) = A e^{-\frac{E}{R\theta}} \quad (2)$$

Donde:

A: Coeficiente pre-exponencial;

E: Energía de activación, J/mol;

R: Constante universal de los gases, J/(mol·K);

$\theta$ : Temperatura absoluta del material, K.

El planteamiento del balance de material dinámico para el sólido en el proceso de lixiviación ácida de las colas de la tecnología carbonato

amoniaco (según la ecuación 1) está conformado por las ecuaciones diferenciales de la 3 a la 6:

$$\frac{dC_{Co_2O_3}}{dt} = -k \cdot C_{Co_2O_3} \cdot C_{H_2SO_4}^{\alpha_1} \cdot C_{FeSO_4}^{\beta_1} \quad (3)$$

$$\frac{dC_{CoSO_4}}{dt} = 2k \cdot C_{Co_2O_3} \cdot C_{H_2SO_4}^{\alpha_1} \cdot C_{FeSO_4}^{\beta_1} \quad (4)$$

$$\frac{dC_{H_2SO_4}}{dt} = -3k \cdot C_{Co_2O_3} \cdot C_{H_2SO_4}^{\alpha_1} \cdot C_{FeSO_4}^{\beta_1} \quad (5)$$

$$\frac{dC_{FeSO_4}}{dt} = -2k \cdot C_{Co_2O_3} \cdot C_{H_2SO_4}^{\alpha_1} \cdot C_{FeSO_4}^{\beta_1} \quad (6)$$

Donde:

$C_{Co_2O_3}$ : Concentración del óxido de cobalto III;

$C_{CoSO_4}$ ,  $C_{H_2SO_4}$ ,  $C_{FeSO_4}$ : Concentración del sulfato de cobalto, ácido sulfúrico y sulfato de hierro II, respectivamente, (g/L);

k: Constante de velocidad;

$\alpha_1$ ,  $\beta_1$ : Números que caracterizan el orden de la reacción.

La cantidad de cobalto que hay en el sulfato de cobalto se determina por:

$$m_{FCo} = \frac{MM_{Co}}{MM_{CoSO_4}} m_{CoSO_4} \quad (7)$$

Donde:

$MM_{CoSO_4}$ ,  $MM_{Co}$ : Masa molar del sulfato de cobalto y del cobalto, respectivamente, g/mol.

Para determinar la masa de sulfato de cobalto se tiene en cuenta el volumen y densidad de la pulpa y la fracción másica del contenido de sólido:

$$m_{CoSO_4} = C_{CoSO_4} \cdot V_P \cdot \rho_P \cdot X_{sólido} \quad (8)$$

Donde:

$V_P$ : Volumen de pulpa,  $m^3$ ;

$\rho_P$ : Densidad de pulpa,  $kg/m^3$ ;

$X_{sólido}$ : Fracción másica del contenido de sólido.

La cantidad de cobalto que entra inicialmente se determina:

$$m_{0Co} = 2 \frac{MM_{Co}}{MM_{Co_2O_3}} m_{Co_2O_3} \quad (9)$$

Donde:

$MM_{Co_2O_3}$ : Masa molar del óxido de cobalto III, g/mol.

La masa de óxido de cobalto III:

$$m_{Co_2O_3} = C_{Co_2O_3} \cdot V_P \cdot \rho_P \cdot X_{sólido} \quad (10)$$

La extracción de cobalto es:

$$\xi_{Co} = \frac{m_{FCo}}{m_{0Co}} \cdot 100 \quad (11)$$

Donde:

$m_{FCo}$ ,  $m_{0Co}$ : Cantidad de cobalto que hay en la pulpa de salida y en la pulpa inicial, respectivamente, kg.

El coeficiente de velocidad de las ecuaciones 1 y 2 se determinan por (Levenspiel 1987):

$$k_1 = \alpha_{Co} \cdot e^{\frac{E_1}{R\theta}} \quad (12)$$

Donde:

E: Energía de activación, J/mol;

R: Constante universal de los gases, J/(mol·K);

$\theta$ : Temperatura, K;

$\alpha_{Co}$ : Coeficiente pre-exponencial del cobalto,  $(g/L)^{-0,708}/s$ ;

El volumen de la pulpa se determina empleando la expresión (García 2011):

$$V_P = V_T \alpha \quad (13)$$

Donde:

$V_T$ : Volumen total del reactor,  $m^3$ ;

$\alpha$ : Coeficiente de utilización.

