

# Correlación teórica entre las concentraciones de sólidos en el lodo sedimentado por gravedad y en la la torta sin escurrir

Armín Mariño Pérez  
José Falcón Hernández  
George Eduardo Sales Valadao

## Resumen

Para perfeccionar la predicción de la concentración de sólidos en el producto espesado en la Empresa Comandante Pedro Soto Alba (Compañía Moa Nickel S.A), el artículo tiene como propósito fundamentar teóricamente la existencia de correlación estadística entre la concentración de sólidos en el lodo obtenido por sedimentación-compresión gravitacional y la concentración de sólidos en la torta obtenida por filtración-compresión sin escurrido. Se aplica el método inductivo-deductivo para, a partir de principios teóricos conocidos, obtener como resultado los argumentos que permitan dejar fundamentada la existencia de la correlación buscada. También se predicen las principales regularidades que caracterizan la referida correlación.

## Palabras clave

Concentración de sólidos, correlación, filtración, regresión, sedimentación.

# **Theoretical correlation of solids concentration in the sludge obtained by gravitational sedimentation and the solids concentration in the cake without dewatering**

## **Abstract**

To improve the estimate of solids concentration in the sludge obtained by gravitational sedimentation-compression in the plant Moa Nickel S.A, it is intended to demonstrate theoretically that there is statistical correlation between the solids concentration in the sludge obtained by gravitational sedimentation-compression and the solids concentrations in the cake obtained by filtration-compression without dewatering. Based on well-known theoretical principles, the inductive-deductive method is applied to obtain the results that allow supporting the presence of theoretical correlation desired. The main regularities characterizing the referred correlation are also estimated.

## **Key words**

Solids' concentrations, correlation, filtration, regression, sedimentation.

## INTRODUCCIÓN

En la literatura técnica, donde se trata la separación mecánica de sistemas líquido-sólido, bajo el término sedimentación se designan genéricamente las operaciones de separación parcial de sistemas líquido-sólido, en virtud de la fuerza de gravedad o la centrífuga. Por filtración se entienden aquellas operaciones de separación del mismo tipo de sistemas, basadas en la participación de un medio poroso que permite el paso del fluido, pero retiene las partículas sólidas (Brown 1965, Kasatkin 1987, Perry 2000). Este punto de vista para conceptualizar la sedimentación y la filtración, que simplifica considerablemente la realidad, tiene un carácter puramente técnico y no considera el complejo mecanismo mediante el cual transcurre cada operación. En el caso de la operación conocida por sedimentación, el término hace caso omiso a la realidad de que, en el sedimentador, las partículas primeramente sedimentan (caen) y posteriormente, el sedimento formado, que en algunos casos se denomina lodo y en otros, producto espesado, se compacta o apelmaza mientras simultáneamente ocurre la filtración del líquido hacia arriba a través de los canales que se forman entre las partículas sólidas, ya sean individuales o conglomeradas. En la operación conocida por filtración queda omitido que durante este proceso participa también la sedimentación, así como la compresión o apelmazamiento del sedimento o lodo.

Para facilitar la comprensión del texto, en lo adelante, cuando se hace referencia a la sedimentación desde el punto de vista técnico, se utiliza el término sedimentación-compresión. Cuando se trata del movimiento de las partículas sólidas en el seno del líquido, cualquiera sea el campo de fuerzas que lo provoca, mientras las partículas caen sin estar continuamente en contacto, se utiliza el término sedimentación. Cuando ocurre lo mismo, mientras las partículas sólidas se encuentran en contacto permanente, se utilizan los términos compresión o apelmazamiento. Cuando se trata de la filtración desde el punto de vista técnico se utiliza el término filtración-compresión, y cuando se hace referencia al movimiento del líquido a través de capas porosas se utiliza el término filtración. El término sedimento, se utiliza indistintamente, con independencia del proceso que lo origina.

Al abordar la predicción de la concentración de sólidos en el lodo sedimentado por gravedad en los espesadores de pulpa de mineral laterítico en la Empresa Comandante Pedro Soto Alba (Compañía Moa-Nickel S.A), Mariño (2002) y Mariño *et al.* (2007) concluyen que algunos investigadores, al estudiar el pronóstico de la concentración de sólidos en otros lodos obtenidos por sedimentación gravitacional, han propuesto las siguientes vías:

- Mediante la utilización de la velocidad de sedimentación como variable predictora.
- Mediante la utilización del índice de sedimentación, que es la relación másica "metales ligeros/metales pesados".
- Mediante modelos matemáticos de carácter empírico-teórico.

De estas vías, la primera se caracteriza por una eficiencia que deja lugar a dudas; la segunda no ha sido suficientemente investigada. La tercera, en primer lugar, se basa en la idealización y simplificación de relaciones muy complicadas, lo que provoca limitaciones en el pronóstico de la concentración de sólidos en lodos obtenidos por sedimentación gravitacional cuando se trata de suspensiones industriales; en segundo lugar, exige métodos experimentales complicados y costosos.

Es por ello que Mariño (2002) y Mariño *et al.* (2007) plantean que para dar solución al pronóstico de la concentración de sólidos en lodos obtenidos por sedimentación gravitacional, es recomendable dirigir la investigación al estudio teórico y empírico de la correlación estadística entre esta variable y la concentración de sólidos obtenida por otros métodos de separación mecánica. Sobre esta base es que el presente trabajo tiene como objetivo fundamentar teóricamente la existencia de correlación estadística entre la concentración de sólidos en el lodo obtenido por sedimentación-compresión gravitacional y la concentración de sólidos en la torta obtenida por filtración sin escurrido.

## **METODOLOGÍA**

Para obtener el modelo teórico que, en primer lugar, permita distinguir cuáles de los procesos de separación mecánica de sistemas líquido-sólidos pueden correlacionar estadísticamente con la concentración

de sólidos en el lodo obtenido por sedimentación-compresión gravitacional, y en segundo lugar, permita predecir el comportamiento de esta correlación en dependencia de las condiciones experimentales, se tomaron como base los conocimientos teóricos existentes sobre el tema para, mediante el método inductivo-deductivo, obtener las regularidades buscadas.

La búsqueda de antecedentes teóricos y empíricos sobre la posibilidad de que exista correlación estadística entre la concentración de sólidos en el producto espesado y la concentración de sólidos obtenida mediante otros procesos de separación sólido-líquido, comenzó por un estudio preliminar, basado en la caracterización de la humedad, en cuanto a su posición relativa respecto al sólido, la naturaleza de las fuerzas que participan en su estabilidad y los métodos capaces de eliminarla. De esa manera fue posible predecir preliminarmente cuáles variables pueden correlacionar estadísticamente con la concentración de sólidos en lodos obtenidos por sedimentación-compresión gravitacional.

