

# Aplicación de los modelos de Nikolov en la trituración por impacto del mineral zeolita del yacimiento San Andrés, Holguín, Cuba

José Ramón Hechavarría Pérez<sup>1</sup> [ramonhol@geominera.co.cu](mailto:ramonhol@geominera.co.cu)  
Alfredo Lázaro Coello Velázquez<sup>2</sup> [acoello@ismm.edu.cu](mailto:acoello@ismm.edu.cu)  
Reynaldo Laborde Brawn<sup>2</sup> [rlaborde@ismm.edu.cu](mailto:rlaborde@ismm.edu.cu)  
Juan M Menéndez Aguado<sup>3</sup> [maguado@uniovi.es](mailto:maguado@uniovi.es)

## Resumen

Se modeló la trituración por impacto del mineral de zeolita del yacimiento San Andrés, Holguín, utilizando los modelos de Nikolov, basados en los métodos de balance de la población de partículas. Para ello se determinó el comportamiento de la función de clasificación y la de distribución de la fragmentación de este mineral utilizando una instalación de prueba a escala de laboratorio. Los resultados experimentales permitieron la selección de los modelos que mejor describen el comportamiento de la trituración del mineral y la determinación de sus parámetros, lo que resulta de gran importancia para la simulación y mejora de tales procesos a escala industrial. Los procedimientos experimentales utilizados en esta investigación pueden servir como metodología para la modelación de procesos similares.

## Palabras clave

Modelación, simulación, trituración por impacto.

---

Recibido: abril 2008 / Aceptado: junio 2008

<sup>1</sup> Empresa Geominera Oriente

<sup>2</sup> Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa

<sup>3</sup> Universidad de Oviedo. España

## **Nikolov modeling application in impact crushing of San Andres zeolite mineral of Holguín province, Cuba**

### **Abstract**

This investigation produced a model for impact crushing of a zeolite ore body in San Andrés, Holguín, by using Nikolov's models, which are based on particle population balance. To complete this, the performance of classification and ore fragmentation distribution variables were identified through a lab trial facility. The experimental results allowed the selection of the models, which best describe ore crushing behavior and the determination of its parameters. This is of paramount importance for the simulation and better application on an industrial scale. The experiments can be used as a methodology for the modeling of other similar processes.

### **Keywords**

Modeling, simulation, impact crushing.

## INTRODUCCION

Una de las principales exigencias de los procesos de trituración y molienda de minerales es la distribución del tamaño del producto obtenido, lo cual es válido tanto en los casos en que el mineral es sometido a operaciones posteriores de separación de sus componentes útiles, como en aquellos donde estas operaciones constituyen etapas finales de procesamiento. Es conocido que estos procesos consumen gran cantidad de energía y generan niveles considerables de polvo y ruido, por lo que resulta de mucha importancia mejorar su eficiencia, y en este contexto, la modelación y simulación han sido herramientas de gran utilidad.

Los modelos energéticos han sido utilizados principalmente en la simulación de procesos de molienda aunque sus limitaciones han sido expuestas por varios autores, entre ellos Herbst y Potakov (2004). Dentro de éstas cabe mencionar el hecho de evaluar el tamaño del mineral mediante un valor único ( $d_{80}$ , por ejemplo), además, la energía empleada en la fragmentación del mineral representa una fracción muy pequeña de la energía consumida por el triturador o molino y resulta relativamente difícil conocer su valor en condiciones reales de proceso.

Los modelos basados en el balance de la población de partículas constituyen métodos de *caja negra* (Weedom, 2001); éstos se basan en la utilización de dos funciones principales formuladas inicialmente por Epstein (1948), una que describe la probabilidad de fragmentación del mineral de un tamaño dado y la que describe la forma en que se redistribuye el tamaño de las partículas fragmentadas.

A pesar de la existencia de modelos más novedosos, basados en la simulación por elementos finitos, los métodos de balance de la población se han utilizado hasta hoy como aproximaciones muy útiles para la descripción del comportamiento de procesos de trituración y molienda.

En los modelos de trituración por impactos, basados en el balance de la población de partículas, anteriores a los modelos de Nikolov (2002), el proceso de fragmentación se considera como un evento único (Csocke y Racz, 1998) o como un proceso que se repite dos veces para una misma partícula (Attou et al., 1999). Por su parte, Nikolov (2002 y 2004) extiende las consideraciones realizadas por White y Whitten (1979) para trituradoras de conos, donde se considera la fragmentación como un proceso repetitivo y propone un nuevo modelo para la determinación de la función de clasificación (Nikolov y Lucion, 2002) en la trituración por impacto, el cual se puede representar según la ecuación (1).

$$C_i = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{D - d}{d} \right)^k \right] \quad (1)$$

Donde:

$C_i$ : es la razón o probabilidad de fragmentación de las partículas en el intervalo de tamaño  $i$ ,

$D$ : tamaño de partícula del intervalo  $i$ ,

$d$ : tamaño de las partículas por debajo del cual la razón de fragmentación es cero en las condiciones del proceso,

$k$ : parámetro que depende de las características del proceso.