Para conformar el balance energético se tiene en cuenta que la temperatura necesaria para que se desarrolle el proceso se garantiza con el suministro de vapor calentado en la camisa del reactor, la transferencia de calor entre el vapor y la pulpa que ocurre a través de una pared de acero de forma cilíndrica (pared interior) y la transferencia entre el vapor y el medio ambiente a través de una pared cilíndrica (pared exterior).

La pared interior es la que está en contacto con la pulpa y el vapor que circula por la camisa del reactor y la pared exterior es la pared de la camisa que da al medio ambiente.

Teniendo en cuenta lo estudiado por Luyben (1996), el planteamiento del balance térmico para la pulpa arrojó la ecuación:

$$\rho_P V_P C_P \frac{d\theta_P}{dt} = -\lambda_1 k_1 C_{Co_2O_3} C_{H_2SO_4}^{\alpha_1} C_{FeSO_4}^{\beta_1} + h_{PW} S_{PW_i} (\theta_{W_i} - \theta_P) \quad (14)$$

Donde:

$C_P$ : Capacidad calorífica de la pulpa,  $kJ/(kg \cdot K)$ ;

$\theta_P$ : Temperatura de la pulpa,  $K$ ;

$\theta_{W_i}$ : Temperatura de la pared interior,  $K$ ;

$\lambda_1$ : Efecto térmico de la reacción,  $kJ/mol$ ;

$S_{PW_i}$ : Superficie de transferencia de calor entre la pulpa y la pared interior,  $m^2$ ;

$h_{PW_i}$ : Coeficiente pelicular en la interfase pulpa-pared interior,  $W/K$ .

El efecto térmico de las reacciones se determina teniendo en cuenta la energía libre y la entropía de la reacción:

$$\lambda_1 = \Delta G_R + \theta_P \Delta S_R \quad (15)$$

Donde:

$\Delta G_R$ : Variación de la energía libre de la reacción, kJ/mol;

$\Delta S_R$ : Variación de la entropía de la reacción, kJ/(mol·K).

Como el reactor donde se desarrolla el proceso de lixiviación tiene forma cilíndrica (Figura 1) la superficie de transferencia de calor pulpa-pared se calcula por:

$$S_{PW_i} = 2 \pi r_{PW_i} H \quad (16)$$

Donde:

$r_{PW_i}$ : Radio del reactor en la interfase pulpa-pared interior, m;

$H$ : Altura del reactor, m.

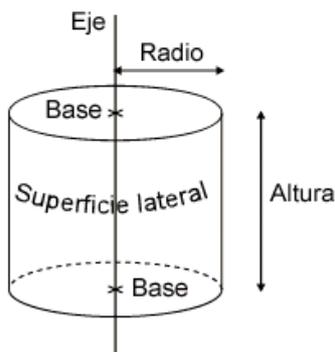


Figura 1. Cilindro recto.

La transferencia de calor entre la pulpa y el vapor se desarrolla a través de una pared cilíndrica de acero. El flujo de calor y la temperatura superficiales se consideran uniformes y para mantener estas condiciones se suministra el vapor calentado. Para determinar el coeficiente pelicular pulpa-pared interior puede emplearse la ecuación (Incropera & De Witt 1999):

$$\frac{h_{PW_i} D_{PW_i}}{k_p} = \frac{\frac{f}{8} (\text{Re} - 1000) \text{Pr}}{1 + 12.7 \left( \frac{f}{8} \right)^{1/2} (\text{Pr}^{2/3} - 1)} \quad (17)$$

Donde:

$D_{PWi}$ : Diámetro de la interfase pulpa–pared interior, m;

$k_p$ : Conductividad térmica de la pulpa, W/(m·K);

$Pr$ : Criterio de Prandtl;

$Re$ : Criterio de Reynolds;

$f$ : Factor de fricción.