Con esta información y como resultado de la interpretación y sistematización de los fundamentos teóricos de los procesos involucrados, se obtiene el modelo teórico descriptivo del comportamiento de la correlación y la regresión entre la concentración de sólidos en el lodo obtenido por sedimentación-compresión gravitacional y de sólidos obtenida por filtración-compresión, con escurrido y sin éste, por sedimentación-compresión y filtración-compresión centrifugas, así como por compresión mecánica.

### **Fundamentación teórica preliminar**

La fundamentación teórica preliminar de la correlación buscada se basa en la caracterización de la humedad, en cuanto a su posición relativa respecto al sólido, la naturaleza de las fuerzas que participan en su estabilidad y los métodos capaces de eliminarla.

Balandín (1988) plantea que: *"La energía de enlace entre la humedad y el sólido influye significativamente en el mecanismo de desagüe (separación sólido-líquido). A medida que la energía de enlace es mayor, mayor será la dificultad para separar la humedad del*

*sólido. En este principio se fundamenta la clasificación de las formas de enlace de la humedad con el sólido, mediante la cual se distinguen los enlaces físico-mecánico, físico-químico y químico".*

El estudio de los trabajos de Balandín (1988), Chuiánov (1987), Rudenko & Shemajanov (1981) y Shushikov (1971) permitió interpretar y resumir lo que se expone a continuación. En este marco, si se utiliza como criterio de ordenamiento el incremento de la energía de enlace con el sólido, se pueden distinguir los siguientes tipos de humedad:

1. Humedad externa.
  - a. Humedad gravitacional.
  - b. Humedad capilar.
  - c. Humedad adsortiva.
    - Humedad adhesiva o pelicular.
    - Humedad higroscópica.
2. Humedad interna o química.
  - a. Humedad de cristalización o hidratación.
  - b. Humedad de constitución.

En la estabilidad de la humedad externa participan los enlaces físico-mecánicos y físico-químicos. La humedad gravitacional llena todos los espacios entre las partículas y no se encuentra enlazada con el sólido mediante ningún tipo de fuerza. Esta puede ser eliminada en su mayor parte por la fuerza de gravedad, mediante drenaje, sedimentación-compresión o filtración-compresión. El drenaje no se incluye en el análisis, por ser un proceso no aplicable en el caso de las suspensiones bajo estudio. Este proceso es utilizado para separar la humedad de sólidos cuyas partículas descansan en el fondo del recipiente que las contiene y permiten el escurrimiento del líquido a través de los espacios entre los granos.

La humedad capilar, llena total o parcialmente los poros entre las partículas y dentro de ellas. En su estabilidad participan las fuerzas superficiales (tensión superficial), que se manifiestan en la interfase líquido-sólido-gas. La humedad adhesiva o pelicular, forma una película relativamente gruesa, en cuya estabilidad participan fundamental-

mente las fuerzas moleculares y en menor medida las adsorptivas, que se caracterizan por su mayor fortaleza. La película líquida puede ser deformada por la fuerza de gravedad.

La humedad clasificada como gravitacional, la pelicular y la parte retenida por capilaridad en los poros, puede ser separada, en diferentes medidas, mediante sedimentación-compresión gravitacional o centrífuga y filtración-compresión gravitacional, a presión o centrífuga y también por compresión mecánica del sedimento. Estos son métodos mecánicos de separación sólido-líquido, donde se elimina humedad externa o física, gracias a fuerzas relacionadas íntimamente con la presión hidromecánica, la diferencia de densidades entre las partículas y el líquido o ambas. Esta característica es esencial en todos los procesos analizados y es por ello que constituye un indicador de posibilidad de que exista correlación entre los valores de concentración de sólidos obtenidos por cada uno de estos procesos.

Parte de la humedad que es imposible eliminar por sedimentación-compresión gravitacional o filtración-compresión a presión, es posible eliminarla por sedimentación-compresión o filtración-compresión centrífugas y también por compresión mecánica, gracias a las mayores fuerzas que actúan sobre el lodo. Esto constituye un indicador de que la correlación entre la concentración de sólidos obtenida por sedimentación-compresión gravitacional y la obtenida por sedimentación-compresión y filtración-compresión centrífugas o por compresión mecánica, sea menos significativa que la correlación entre la concentración de sólidos obtenida por sedimentación-compresión gravitacional y la obtenida por centrifugación y compresión mecánica.

Gracias a las fuerzas adsorptivas, la humedad higroscópica forma una película muy delgada alrededor de la partícula de sólido; al igual que la humedad capilar que se encuentra en los poros de las partículas, puede ser separada solamente por secado térmico.

La humedad de cristalización se encuentra en forma molecular y la humedad de constitución en forma iónica. La humedad incluida dentro de estos dos tipos puede ser separada solamente mediante el calen-

tamiento hasta temperaturas mayores que las necesarias para el secado térmico.

Los métodos de eliminación de humedad interna e higroscópica, así como de la humedad que se encuentra en los poros de las partículas, no han sido incluidos en este análisis, porque se sabe que las fuerzas que enlazan estos tipos de humedad difieren cualitativamente por su naturaleza de aquellas que enlazan los demás tipos de humedad.

La mayor parte de la humedad que contiene el producto espesado es gravitacional. La torta húmeda antes del escurrido aún contiene parte de la humedad gravitacional y se encuentra totalmente saturada de humedad capilar y pelicular; o sea, que la sedimentación-compresión gravitacional y la filtración-compresión hasta el momento de obtener la torta sin escurrir, además de ser procesos mecánicos de separación de humedad física, como todos los analizados, tienen como característica común que son procesos de separación de humedad gravitacional. Esto favorece la posibilidad de que exista correlación entre la concentración de sólidos obtenida por sedimentación-compresión gravitacional y la obtenida por filtración-compresión sin escurrido.

El escurrido tiene como particularidad que es un proceso de separación de humedad capilar y pelicular. Esto condiciona la tendencia a que el coeficiente de correlación entre la concentración de sólidos en el producto espesado y la concentración de sólidos en la torta escurrida, sea menor que entre la concentración de sólidos en el producto espesado y la concentración de sólidos en la torta sin escurrir, pero no excluye la posibilidad de que exista correlación entre ellas.

A lo anterior se agrega que, según Garrido *et al.* (2003), se puede utilizar una misma teoría o modelo matemático para simular tanto la sedimentación-compresión, como la centrifugación y la filtración-compresión, pues el marco fenomenológico de estos procesos es el mismo. Una vez determinados los parámetros correspondientes a cada proceso en particular, estos se incorporan a un mismo modelo matemático que permite obtener cada resultado particular.

