### REFERENCIAS

- 1. BOLIARV, A. I.: Metalurgia de los metales ligeros. Moscú, Editorial Metalurgia, 1981.
- 2. CARLSON, E. T.; C. SIMMONS: Extractive metallurgy of copper nickel and cobbat. Editorial by Queneau intersc. Nueva York, 1960.
- 3. SCHREDER, R. y G. Z. BUTTGER: Anorg. Alig. Chem.. 320, 5-6, p. 205-219, 1963.
- 4. SOBOL, S. I.: Revista Tecnológica. La Habana. 4, 4, 3-19, 1966.
- 5. SOBOL, S. I.: Revista Tecnológica. La Habana. 6, 5-6, 3-24, 1968.

## TODO LO QUE USTED NECESITA SABER SOBRE PROTECCION Y USO RACIONAL DE LOS RECURSOS

En el Instituto Superior Minero Metalúrgico funciona el "Centro de Estudios de Protección y Uso Racional de los recursos naturales el cual oferta:

- Cursos de Post–Grado.
- Entrenamiento
- Consultoría
- Maestría
- Evaluación del Terreno
- Ensavos de laboratorio
- Asistencia Técnica
- Proyectos en Ingeniería Ambiental

# Visitenos y disfrutará del cálido sol caribeño

Diriga su correspondencia a: C.Dr. Rafael Guardado Lacaba Instituto Superior Minero Metalúrgio Vice-Rectoría de Investigaciones y I Las Coloradas,

### Moa. Holguli Cuba Telef.: 6 6678 - 6 4476 - 6 4214

## SOBRE LA MODELACION MATEMATICA **DEL PROCESO DE CALCINACION DEL CARBONATO BASICO DE NIQUEL EN EL HORNO TUBULAR ROTATORIO**

Ing. Angel O. Columbié Navarro; Ing. Daniel Guzmán del Río

Instituto Superior Minero Metalúrgico

RESUMEN: En este trabajo se expone el modelo matemático del proceso de calcinación de carbonato básico de níquel en el horno tubular rotatorio, obtenido por los autores sobre la base del análisis del proceso como objeto de regulación automática. El modelo resulta un sistema de 23 ecuaciones diferenciales a derivadas parciales y algebráicas, que relacionan los principales parámetros del objeto y describen su comportamiento en cualquier momento de tiempo y posición del horno, poniéndose de manifiesto la alta complejidad del intercambio térmico y de masa en el mismo. ABSTRACT: In this work the mathematical model is expossed about the calcination process of the basic nickel carbonate in the rotary kiln. It was arrived at by the authors on bases of analysis of the process as automatic regulation object. This model give rise to 23 simultaneous algebraic and differential equations by partial derivatives, which relate the principal parameters of the object. This equations describe its funtioning at all the time and kiln's position, bringing to light the high complexity of the heat and mass exchange within.

Para llevar a cabo la automatización integral del proceso de calcinación del carbonato básico de níquel resulta necesaria la modelación matemática de dicho proceso. En un trabajo anterior [1], se realizó un detallado análisis de este proceso como objeto de regulación automática, donde se destacan los principales parámetros y su clasificación desde el punto de vista del control automático.

Por las características constructivas y tecnológicas del horno de calcinación, el modelo matemático más acertado debe conformarse a derivadas parciales, por ser éste un objeto, que puede considerarse como de parámetros distribuidos.



FIGURA 1. Esquema para la conformación del modelo matemático del proceso de calcinación.

El planteamiento del balance energético para un tramo diferencial del horno (figura 1) arroja.

$$\rho cS \ dx \ \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t} = \rho c \ [Q \ (x,t) \ \theta \ (x,t) + Q \ (x + dx,t) \ \theta \ (x + d$$

$$(+ dx,t)$$
] + K<sub>1</sub> dx [ $\theta_g(x,t) - \theta(x,t) +$ 

+  $K_2 dx \left[\theta_p (x,t) - \theta(x,t)\right] - Q_{quim}$ (1)

Donde

p - densidad del sólido

c - calor específico del sólido

s - sección transversal del sólido

 $\theta, \theta_{g}, \theta_{p}$ - temperaturas del sólido, gas y pared respectivamente.

Qquím - calor de las reacciones químicas.

K1 - coeficiente de transferencia de calor del gas al sólido por unidad de longitud

Ko - coeficiente de transferencia de calor de la pared al sólido por unidad de longitud.

El calor del gas al sólido se transmite por radiación y por convección [2], y resulta válida para el coeficiente de transferencia de calor la expresión:

$$\alpha_{gs} = \alpha_g + 4,96 \cdot 10^{-8} \varepsilon_g \left( \hat{\varepsilon}_g \theta_g^4 - \varepsilon_g^{\prime\prime\prime} \theta^4 \right) / \left( \theta_g - \theta \right)$$
(2)

donde el segundo término de la parte derecha toma en consideración la transferencia de calor por radiación, y el coeficiente  $\alpha_{q}$  tiene en cuenta la transferencia de calor por convección.

$$\alpha_g = 17.8 (\lambda_g D)^{0.7} (Vg/C_g)^{0.8}$$

(3)



FIGURA 2 Esquema para la determinación de las superficies de intercambio de calor.