Como el proceso se desarrolla con un número de Reynolds en el intervalo  $3000 \leq Re \leq 5 \cdot 10^6$  en tubos suaves, por lo que el factor de fricción puede determinarse por la expresión:

$$f = (0,790 \ln Re - 1,64)^2 \quad (18)$$

El criterio de Reynolds se determina teniendo en cuenta las propiedades de la pulpa empleando la expresión:

$$Re = \frac{\rho_p n d_{ag}^2}{\mu_p} \quad (19)$$

Donde:

$\rho_p$ : Densidad de la pulpa, kg/m<sup>3</sup>;

$n$ : Frecuencia de rotación del agitador, s<sup>-1</sup>;

$\mu_p$ : Viscosidad dinámica de la pulpa, Pa·s;

$d_{ag}$ : Diámetro del impelente, m.

El criterio de Prandtl se determina por:

$$Pr = \frac{C_p \mu_p}{k_p} \quad (20)$$

La densidad de la pulpa se determina según García (2011):

$$\frac{1}{\rho_P} = \frac{X_{sólido}}{\rho_{sólido}} + \frac{1 - X_{sólido}}{\rho_{líquido}} \quad (21)$$

Donde:

$\rho_{sólido}$ : Densidad del sólido, kg/m<sup>3</sup>;

$\rho_{líquido}$ : Densidad del líquido, kg/m<sup>3</sup>.

La capacidad calorífica de la pulpa se calcula teniendo en cuenta las capacidades caloríficas de los óxidos superiores de cobalto:

$$C_P = X_{Co_2O_3} (129,12 + 71,51 \cdot 10^{-3} \theta_p - 23,95 \cdot 10^5 \theta_p^{-2}) \quad (22)$$

Donde:

$X_{Co_2O_3}$ : Fracción másica del óxido de cobalto III.

El balance térmico para la pared interior relaciona las interfases vapor-pared y pared-pulpa, arrojando la siguiente ecuación:

$$\rho_{W_i} V_{W_i} C_{W_i} \frac{d\theta_{W_i}}{dt} = h_{vW_i} S_{vW_i} (\theta_v - \theta_{W_i}) - h_{pW_i} S_{pW_i} (\theta_{W_i} - \theta_p) \quad (23)$$

Donde:

$\rho_{W_i}$ : Densidad de la pared interior, kg/m<sup>3</sup>;

$V_{W_i}$ : Volumen de la pared interior, m<sup>3</sup>;

$C_{W_i}$ : Capacidad calorífica de la pared interior, J/(kg·K);

$h_{vW_i}$ : Coeficiente pelicular vapor-pared interior, W/K;

$S_{vW_i}$ : Superficie de transferencia de calor vapor-pared interior, m<sup>2</sup>;

$\theta_v$ : Temperatura del vapor, K.

La superficie de transferencia de calor vapor-pared interior se calcula:

$$S_{vW_i} = 2\pi r_{vW_i} H \quad (24)$$

Donde:

$r_{vW_i}$ : Radio de la interfase vapor-pared interior, m.

El coeficiente pelicular vapor-pared interior se determina (Incropera & De Witt 1999):

$$h_{vW_i} = \frac{Nu_i k_v}{D_{vW_i} - D_{pW_i}} \quad (25)$$

Donde:

$D_{VW_i}$ ,  $D_{PW_i}$ : Diámetro de la interfase vapor–pared interior y pulpa–pared interior, respectivamente, m;

$Nu_i$ : Número de Nusselt asociado a la convección del vapor y la pared interior;

$k_V$ : Conductividad térmica del vapor, W/(m·K).

El volumen de la pared interior se determina:

$$V_{W_i} = \pi (r_{VW_i}^2 - r_{PW_i}^2) H \quad (26)$$

Donde:

$r_{VW_i}$ : Radio de la interfase vapor–pared interior, m;

$r_{PW_i}$ : Radio de la interfase pulpa–pared interior, m.