Los antecedentes teóricos referidos sugieren la posibilidad de que entre la concentración de sólidos en el producto espesado y la concentración de sólido obtenida por los referidos procesos de separación sólido-líquido, exista correlación estadística, sobre todo si se tiene en cuenta que según lo expresado en diversas fuentes sobre estadística, la correlación estadística entre dos variables es una interpretación matemática y no tiene que explicarse necesariamente por la influencia de una sobre la otra, sino que estas pueden depender de una tercera, cuya influencia común sobre ambas, es la causante de la correlación entre ellas. Resultados empíricos que confirman preliminarmente la existencia de la mencionada correlación han sido publicados (Mariño *et al.* 2001).

Como resultado de la caracterización de la humedad, en cuanto a su posición relativa respecto al sólido, la naturaleza de las fuerzas que participan en su estabilidad y los métodos capaces de eliminarla, se fundamenta preliminarmente la correlación entre la concentración de sólidos en el producto espesado y las variables concentración de sólidos en la torta sin escurrir, concentración de sólidos en la torta escurrida, concentración de sólidos en el sedimento obtenido por sedimentación-compresión centrífuga y concentración de sólidos obtenida por filtración-compresión centrífuga y compresión mecánica.

### **Fundamentos teóricos de la sedimentación-compresión y filtración-compresión, necesarios para deducir la correlación buscada**

Cuando una partícula de un material sólido se mueve en el seno de un fluido, sobre ella actúa la fuerza de resistencia que opone el líquido a su movimiento. Por su naturaleza, dicha fuerza es la misma que actúa sobre la partícula, cuando el líquido se encuentra en movimiento respecto al sólido; pero en este caso, dicha fuerza es denominada fuerza de arrastre. Kasatkin (1987) presenta una ecuación que expresa la dependencia de la fuerza de resistencia  $F_r$ , en función de la velocidad relativa del líquido respecto al sólido  $v_r$ , expresada en  $m/s$ . Una vez adaptados convenientemente sus términos, la ecuación queda como sigue:

$$F_r = C_f A \frac{\rho_l v_r^2}{2} \quad (1)$$

Donde  $C_f$  - coeficiente de fricción o arrastre;  $A$  - área proyectada sobre el plano que resulta normal al sentido de movimiento de la partícula respecto al líquido,  $m^2$ ;  $\rho_l$  - densidad del líquido  $kg/m^3$ .

En la zona donde la concentración de sólidos, hipotéticamente es igual a la inicial, es justo suponer que ocurre la sedimentación contrariada. En estas condiciones, de acuerdo con Lu *et al.* (1998), en el caso de suspensiones polidispersas, la velocidad de sedimentación gravitacional respecto a las paredes del cilindro, en  $m/s$ , puede ser estimada por la fórmula:

$$U = U_0 f(\phi) \quad (2)$$

donde  $U_0$  - velocidad de sedimentación de Stokes,  $m/s$ ;  $f(\phi)$  - factor de velocidad contrariada, que es una función creciente de la fracción volumétrica de las partículas,  $\phi$ .

En esta ecuación, el factor  $f$  de sedimentación contrariada depende sólo de la fracción volumétrica total de las partículas  $\phi$ , lo que constituye una simplificación de la realidad. En la actualidad, Berres *et al.* (2003) han considerado la influencia de las concentraciones de cada especie. No obstante, esta ecuación resulta útil para un análisis cualitativo como el que se realiza en este trabajo.

Cuando está presente una corriente descendente de líquido cuyo flujo específico referido a la unidad de área de la sección transversal del cilindro  $q$ , expresado en  $m^3/(m^2 * s)$ , la velocidad de sedimentación resultante  $u$ , es la suma de la velocidad de sedimentación contrariada  $U$  y la velocidad del líquido  $q$  (Lu *et al.* 1998). Lo anterior se expresa mediante la ecuación:

$$u = U + q \quad (3)$$

El flujo específico de líquido a través de un lecho poroso arbitrario  $q$ , se relaciona con las características del sólido y de la fase líquida mediante la ecuación de Kozeny (Carman 1997). La referida ecuación, adaptada al Sistema Internacional de Unidades y al caso de la filtración-compresión es:

$$q = \frac{\varepsilon^3}{k\mu S^2} \frac{\Delta P}{L} \quad (4)$$

donde  $\varepsilon$  - volumen de los poros referido a la unidad de volumen del lecho (porosidad);  $k$  - constante;  $\mu$  - viscosidad dinámica del fluido,  $Pa \cdot s$ ;  $S$  - área de superficie de las partículas, referida a la unidad de volumen del lecho,  $m^2/m^3$ ;  $\Delta P$  - diferencia entre la presión en la parte posterior y anterior del lecho (fuerza motriz de la filtración-compresión),  $Pa$ ;  $L$  - altura o espesor del lecho,  $m$ .

Para examinar la sedimentación-compresión y la filtración-compresión gravitacionales, los autores consideran el modelo físico hipotético representado en la Figura 1, tomado de Smiles (1975). En esta figura se muestra un cilindro que contiene una suspensión y está dotado de un fondo poroso en calidad de medio filtrante. El cilindro se encuentra dentro de un recipiente exterior con el mismo líquido que constituye el medio de dispersión del sólido en la suspensión. La superficie del líquido en este recipiente se encuentra a una altura  $h$  respecto a la superficie libre de la suspensión en el cilindro. Esta altura puede ser modificada y con ello se modifica la fuerza motriz de la filtración-compresión. Cuando las superficies del líquido en el recipiente y de la suspensión en el cilindro se encuentran a la misma altura  $h=0$ , ocurre solamente la sedimentación-compresión, que en este caso se produce únicamente gracias a la acción de la fuerza de gravedad. Si  $h > 0$ , simultáneamente ocurre el movimiento del líquido a través del fondo poroso (filtración), que condicionará la filtración-compresión. Esto, como se verá más adelante, provocará el incremento de la velocidad de sedimentación. La participación de la filtración-compresión se hace más evidente a medida que se incrementa la altura  $h$  y viceversa.