Como se observa en la figura 2, la superficie de transferencia de calor del gas al sólicio para el diferencial de longitud es:

$$S_{gs} = D dx sen \beta$$
  
siendo  $\beta = f(Q)$ 

Luego

$$K_1 = \alpha_{gs} D \, sen \, \beta \tag{4}$$

En las expresiones anteriores ɛs - emisividad del sólido; eg - emisividad del gas más el arrastre; eg" emisividad del gas a la temperatura del sólido; 1g conductividad térmica del gas; D - diámetro interior del horno; cg - calor específico del gas; Vg velocidad del gas.

El calor de la pared al sólido se transmite por las tres vías: por conducción y convección en la parte de la pared cubierta por el sólido, y por la radiación de la parte de la pared no cubierta por el sólido a éste último. En el primer caso el coeficiente de transferencia de calor apsc puede definirse por la ecuación:

$$a_{\rm DSC} = k \ln D \sqrt{cp \lambda p \gamma pn}$$

donde

k - coeficiente de no uniformidad de la temperatura del material

cp - calor específico de la pared

λp - conductividad de la pared

yp - masa de relleno del material

n - velocidad de rotación del horno

Este calor se transmite, según la

figura 2, a través de la superficie

$$S_{DSC} = 2 \pi D \beta/360^{\circ}$$

La segunda forma de transferencia, o sea, de la pared al sólido puede ser descrita a través de la expresión para el coeficiente de transferencia de calor.

$$\alpha_{psr} = 4,96 \cdot 10^{-8} \epsilon_g \epsilon \left[ (1 - \epsilon g') \theta_p^4 - (1 - \epsilon g''') \theta^4 \right]$$

donde

e - emisividad del revestimiento 9nM - temperatura media de la pared En este caso la superficie de transferencia sería

$$S_{psr} = \Pi D (1 - 2\beta / 360^{\circ})$$

(7)  $K_2 = \alpha_{psc} 2\Pi D \beta / 360^0 + \alpha_{psr} \Pi D (1 - 2\beta / 360^0)$ Luego, de la expresión se obtiene

$$cS \frac{\delta\theta(x,t)}{\delta t} + \rho c \left[Q(x,t) \frac{\delta\theta(x,t)}{\delta x} + \theta(x,t) \frac{\delta Q(x,t)}{\delta x}\right] + K_3 \theta(x,t) = K_1 \theta g(x,t) + K_2 \theta p(x,t) - Q_{quim}$$
(8)

siendo

$$K_3 = K_1 + K_2$$

(9)

(14)

Del planteamiento del balance térmico para los gases se obtiene la ecuación.

$$\rho_g c_g S' dx \frac{\delta \theta_g (x,t)}{\delta t} = \rho_g c_g Q_g (x,t) \theta_g (x,t) - - \rho_g c_g Q_g (x + dx,t) \cdot \cdot \theta_g (x + dx,t) - K_4 dx [\theta_g (x,t) - - \theta_p (x,t)] - K_1 dx [\theta_g (x,t) - - \theta(x,t)] + h^i Q_c$$
(10)

donde:

ρg, cg, Qg - densidad, capacidad calorífica y flujo de gases respectivamente

S' - sección transversal del espacio ocupado por el gas

K4 - cantidad de calor transferida del gas a la pared por unidad de longitud y unidad de temperatura.

h<sup>i</sup> - potencia calorífica inferior del combustible

Qc - fluio de combustible

El gas transfiere calor a la pared por convección y radiación, luego el coeficiente de transferencia de calor a op AS'

$$\alpha_{gp} = \alpha_g + 4,96 \cdot 10^{-8} \varepsilon \left( \hat{\varepsilon}_g \, \theta_g^4 - \varepsilon_g^{\prime\prime} \, \theta_p^4 \right) / \left( \theta_g - \theta_p \right) \tag{11}$$

donde

(5)

 $\epsilon_{g}$ " - emisividad del gas a la temperatura de la pared Teniendo en cuenta que este calor es transferido a la parte de la pared no cubierta por el material.

$$K_4 = a_{gp} \Pi D \left(1 - 2\beta / 360^0\right)$$
(12)

y de la ecuación (10)

$$c_g S' \frac{\delta \theta_g (\mathbf{x}, t)}{\delta t} + \rho_g c_g Q_g (\mathbf{x}, t) \frac{\delta \theta_g (\mathbf{x}, t)}{\delta \mathbf{x}} + K_5 \theta_g (\mathbf{x}, t) =$$

$$- K_4 \theta_2 (\mathbf{x}, t) + k_1 \theta (\mathbf{x}, t) + h^i Q_c$$
(13)

$$= K_4 \theta_p (\mathbf{x}, t) + k_1 \theta (\mathbf{x}, t) + h' Q c$$

donde

$$K_5 = K_1 + K_4$$

$$C_p M_p \frac{\delta \theta_p}{\delta t} + C_p M_p a \frac{\delta^2 \theta_p}{\delta_x^2} + K_7 \theta_p =$$

(15)  $= K_4 \theta_g + K_9 \theta M + K_3 \theta$ siendo Ke el coeficiente de transferencia de calor por conducción a través de la pared del horno.

$$K_{9} = \frac{2\Pi}{\frac{l_{n} (D' / D)}{\lambda_{refr}} + \frac{l_{n} (De/D')}{\lambda_{carc}}}$$

#### Donde

OM - temperatura del medio

D - diámetro interior del horno

D'. De - diámetros interior y exterior de la carcasa respectivamente.