El balance térmico de la pared exterior relaciona la transferencia de calor entre el vapor y la pared y entre la pared y el medio ambiente, según la siguiente expresión:

$$\rho_{W_0} V_{W_0} C_{W_0} \frac{d\theta_{W_0}}{dt} = h_{VW_0} S_{VW_0} (\theta_V - \theta_{W_0}) - h_{W_0MA} S_{W_0MA} (\theta_{W_0} - \theta_{MA}) \quad (27)$$

Donde:

$\rho_{W_0}$ : Densidad de la pared exterior, kg/m<sup>3</sup>;

$V_{W_0}$ : Volumen de la pared exterior, m<sup>3</sup>;

$C_{W_0}$ : Capacidad calorífica de la pared exterior, J/(kg·K);

$h_{W_0MA}$ : Coeficiente pelicular en la interfase pared exterior–medio ambiente, W/(m<sup>2</sup>·K);

$h_{VW_0}$ : Coeficiente pelicular en la interfase vapor–pared exterior, W/(m<sup>2</sup>·K);

$S_{W_0MA}$ : Superficie de transferencia de calor pared exterior–medio ambiente, m<sup>2</sup>;

$S_{VW_0}$ : Superficie de transferencia de calor vapor–pared exterior, m<sup>2</sup>;

$\theta_{MA}$ : Temperatura del medio ambiente, K;

$\theta_{W_0}$ : Temperatura de la pared exterior, K.

La superficie de transferencia de calor pared exterior-medio ambiente se determina:

$$S_{W_0MA} = 2 \pi r_{W_0MA} H \quad (28)$$

Donde:

$r_{W_0MA}$ : Radio de la interfase pared exterior-medio ambiente, m.

Para determinar el coeficiente pelicular pared exterior-medio ambiente se considera la interfase vapor-pared y pared-medio ambiente y se determina según Incropera & De Witt (1999):

$$h_{W_0MA} = \frac{Nu_0 k_V}{D_{W_0MA} - D_{VW_0}} \quad (29)$$

Donde:

$D_{W_0MA}$ ,  $D_{VW_0}$ : Diámetro de la interfase pared exterior-medio ambiente y vapor-pared exterior, respectivamente, m;

$Nu_0$ : Número de Nusselt asociado a la convección entre el vapor y la pared exterior.

La superficie de transferencia de calor vapor-pared exterior se determina:

$$S_{VW_0} = 2 \pi r_{VW_0} H \quad (30)$$

Donde:

$r_{VW_0}$ : Radio de la interfase vapor-pared exterior, m.

El coeficiente pelicular vapor-pared exterior se determina según Incropera & De Witt (1999):

$$h_{VW_0} = \frac{Nu_0 k}{D_{W_0MA} - D_{VW_0}} \quad (31)$$

Donde:

$D_{W_0MA}$ ,  $D_{VW_0}$ : Diámetro de la interfase pared exterior-medio ambiente y vapor-pared exterior, m.

El volumen de la pared exterior se determina:

$$V_{W_0} = \pi (r_{W_0MA}^2 - r_{VW_0}^2) H \quad (32)$$

Donde:

$r_{W_0MA}$ : Radio de la interfase pared exterior-medio ambiente, m;

$r_{VW_0}$ : Radio de la interfase vapor-pared exterior, m.

El balance térmico para el vapor, teniendo en cuenta las especificidades del proceso y lo investigado por Luyben (1996):

$$\rho_V V_V C_V \frac{d\theta_V}{dt} = F_S \cdot \rho_S \cdot H_S - h_{VW_i} S_{VW_i} (\theta_V - \theta_{W_i}) - h_{PW_i} S_{PW_i} (\theta_{W_i} - \theta_P) - h_{VW_0} S_{VW_0} (\theta_V - \theta_{W_0}) \quad (33)$$

Donde:

$\rho_V$ : Densidad del vapor, kg/m<sup>3</sup>;

$V_V$ : Volumen del vapor, m<sup>3</sup>;

$C_V$ : Capacidad calorífica del vapor, kJ/(kg·K);

$F_S$ : Flujo de vapor de entrada, kg/s;

$\rho_S$ : Densidad del vapor de entrada, kg/m<sup>3</sup>;

$H_S$ : Entalpía del vapor de entrada, kJ/mol.

### 3. VALIDACIÓN DEL MODELO

Para validar el modelo, identificarlo y adecuarlo al experimento de lixiviación, los resultados experimentales obtenidos por García (2011) fueron contrastados con los del modelo.