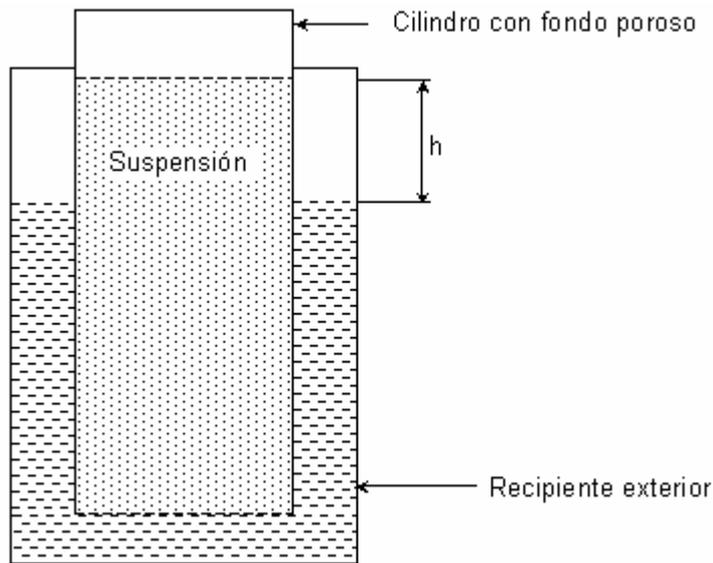


Figura 1. Modelo físico hipotético de la sedimentación-compresión y la filtración-compresión gravitacionales. Tomado de Smiles (1975).

Büerger *et al.* (2001) han propuesto un modelo físico hipotético que unifica la filtración-compresión a presión con la sedimentación-compresión. El mismo modelo ha sido expuesto posteriormente por Garrido *et al.* (2003). Sobre esta base, ha sido ilustrada la distribución de las concentraciones volumétricas del sólido  $f$  en el sistema, en el instante inicial, en un instante intermedio y en el instante en que ocurre la compresión propiamente dicho.

Si de la situación explicada por Büerger *et al.* (2001) se toma la suspensión en la probeta, así como la distribución de concentraciones del sólido y seguidamente se combina con la situación representada en la Figura 1, donde se supone que  $h=0$ , se obtiene la situación representada en la Figura 2, que representa una secuencia de tres instantes de tiempo en el transcurso de la sedimentación-compresión gravitacional en el laboratorio.

### Mecanismo de la sedimentación-compresión discontinua

Para explicar el mecanismo de la sedimentación-compresión periódica, se admite que en el instante de tiempo inicial, la concentración volumétrica de sólidos ( $\phi = \phi_0$ ) es idéntica en todo el volumen de suspensión.

Luego, como resultado de la sedimentación (caída) a una velocidad  $U$ , dada por la ecuación (2), cuando las partículas encuentran el fondo de la columna forman una capa muy delgada, cuya estructura consiste en una matriz de sólidos, donde las partículas se encuentran en contacto mutuo. La concentración de sólidos en esta matriz, se denomina concentración crítica ( $\phi = \phi_c$ ).

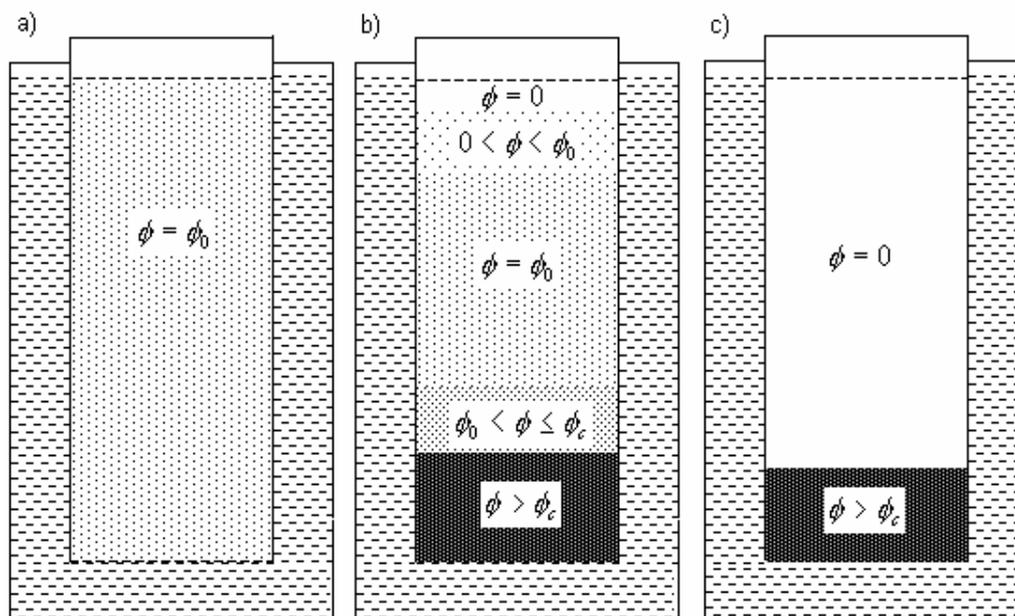


Figura 2. Esquema ilustrativo del transcurso de la sedimentación-compresión y la filtración-compresión gravitacionales. a) Estado inicial; b) Formación del sedimento; c) Sedimento comprimido.

A partir de ese momento, mientras esta capa se compacta por la acción del peso de sus partículas, encima de ella se acumulan sucesivamente nuevas subcapas, cuya concentración de sólidos en el momento de su formación es igual a la concentración crítica. Cada subcapa agrega peso encima de las depositadas anteriormente. De ese modo se origina la situación representada en la Figura 2b), donde se observa que es posible la presencia de hasta cinco zonas. De arriba hacia abajo se distingue en primer lugar, la zona de líquido clarificado, donde la concentración de sólidos hipotéticamente es igual a cero ( $\phi = 0$ ). Debajo se observa una zona de transición, donde la concentración de sólidos varía desde cero hasta su valor inicial ( $0 < \phi < \phi_0$ ). Le sigue la zona donde la concentración de sólidos es igual a la inicial ( $\phi = \phi_0$ ). Debajo de esta se observa otra zona de transición, donde la concen-

tración de sólidos se encuentra entre la inicial y la crítica ( $\phi_0 < \phi \leq \phi_c$ ). Por último, se encuentra la zona del sedimento en consolidación, donde la concentración de sólidos es mayor que la crítica ( $\phi > \phi_c$ ).

En la capa del sedimento en consolidación, cada subcapa actúa como soporte mecánico de las subcapas superiores. De modo que, el peso de las partículas en cada subcapa arbitraria situada en la zona del sedimento y el peso de las subcapas superiores, crea un gradiente de presión que se incrementa de arriba hacia abajo. Como resultado se crean tensiones sobre la matriz de sólidos que provocan su acercamiento, con el consiguiente efecto de compresión o apelmazamiento. Mientras tanto, el líquido que se encuentra en esa matriz de sólidos resulta desplazado, lo que da lugar a una corriente ascendente que, a su vez, como resultado de la fricción con las partículas sólidas, conforme con la ecuación (1), ejerce una fuerza de resistencia, que junto a la fuerza de fricción entre las partículas sólidas y a la fuerza de reacción a la deformación, se opone a la compresión de la capa. Con el transcurso de la compresión se incrementa la fuerza de fricción entre las partículas sólidas y la fuerza de reacción a la deformación. Este proceso se prolonga hasta que el valor de la resistencia a la compresión tiende al valor de la fuerza de compresión, momento en que desde el punto de vista macroscópico, puede ser considerada concluida la compresión.