 $\lambda_{refr}$ ,  $\lambda_{carc}$  - conductividad

térmica del revestimiento y de la carcasa respectivamente: v

$$K_7 = K_4 + K_9$$
 (17)

Al presentar este objeto tres zonas tecnológicas fundamentales, donde ocurren reacciones químicas, las ecuaciones de balance material deben ser planteadas para cada una de esas zonas. Así, tendremos para la zona de secado

$$\frac{\partial Q_{\text{sec}}}{\partial t} + v \frac{\partial Q_{\text{sec}}}{\partial t} = -K_9(\theta) Q_{\text{sec}}$$
(18)

para la zona de cadenas

$$\frac{\delta Q_{\text{des}}}{\delta t} + v \frac{\delta Q_{\text{des}}}{\delta x} = kd (\theta) Q_{\text{des}}$$
(19)

para la zona de calcinación

$$\frac{\delta Q_{cal}}{\delta t} + v \frac{\delta Q_{cal}}{\delta x} = - Kc \ (\theta) \ Q_{cal} \tag{20}$$

donde:

#### CONCLUSIONES

El modelo matemático presentado en este trabajo fue conformado, tomando en consideración el horno tubular rotatorio como un objeto con parámetros distribuidos. Por esa razón las ecuaciones diferenciales obtenidas son ecuaciones a derivadas parciales, que tienen en cuenta la dependencia de los parámetros tanto del tiempo como de la posición del horno en que se midan. El modelo obtenido demuestra el alto grado de

### REFERENCIAS

1. ARLIUK, B. I.: Regularidades del intercambio de calor en los hornos rotatorios. Tsvietnava Metalurgia, No. 3, 1985. 2. ARONZON, V. L.; LEVIN, S. V. Y S. V. SHAJOV: Sobre el efecto homogenizador del horno rotatorio Tsvietnye Metally, No. 10, 1986.

3. BRIMACOMBE, J. K. Y A. P. WATKINSON: Heat transfer in a Direct-Fired rotary kiln: I. Pilot plant experimentation. Metalurgical Transactions, Vol. 9 B. 1978.

4. COLUMBIE, N. A.; MUÑOZ, M. A.; et al.: Análisis del proceso de calcinación de carbonato básico de níquel como objeto de regulación automática. Revista Minería y Geología. No. 2. 1991.

5. DETKOV, S. P.: Intercambio térmico en los hornos rotatorios Tsvietnava Metalurgia, No. 3, 1985. 6. PLIASHKIEVICH, A. S.; et al.: Modelo matemático de la transferencia de masa y de calor para la tostación de menas

niquelíferas oxidadas en el horno rotatorio. Tsvietnye Metally, No. 6, 1979. 7. TERENTIEV, V. A.; et al.: Modelo matemático de dirección del proceso de calcinación en la producción de Al. LGI, 1978.

29

28

(6)

Qsec, Qdes, Qcal - humedad en la zona de secado, cantidad de agua en la zona de cadenas y cantidad de carbonato en la zona de calcinación respectivamente.

v - velocidad del material

 $k_s(\Theta), k_d(\Theta), k_c(\Theta)$  - constantes de velocidad de las reacciones en las zonas de secado, cadenas y calcinación respectivamente.

Resulta necesario en este caso el planteamiento de la ecuación para los gases.

> (21) $Q_{\alpha}(x,t) = Q_{0}(t-\tau) = Q_{0}(t-x/v_{\alpha})$

siendo

$$Q_o(t) = b \ 1(t)$$
 (22)

 $b = f(P,Q_c,Q_{pr}) = \sqrt{K_{10} + K_{11}P_2} + q_a Q_c + K(\theta) Q$  (23)

En este caso, el último término de la expresión representa la cantidad de gases producidos por las reacciones químicas, y por lo tanto a la hora de trabajar con esta ecuación deben tenerse en cuenta las diferentes zonas tecnológicas en que se subdivide el horno; K10 y K11 son coeficientes que serán determinados en el proceso de identificación; q cantidad de gases de la combustión por unidad de masa de combustible.

El conjunto de ecuaciones (1-23) constituyen el modelo matemático del proceso de calcinación del carbonato básico de níquel en un horno tubular rotatorio.

complejidad del objeto, dado fundamentalmente por el complejo intercambio térmico y de masa que tiene lugar en el mismo. El sistema de ecuaciones (1-23), una vez identificado, permite conocer el comportamiento de los parámetros del horno de calcinación en cualquier momento de tiempo y posición, y constituye la base para la elaboración del algoritmo de regulación automática del obieto estudiado.