Los coeficientes del modelo han de ser valorados para adecuar este último al experimento. Conocer la región en que se encuentran los coeficientes, es requerido para la optimización del proceso de identificación final. Por ello es necesaria la identificación preliminar mediante la determinación de los parámetros que forman el modelo, a partir de los valores físicos de los mismos y el comportamiento físico-químico del proceso.

Para la identificación se parte de los siguientes datos:

$$d_{ag} = 0,135 \text{ m}; \quad d_{PW_i} = 0,17 \text{ m}; \quad d_{VW_i} = 0,173 \text{ m}; \quad d_{VW_0} = 0,217 \text{ m};$$

$$d_{W_0MA} = 0,22 \text{ m}; \quad X_{0Co_2O_3} = 0,08; \quad X_{sólido} = 0,20;$$

$$\rho_S = 2900 \text{ kg/m}^3; \quad \rho_L = 1000 \text{ kg/m}^3; \quad H = 0,205 \text{ m}$$

Los parámetros se determinaron con ayuda de las ecuaciones del modelo y se recogen en la tabla 1.

Tabla 1. Valores de los parámetros identificados

Parámetros	Unidades de medida	Valor numérico	Parámetros	Unidades de medida	Valor numérico
$\alpha_1$	Adim.	0,626	$S_{VW0}$	$m^2$	0,140
$\beta_1$	Adim.	0,082	$E_1$	J/mol	5449
$S_{VWi}$	$m^2$	0,111	$S_{W0MA}$	$m^2$	0,016
$C_p$	KJ/(KG·K)	16,683	$V_{W0}$	$m^3$	2,11
$k_v$	W/(m·K)	0,0279	$h_{pWi}$	W/(M <sup>2</sup> ·K)	72,33
$C_w$	kJ/(kg·K)	1,06	$h_{vW0}$	W/(m <sup>2</sup> ·K)	43,62
$V_{Wi}$	$m^3$	1,66	$k_p$	W/(M·K)	0,14
$h_{vWi}$	W/(m <sup>2</sup> ·K)	48,45	N	RPM	253

#### 4. RESULTADOS

Las Figuras de la 2 a la 4 exhiben la comparación de los resultados experimentales (García 2011) y los obtenidos con el modelo.

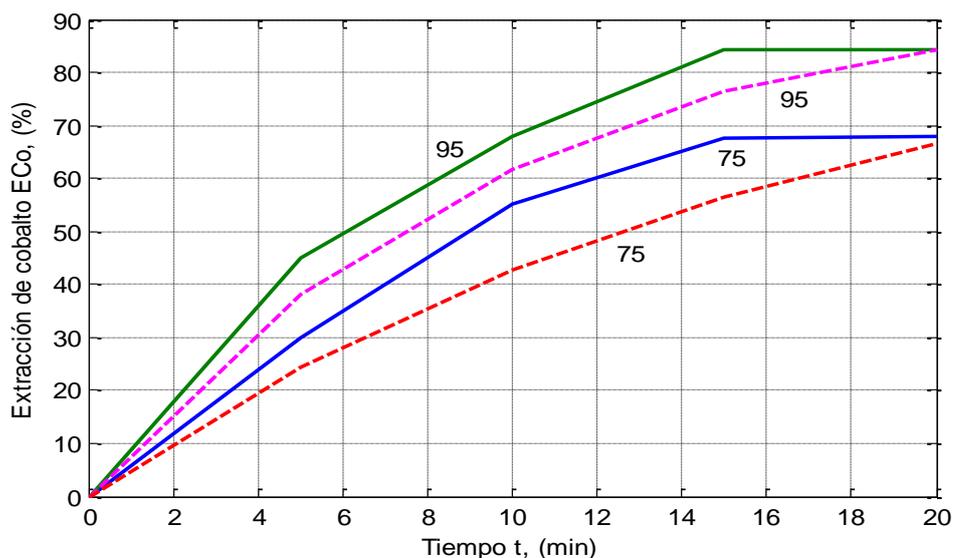


Figura 2. Comparación entre los valores obtenidos experimentalmente (línea continua) y por vía del modelo (línea discontinua) para las temperaturas representadas en la gráfica. Los valores de temperatura están dados en °C.