A la concentración de sólidos alcanzada cuando la velocidad de compresión macroscópicamente puede ser considerada igual a cero, en este trabajo se le denomina concentración de sólidos en el lodo obtenido por sedimentación-compresión gravitacional o concentración de sólidos en el producto espesado *CPE*.

En la Figura 2c) puede verse que al final de la sedimentación-compresión quedan dos zonas: la zona de líquido clarificado y la zona del sedimento comprimido por la acción de la fuerza de gravedad.

### **Mecanismo de la filtración-compresión periódica**

Para explicar las particularidades del mecanismo de la filtración-compresión periódica, se supone que en la Figura 2, el desnivel entre

la superficie libre de la suspensión y la superficie libre del líquido en el recipiente exterior  $h_r$ , es mayor que cero. En este caso, la fuerza de gravedad además de provocar la caída de las partículas, provoca una corriente descendente de líquido a través del fondo poroso del cilindro. Esta corriente descendente cuyo flujo específico puede ser designado por  $q$ , provoca el incremento de la velocidad de sedimentación respecto a las paredes del cilindro hasta el valor  $u$ , dado por la ecuación (3), lo que trae consigo la disminución del tiempo necesario para la sedimentación de la unidad de masa de sólidos y para la formación de la primera capa muy delgada, donde las partículas se encuentran en contacto mutuo y cuya concentración de sólidos se denomina concentración crítica ( $\phi = \phi_c$ ). En lo adelante ocurre de manera similar a como ocurre durante la sedimentación compresión, con las particularidades a las que conduce el hecho de que en este caso la corriente ascendente de líquido que se manifiesta durante la sedimentación-compresión, sea sustituida por una corriente descendente cuyo flujo específico es  $q$ .

Al final se obtiene un sedimento formado con la participación de la filtración-compresión que se denomina torta y la variable de concentración que lo caracteriza, es concentración de sólidos en la torta sin escurrir *CTSE*.

Para lograr la mejor comprensión de las particularidades que caracterizan a la compresión, cuando en el proceso global participa la filtración, se llama la atención sobre el hecho de que la inversión del sentido de la corriente de líquido a través del sedimento en consolidación respecto al sentido de movimiento de este durante la sedimentación-compresión, conlleva a que, durante la filtración-compresión, la fuerza de arrastre provocada por la fricción entre el líquido y el sólido, deja de constituir una componente de fuerza de resistencia y pasa contribuir con la compresión del sedimento. O, dicho de otro modo, cuando en el proceso global participa la filtración-compresión, la concentración de sólidos se incrementa de arriba hacia abajo, porque en este sentido, el peso que soporta cada subcapa se incrementa como en la sedimentación-compresión; pero adicionalmente se incrementan las tensiones acumuladas, pues la

fuerza de arrastre o de fricción que actúa sobre cada subcapa es transmitida por esta, a la capa subyacente. Lo anterior conduce a que durante la filtración-compresión, la capa de sedimento tienda a compactarse hasta concentraciones mayores, respecto a las obtenidas por sedimentación-compresión pura.

Para ilustrar lo anterior con ayuda de las ecuaciones (1) y (4), se admite que en la zona del sedimento en consolidación, cuando ocurre la filtración-compresión, la velocidad del sólido es despreciable. Esto posibilita sustituir la velocidad relativa  $v_r$  en la ecuación (1), por el flujo específico de filtrado  $q$ . Lo anterior permite deducir que el incremento de la fuerza motriz de la filtración-compresión  $\Delta P$ , que por la ecuación (4) provoca el incremento del flujo específico de filtrado  $q$  según la ecuación (1), conduce también al incremento de la fuerza motriz de la compresión, que en lo adelante se le denominará presión de compresión  $P_c$ . Este incremento de la presión de compresión  $P_c$ , en caso de sedimentos compresibles, debe conducir a la disminución del espesor por unidad de masa de sedimento, con el consiguiente incremento de la concentración de sólidos en la torta sin escurrir  $CTSE$ , respecto a la concentración de sólidos en el producto espesado  $CPE$ .

### **Deducción de la correlación y del comportamiento básico de la regresión**

Para deducir la dependencia estadística entre la  $CPE$  y la  $CTSE$ , a la razón de variación del espesor del sedimento, respecto a la variación infinitesimal de la fuerza motriz de la compresión para una masa de sólidos constante, se le denomina convencionalmente factor de compresibilidad  $\gamma$ . En este caso se puede afirmar que la diferencia finita ( $CTSE-CPE$ ), ambas expresadas en partes volumétricas de sólido respecto a la suspensión, se incrementa con el incremento del factor de compresibilidad del sedimento  $\gamma$  y de la fuerza motriz de la filtración-compresión  $\Delta P$ . Esta fuerza motriz, es a su vez proporcional a  $h$  en la Figura 1 y también puede estar dada por el enrarecimiento que puede ser creado en el recipiente exterior mediante una bomba de vacío, la presión del aire comprimido suministrado al cilindro, o la presión aplicada sobre la suspensión mediante un pistón.

A continuación convenientemente se supone que se cuenta con varias suspensiones contenedoras de sólidos diferentes, cualquiera sea el valor del factor de compresibilidad de los sedimentos individuales  $\gamma_{ii}$  y de su desviación típica  $S_{\gamma_i}$ , incluido el cero. Cada una de estas suspensiones es dividida en dos partes. Una de estas partes, conforme se representa en la Figura 3a), se somete a sedimentación-compresión para obtener un lodo o producto espesado, cuya concentración de sólidos es  $CPE_i$ . La otra, es sometida a filtración-compresión para obtener una torta cuya concentración de sólidos es  $CTSE_i$ .

Si se retoma el conocimiento de que, según razonamientos anteriores, la fuerza motriz de la compresión  $P_c$  se incrementa con el incremento de la fuerza motriz de la filtración-compresión  $\Delta P$ , se deduce que si la fuerza motriz de la filtración-compresión es considerablemente mayor que cero como se representa en la Figura 3b), se obtiene una torta apreciablemente más comprimida, cuya concentración de sólidos individual  $CTSE_i$  es mayor que la correspondiente concentración de sólidos en el producto espesado  $CPE_i$  (en el gráfico, la ilustración del efecto de compresión ha sido exagerado).