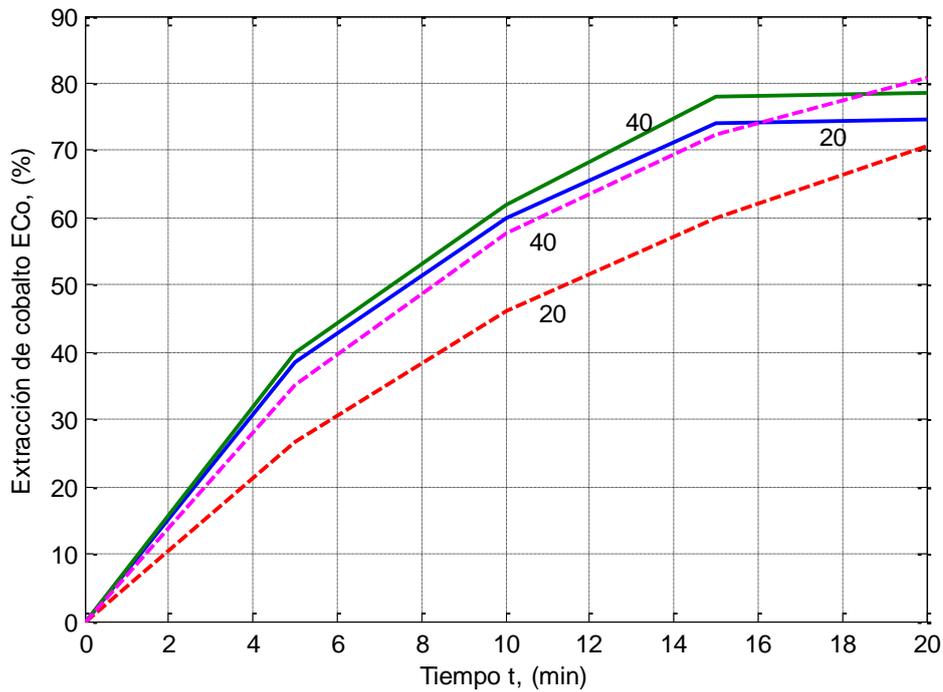


Figura 3. Comparación entre los valores obtenidos experimentalmente (línea continua) y por vía del modelo (línea discontinua) para las concentraciones iniciales de ácido sulfúrico (en g/L).

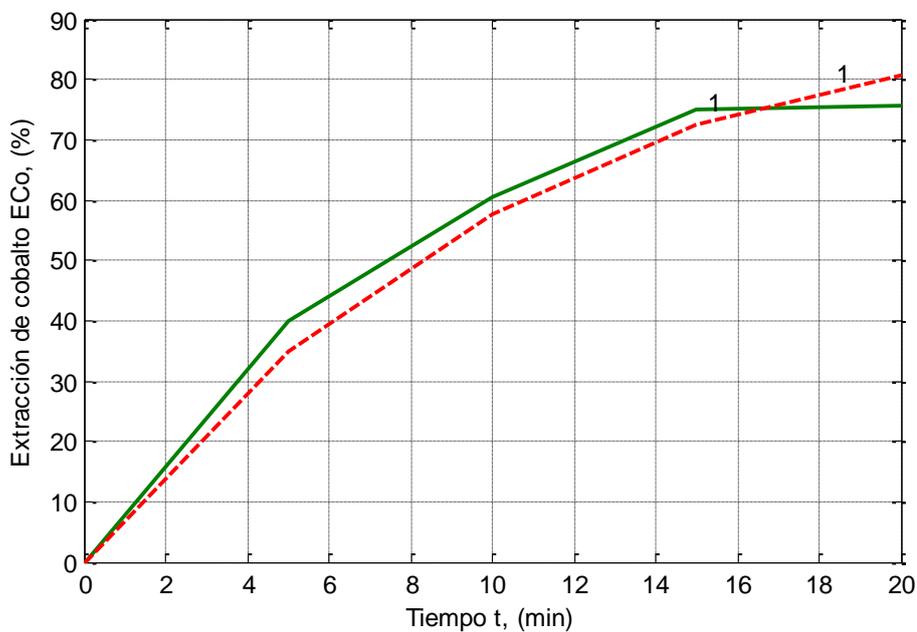


Figura 4. Comparación entre los valores obtenidos experimentalmente (línea continua) y por vía del modelo (línea discontinua) para las concentraciones iniciales, en g/L, de sulfato de hierro II.