Si la fuerza motriz de la filtración-compresión  $\Delta P$  se hace disminuir hasta que tienda a cero como se representa en la Figura 3c), se arriba a una situación de frontera en que en la filtración tiende a convertirse en sedimentación pura, como mismo en el sentido del incremento infinitesimal de la fuerza motriz de la filtración  $\Delta P$ , la sedimentación tiende a convertirse en filtración.

Bajo estas condiciones, si se desprecia la influencia de las perturbaciones, cualesquiera sean las condiciones experimentales, cada valor de concentración de sólidos en la torta sin escurrir  $CTSE_i$  tiende al correspondiente valor de concentración de sólidos en el producto espesado  $CPE_i$  y viceversa.

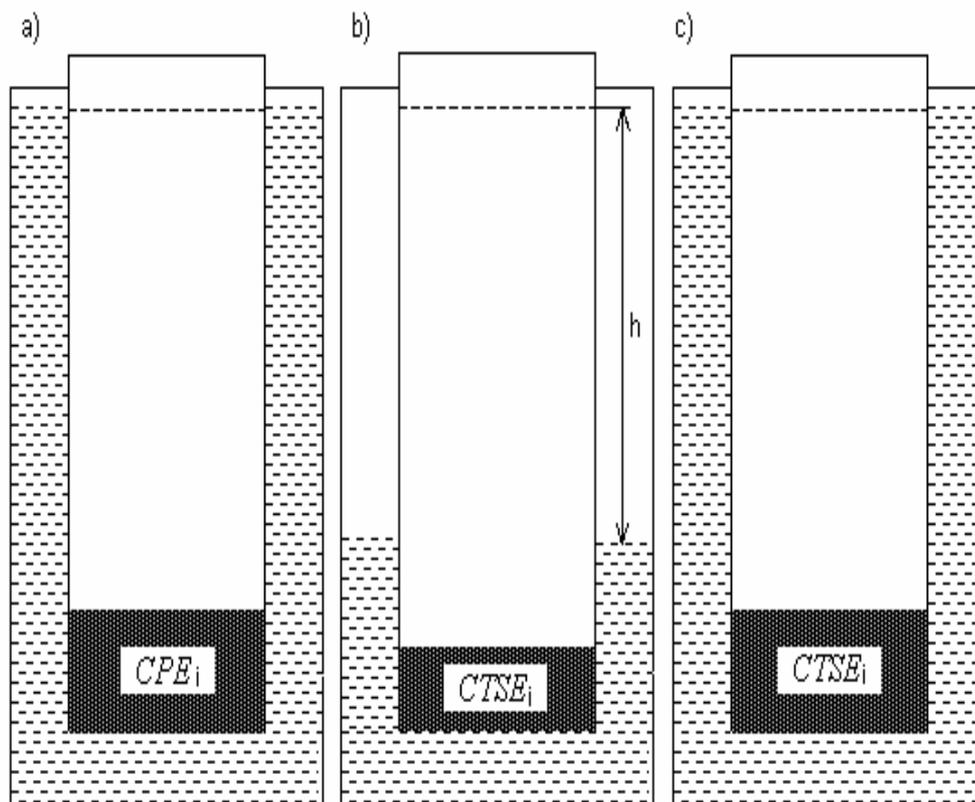


Figura 3. Representación gráfica de la sedimentación – compresión y la filtración, para deducir la dependencia estadística entre la concentración de sólidos en el producto espesado  $CPE_i$  y la concentración de sólidos en la torta sin escurrir  $CTSE_i$ . a) Producto espesado ( $h=0$ ); b) Torta sin escurrir ( $h>0$ ); c) Torta sin escurrir ( $h \rightarrow 0$ ).

Lo anterior, en términos finitos, puede ser representado mediante la igualdad de cada valor de concentración de sólidos en la torta sin escurrir  $CTSE_i$  a su correspondiente valor de concentración de sólidos en el producto espesado  $CPE_i$ , cuando la fuerza motriz de la filtración-compresión  $\Delta P$  tiende a cero. La situación descrita se encuentra ilustrada en la Figura 4a), donde la escala en ambos ejes es la misma. Esto equivale a decir, que si se realiza el análisis de correlación-regresión entre la concentración de sólidos en el producto espesado  $CPE$  y la concentración de sólidos en la torta sin escurrir  $CTSE$ , se obtiene una ecuación de regresión lineal del tipo:

$$CPE = b_0 + b_1 CTSE \quad (5)$$

con intercepto  $b_0$  igual a cero, pendiente  $b_1$  igual a la unidad y coeficiente de correlación  $r$  igual a la unidad.

Quiere decir que si la fuerza motriz de la filtración-compresión con sentido de movimiento de arriba hacia abajo  $DP$ , tiende a cero y se desprecia la influencia de las perturbaciones, la concentración de sólidos en el lodo obtenido por sedimentación-compresión gravitacional o concentración de sólidos en el producto espesado  $CPE$  y la concentración de sólidos en la torta obtenida por filtración-compresión sin escurrido  $CTSE$ , correlacionan de acuerdo con un modelo lineal con intercepto  $b_0$  igual a cero, pendiente  $b_1$  igual a la unidad y coeficiente de correlación  $r$  igual a la unidad.

Luego, es justo esperar que en condiciones reales se obtenga un coeficiente de correlación diferente de la unidad. No obstante, para un mismo sistema ese coeficiente estadísticamente tiende a un valor cercano a la unidad, a medida que disminuyen las perturbaciones y la fuerza motriz de la filtración-compresión  $DP$  tiende a cero. Análogamente existe un modelo de regresión real diferente del ideal, cuyos parámetros tienden estadísticamente a valores cercanos a los ideales, bajo la misma condición.

Bajo la condición de que se mantienen constantes las perturbaciones, a continuación se analiza el comportamiento del coeficiente de correlación real y de los parámetros de modelo de regresión real, a medida que disminuye una de las siguientes variables: factores de compresibilidad individuales  $g_i$  de los sedimentos y desviación típica de estos factores  $S_g$ .

En la situación hipotética de que todos los factores de compresibilidad individuales  $g_i$ , sean igual a cero, es decir, todos los sedimentos sean incompresibles, el espesor de la unidad de masa de torta será independiente de la presión de compresión y consecuentemente de la fuerza motriz de la filtración-compresión  $DP$ . De modo que, cualquiera sea la fuerza motriz de la filtración-compresión, cada valor de concentración de sólidos en la torta sin escurrir  $CTSE_i$ , como se

muestra en la Figura 4b), será igual al correspondiente valor de concentración de sólidos en el producto espesado  $CPE_i$ , por lo que se mantiene la condición de que en la ecuación (5),  $b_0 = 0$ ,  $b_1 = 1$  y  $r = 1$ .