Los resultados estadísticos aparecen en la Tabla 2.

Tabla 2. Resultados estadísticos

Parámetros		Error relativo (%)	Varianza
Temperatura (°C)	95	4,91	5,62
	75	6,20	7,72
Concentración inicial de H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> (g/L)	40	2,91	3,41
	20	9,45	10,44
Concentración inicial de FeSO <sub>4</sub> (g/L)	1	2,27	2,61

Aunque el error relativo y la varianza, para los casos de las características dinámicas a 75 °C (Figura 2) y para 20 g/L (Figura 3), son relativamente elevados, estos son aceptables si se toma en consideración que a los 20 min el error relativo es inferior a 1,52 % y 4,23 %, respectivamente, y a medida que se acerca al régimen establecido estos valores se acercan a cero. Esto dota al modelo de efectividad permisible para su utilización en el diseño tecnológico del proceso de extracción de cobalto por esta vía, pero requiere de mayor precisión en el ajuste fino dinámico para su uso en la síntesis de un sistema de control.

## 5. CONCLUSIONES

El modelo matemático establecido (expresiones 3, 4, 5, 6, 14, 23, 27 y 33) describe el comportamiento dinámico del proceso, permite calcular apropiadamente los parámetros estudiados y posibilita una mejor dirección del proceso al analizar la influencia de estos parámetros en la extracción de cobalto como indicador de marcha del proceso.

El modelo matemático mostró resultados adecuados a los obtenidos experimentalmente, reflejados en la cercanía de los gráficos experimentales y simulados.

La obtención de errores inferiores al 2 % en estado estable demuestra la validez del modelo matemático para fines de experimentación del proceso a escala de laboratorio y le da efectividad permisible al modelo para su utilización en el diseño tecnológico.

## 6. REFERENCIAS

ACOSTA, Y. 2004: *Modelación, simulación y control del sistema de enfriadores y tanques de la planta de lixiviación y lavado de la empresa René Ramos Latour*. Tesis de Maestría. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 83 p.

- ARRHENIUS, S. 1889: Über die Reaktionsgeschwindigkeit bei der Inversion von Rohrzucker durch Säuren. *Zeitschrift fuer Physikalische Chemie* (4): 226-248.
- ARRHENIUS, S. 1899: Zur Theorie chemischen Reaktionsgeschwindigkeiten. *Zeitschrift fuer Physikalische Chemie* (28): 7-35.
- BALDOQUÍN, Y. 2004: *Lixiviación orgánica de las colas de la empresa "Comandante Ernesto Che Guevara" de Moa para la recuperación de cobalto*. Tesis de grado. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 63 p.
- BRUGUERAS, N. 2005: *Evaluación del proceso de recuperación del cobalto mediante la lixiviación con ácidos orgánicos de las menas lateríticas fuera de balance*. Tesis doctoral. Instituto Superior Minero Metalúrgico.
- CEDRÓN, M.; FRAGOSO, F.; LABADIÉ, J.M.; MARTÍN M.C.; MARÍN, G. & ZAYAS, E. 2010: *Química General*. Félix Varela, La Habana, 314 p.
- DEL TORO, A. & PALACIOS, A. 2001: *Recuperación de cobalto mediante la lixiviación con ácido sulfúrico de las colas de la tecnología carbonato amoniacal*. Tesis de grado. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 60 p.
- FERREIRO, Y. & RODRÍGUEZ J. 2001: *Evaluación experimental de la recuperación de cobalto con ácido orgánico a partir de las colas de la empresa Rene Ramos Latour de Nicaro*. Tesis de grado. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 62 p.
- GARBEY, A. 2005: *Lixiviación orgánica de las colas de la empresa Cdte. Ernesto Che Guevara para la recuperación de cobalto*. Tesis de grado. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 60 p.
- GARCÍA, E. 2011: *Extracción de cobalto por lixiviación ácida de los residuales sólidos de la tecnología carbonato amoniacal*. Tesis de Maestría. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 61 p.
- GODÍNEZ, M. 2005: *Lixiviación del sólido residual de la tecnología carbonato amoniacal con ácido sulfúrico y sulfato de hierro II como agente reductor en lecho fijo en columnas*. Tesis de grado. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 62 p.
- GUZMÁN DEL RÍO, D. 2001: *Modelación, simulación y control del tanque de contacto y los enfriadores de licor en el proceso de lixiviación carbonato amoniacal*. Tesis doctoral. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 124 p.
- GUZMÁN DEL RÍO, D.; GARCÍA, C.; MISA-LLOORCA, R. & COLUMBIÉ, A. 2000: Modelación y simulación del tanque de contacto y los enfriadores de licor en el proceso de lixiviación carbonato amoniacal con minerales lateríticos cubanos. *Minería y Geología* 17(2): 61-71.
- GUZMÁN DEL RÍO, D. RODRÍGUEZ-BORROTO, M.; COLUMBIÉ-NAVARRO, O. MISA-LLOORCA, R. 2001: Proceso de lixiviación carbonato amoniacal: control multivariable a través del arreglo inverso de Nyquist para el mezclado de mineral y licor. *Minería y Geología* 18(2): 1-6.
- INCROPERA, F. & DE WITT, D. 1999: *Fundamentos de transferencia de calor*. Cuarta Edición. Prentice Hall, México, 912 p.