Esto permite afirmar que si las perturbaciones se mantienen constantes, independientemente del valor de la fuerza motriz de la filtración-compresión  $DP$ , la disminución de la compresibilidad de los sedimentos favorece el incremento del coeficiente de correlación, así como la aproximación de los parámetros de la regresión a sus valores ideales.

En la situación hipotética de que la compresibilidad de los sedimentos es mayor que cero; pero idéntica para todos. O sea, cuando la desviación típica de los factores de compresibilidad  $S_g$  tiende a cero, a pesar de que la fuerza motriz de la filtración-compresión sea considerablemente mayor que cero, el incremento de cada valor de concentración de sólidos en la torta sin escurrir  $CTSE_i$ , respecto al correspondiente valor de la concentración de sólidos en el producto espesado  $CPE_i$ , obtenido a partir de la misma suspensión, será el mismo cualquiera sea la suspensión y puede esperarse el comportamiento ilustrado en la Figura 4c), donde se observa que la recta se ha desplazado paralelamente hacia valores mayores de concentración de sólidos en la torta sin escurrir  $CTSE$ . En este caso, se mantiene la igualdad del coeficiente de correlación y la pendiente a la unidad, pero el intercepto es negativo. Sobre esta base es posible afirmar que bajo la condición de que la desviación típica de los factores de compresibilidad  $S_g$  tienda a cero, a pesar de que la fuerza motriz de la filtración-compresión sea considerablemente mayor que cero, el valor del intercepto será menor que cero y la disminución de la desviación típica de los factores de compresibilidad favorecerá el incremento del coeficiente de correlación, así como la aproximación de la pendiente a la unidad.

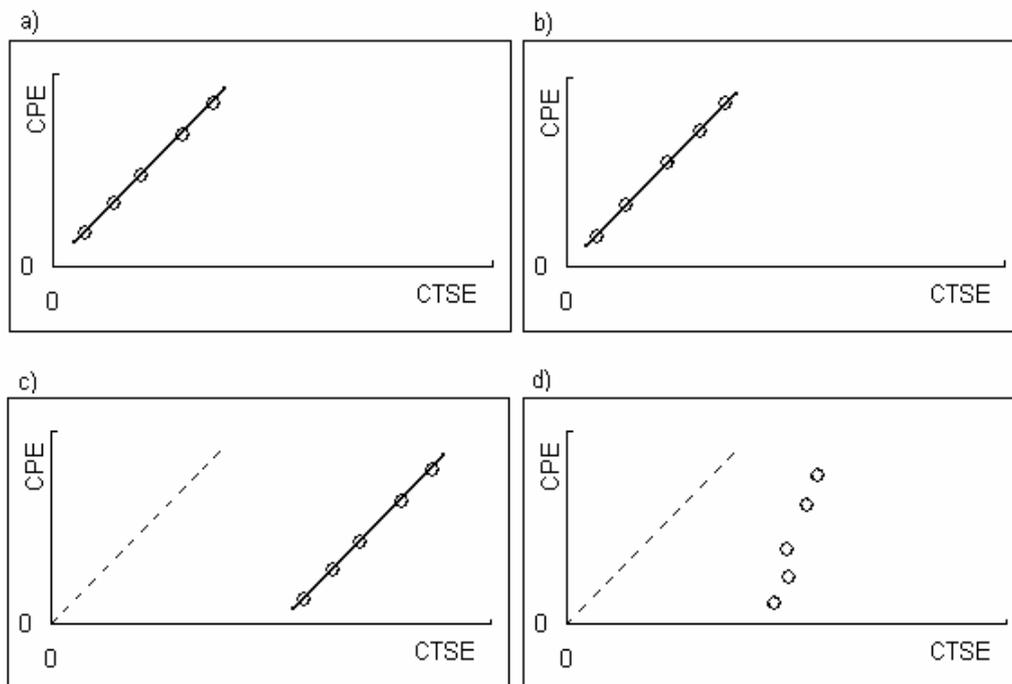


Figura 4. Influencia hipotética de la fuerza motriz de la filtración-compresión y la compresibilidad de los sedimentos, sobre el comportamiento de la concentración de sólidos en el producto espesado  $CPE$  en función de la concentración de sólidos en la torta sin escurrir  $CTSE$ . a)  $\Delta P \rightarrow 0$ ;  $\gamma \geq 0$ ;  $S_\gamma \geq 0$ ; b)  $\Delta P \geq 0$ ;  $\gamma \rightarrow 0$ ; c)  $\Delta P > 0$ ;  $\gamma > 0$ ;  $S_\gamma \rightarrow 0$ ; d)  $\Delta P > 0$ ;  $S_\gamma > 0$ .

Los sedimentos reales son compresibles y la desviación típica de los factores de compresibilidad  $S_\gamma$  que caracteriza a cada familia de ellos es mayor que cero ( $S_\gamma > 0$ ). En este caso, si como en la situación hipotética anterior la fuerza motriz de la filtración-compresión es considerable; el incremento de cada valor de concentración de sólidos en la torta sin escurrir  $CTSE_i$  respecto a cada valor correspondiente de concentración de sólidos en el producto espesado  $CPE_i$ , no será el mismo en todos los sedimentos. Por consiguiente, los puntos experimentales se dispersarán y el coeficiente de correlación lineal será menor que la unidad. En esta situación, como se representa en la Figura 4d), la pendiente y el intercepto serán distintos de la unidad y de cero respectivamente. Esto ilustra la afirmación anterior de que es justo esperar que en condiciones reales se obtenga un coeficiente de correlación diferente de la unidad y que análogamente exista un modelo de regresión real diferente del ideal.

Por otra parte, en la Figura 4d), también se puede afirmar que el incremento de la desviación típica de los factores de compresibilidad  $S_\gamma$  incrementará la desviación típica de los incrementos individuales de concentración ( $CTSE_i-CPE_i$ ), lo que traerá consigo el incremento de la dispersión de los puntos experimentales y la consiguiente disminución del coeficiente de correlación lineal. Esto a su vez ilustra la afirmación ya expuesta de que, bajo la condición de que la desviación típica de los factores de compresibilidad  $S_\gamma$  tienda a cero, a pesar de que la fuerza motriz de la filtración-compresión sea considerablemente mayor que cero, la disminución de la desviación típica de los factores de compresibilidad favorecerá el incremento del coeficiente de correlación, así como la aproximación de la pendiente a la unidad.

Al incrementarse la fuerza motriz de la filtración-compresión se incrementa la fuerza de compresión y con ello aumenta la dispersión del incremento ( $CTSE_i-CPE_i$ ). A partir de cierto valor de presión, puede ocurrir la deformación elástica y el quebrantamiento de las partículas individuales (Tiller & Yeh 1987). Este cambio en el mecanismo de compresión, cuya manifestación tiene lugar principalmente a elevadas presiones de filtración-compresión, también puede influir sobre la referida dispersión y puede afectar la calidad de la correlación en condiciones reales.

Lo anterior refuerza teóricamente el criterio de que la fuerza motriz de la filtración-compresión  $\Delta P$ , influye negativamente sobre el coeficiente de correlación lineal y aleja ambos parámetros del modelo de regresión de sus valores ideales.

## CONCLUSIONES

Si la fuerza motriz de la filtración-compresión con sentido de movimiento de arriba hacia abajo tiende a cero y se despreja la influencia de las perturbaciones y errores, la concentración de sólidos en el lodo obtenido por sedimentación-compresión gravitacional y la concentración de sólidos en la torta obtenida por filtración-compresión sin escurrido, correlacionan de acuerdo con un modelo lineal con intercepto igual a cero, pendiente igual a la unidad y coeficiente de correlación igual a la unidad.

En condiciones reales se obtiene un coeficiente de correlación diferente de la unidad y existirá un modelo de regresión real diferente del ideal. Bajo la condición de que se mantienen constantes las perturbaciones, el comportamiento del modelo de regresión real a medida que disminuye una de las siguientes variables: fuerza motriz de la filtración-compresión  $\Delta P$ , factores de compresibilidad individuales  $\gamma_i$  de los sedimentos y desviación típica de estos factores  $S_\gamma$ , se caracteriza por las siguientes regularidades:

- La disminución de la fuerza motriz de la filtración-compresión, favorece el incremento del coeficiente de correlación, así como la aproximación de los parámetros de la regresión a sus valores ideales.
- Independientemente del valor de la fuerza motriz de la filtración-compresión  $\Delta P$ , la disminución de la compresibilidad de los sedimentos favorece el incremento del coeficiente de correlación, así como la aproximación de los parámetros de la regresión a sus valores ideales.
- Bajo la condición de que la desviación típica de los factores de compresibilidad  $S_\gamma$  tienda a cero, a pesar de que la fuerza motriz de la filtración-compresión sea considerablemente mayor que cero, el valor del intercepto será menor que cero y la disminución de la desviación típica de los factores de compresibilidad favorece el incremento del coeficiente de correlación, así como la aproximación de la pendiente a la unidad.

## REFERENCIAS

- BALANDÍN, C. M. 1988: *Filtrovaniye grubodispersnij materialov*. Nedra, Moskva, 104 p.
- BERRES, S.; BÜRGER, R.; KARLSEN, K. H. & TORY, E. M. 2003: Strongly degenerate parabolic-hyperbolic systems modeling polydisperse sedimentation with compression. *J. Appl. Math* 64(1): 41-80.
- BROWN, G. G. 1965: *Operaciones básicas de la ingeniería química*. Instituto Cubano del Libro. La Habana, 269 p.
- BÜRGER, R.; CONCHA, F. & KARLSEN, K. N. 2001: Phenomenological model of filtration processes: 1. Cake formation and expression. *Chemical Engineering Science* 56: 4537-4553.

- CARMAN, P. C. 1997: Fluid flow through granular beds. *JUBILEE SUPPLEMENT-Trans IChemE*, Vol 75 (December) :S32-S48.
- CHUIANOV, G. G. 1987: *Obezvoshivanie, pileulavlivanie i ojrana okrushaiushei credi*. Nedra, Moskva, 200 p.
- GARRIDO, P.; CONCHA, F. & BÜRGER, R. 2003: Settling velocities of particulate systems: 14. Unified model of sedimentation, centrifugation and filtration of flocculated suspension. *Int. J. Miner. Process* [en línea] 72: 57-74. Consulta: 10 enero 2010. Disponible en: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)
- KASATKIN, A. G. 1987: *Operaciones Básicas y Aparatos en la Tecnología Química*. Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 2t.
- LU, W. M.; TUNG, K. L.; PAN, C. H. & HWANG, K. J. 1998: The effect of particle sedimentation on gravity filtration. *Separation Science and Technology* 33(12): 1723-1746.
- MARIÑO, A. 2002: Variables para el control de la concentración de sólidos alcanzable por sedimentación gravitacional. Instituto Superior Minero Metalúrgico. Moa [Tesis doctoral] 100 p.
- MARIÑO, A.; FALCÓN, J.; SALES-VALADAO G. E. & ALMENARES R. S. 2007: Nuevo enfoque para el pronóstico de la concentración de sólidos en lodos obtenidos por sedimentación gravitacional. *Minería y Geología* [en línea] 23 (3) Consulta: 15 enero 2010. Disponible en: <http://www.ismm.edu.cu/sites/revistamg>
- MARIÑO, A.; FALCÓN, J. & SALES-VALADAO, E. S. 2001: Predicción de los valores máximos de concentración de sólidos en el producto espesado. *Información tecnológica* 12(3): 181-188.
- PERRY, CH. K. 2000: *Perry's chemical engineer's handbook*. Ed. Revolucionaria, La Habana, 2t.
- RUDENKO, K. G. & SHEMAJANOV, M. I. 1981: *Obezvoshivanie i pileulavlivanie*. Nedra, Moskva, 350 p.
- SHUSHIKOV B. A., 1971: *Filtrovanie, teoria i praktika razdelenia suspensii*. Ed. Jimia, Moskva, 440 p.
- SMILES, D. E. 1975: Sedimentation and self-weight filtration in industrial slurries. *Process Chem. Eng.* 28: 13-16.
- TILLER F. M., & YEH, CH. S. 1987: Compressibility of particulate structures in relation to thickening, filtration and expression – A review. *Separation Science and Technology* 22(2 y 3): 1037-1063.

**Armín Mariño Pérez**

Profesor Titular. Departamento de Metalurgia. Instituto Superior  
Minero Metalúrgico.Moa, Cuba.

[arminmarino@yahoo.es](mailto:arminmarino@yahoo.es)

**José Falcón Hernández**

Profesor Titular. Facultad de Ingeniería Química. Universidad  
de Oriente. Santiago de Cuba, Cuba.

[falcon@fiq.uo.edu.cu](mailto:falcon@fiq.uo.edu.cu)

**George Eduardo Sales Valadao**

Profesor. Departamento de Minas. Universidad Federal de Minas  
Gerais. Brasil.

[gvaladao@demin.ufmg.br](mailto:gvaladao@demin.ufmg.br)