- LEVENSPIEL, O. 1987: *Ingeniería de las reacciones químicas*. Ediciones REPLA S. A., México, 629 p.
- LOBAINA, D. 2003: *Recuperación de cobalto y otros metales mediante la lixiviación con ácido sulfúrico de las colas de la tecnología carbonato amoniacal*. Tesis de grado. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 60 p.
- LORES, M. 2004: *Recuperación de metales valiosos mediante la lixiviación con ácido sulfúrico de las colas de la tecnología carbonato amoniacal*. Tesis de grado. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 60 p.
- LUYBEN, W. 1996: *Process modeling, simulation and control for chemical engineers*. Second Edition. McGraw - Hill Publishing Company, 724 p.
- MARTÍNEZ, N. L. 2006: *Recuperación de cobalto mediante la lixiviación ácida de las colas de la tecnología carbonato amoniacal*. Tesis de grado. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 60 p.
- MAYO, Y. 1999: *Determinación de las regularidades cinéticas del proceso de recuperación de cobalto de las menas lateríticas fuera de balancea través de la lixiviación con ácido tartárico*. Tesis de grado. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 58 p.
- MEDRANO, A. 2007: *Lixiviación ácida de los residuales sólidos de la tecnología carbonato amoniacal*. Tesis de grado. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 65 p.
- PALACIOS, A. 2002: *Recuperación de cobalto a partir de los escombros lateríticos mediante la lixiviación ácida a presión*. Tesis doctoral. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 103 p.
- PELÁEZ, R. & RODRÍGUEZ, J. 2002: *Evaluación experimental de la recuperación de cobalto mediante la lixiviación orgánica de las colas de la empresa Comandante Ernesto Che Guevara*. Tesis de grado. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 63 p.
- RAMÍREZ, Y. 2002: *Recuperación de cobalto a partir de los residuales sólidos de la tecnología carbonato amoniacal empleando mezclas de ácidos orgánicos oxálicos y tartáricos*. Tesis de grado. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 60 p.

**Lianis Columbié-Lamorú** [lcolumbie@ismm.edu.cu](mailto:lcolumbie@ismm.edu.cu)

Máster en Ciencias de los Materiales. Profesora Instructora. Departamento de Metalurgia.  
Instituto Superior Minero Metalúrgico, Moa, Cuba

**Ángel O. Columbié-Navarro** [acolumbie@ismm.edu.cu](mailto:acolumbie@ismm.edu.cu)

Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Titular. Departamento de Ingeniería Eléctrica.  
Instituto Superior Minero Metalúrgico, Moa, Cuba

**Amaury Palacios-Rodríguez** [apalacios@ismm.edu.cu](mailto:apalacios@ismm.edu.cu)

Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Auxiliar. Departamento de Metalurgia  
Instituto Superior Minero Metalúrgico, Moa, Cuba