En sus reportes de 2004, Nikolov propone determinar el tamaño  $d$  según la expresión (2), la cual resulta matemáticamente más sencilla que el modelo propuesto por él en el año 2002 con similares objetivos.

$$d = \beta \cdot \left( \frac{Q}{Q_0} \right)^s \left( \frac{E_0}{E} \right)^n \quad (2)$$

Donde:

$\beta$  (mm): tamaño especial de partícula que depende del diseño de la trituradora y de las propiedades de los fragmentos,

$E_0$  y  $Q_0$ : energía de impacto y productividad de referencia, respectivamente,

$E$  y  $Q$ : energía y productividad, respectivamente, para las cuales se determina  $d$ ,

$n$ : parámetro del material,

$s$ : parámetro que tiene en cuenta la intensidad de los choques entre partículas.

El modelo de la función de distribución de la fragmentación propuesto por Nikolov (2002), se corresponde con la integración de los modelos de Broadbent y Calcot (1956) y está representado por la ecuación (3).

$$B_{ij} = 1.582 \left\{ \phi \cdot \left[ 1 - \exp \left( - \left( \frac{D_i}{D_j} \right)^m \right) \right] + (1 - \phi) \cdot \left[ 1 - \exp \left( - \left( \frac{D_i}{D_j} \right)^l \right) \right] \right\} \quad (3)$$

Donde:

$B_{ij}$ : fracción de masa de tamaño menor que  $i$  que se obtiene por la fragmentación de las partículas de tamaño  $j$ ,

$\Phi$ ; denota la fracción fina de masa,

$m$  y  $l$  son constantes.

Aquí  $\Phi$  no se considera constante, se determina según la ecuación (4), donde  $C_2$  Se considera constante para la simplificación del modelo y  $C_1$  caracteriza las interacciones entre las partículas.

$$\phi = 1 - \exp \left\{ - \left[ C_2 + C_1 \cdot \ln \left( \frac{Q_0}{Q} \right) \right] \cdot \sqrt{\frac{E}{E_0}} \right\} \quad (4)$$

Vogel y Peukert (2005) proponen nuevos modelos para la determinación de las funciones de fragmentación del mineral en trituradoras de impacto, aunque para su aplicación hay que conocer la energía mínima a la cual se fragmentan diferentes tamaños de partículas del mineral objeto de trabajo, lo que requiere de equipos no convencionales y resulta bastante laborioso; además, en estos modelos no se tiene en cuenta la influencia del flujo de alimentación a la trituradora en el

comportamiento de las funciones de fragmentación y por tanto en la distribución del tamaño del producto.

La utilización de los modelos de Nikolov para la modelación de las trituradoras de impacto permite un análisis más amplio del proceso y su aplicación resulta más sencilla; el problema radica, en primer lugar, en que estos modelos fueron validados para un equipamiento y un mineral con características específicas, y en segundo lugar, no se conoce una metodología para la determinación experimental del comportamiento de las funciones de fragmentación para la trituración por impacto.

Por lo anterior, el objetivo del presente trabajo es desarrollar un procedimiento experimental que permita implementar los modelos de Nikolov para un mineral y un equipamiento diferentes a los utilizados por este autor, en específico para el mineral zeolítico del yacimiento San Andrés en la provincia de Holguín.

## **MATERIALES Y METODOS**

Para evaluar el comportamiento de la trituración por impacto del mineral zeolítico se utilizó una instalación (Figura 1) a escala de laboratorio que consta de una pequeña tolva de alimentación con regulación del flujo de mineral a la salida de la misma, un transportador de cinta de goma que traslada el mineral desde la tolva a la trituradora y una trituradora de martillos.

La variación de la velocidad de rotación de la trituradora se logra mediante un bloque de poleas de tres escalones instalado en el electromotor, mientras que el flujo de alimentación se regula mediante la válvula de compuerta de la tolva de alimentación y se determina a partir de la velocidad de la cinta transportadora y del pesaje del mineral sobre la misma. El material de alimentación utilizado en los tres diseños experimentales realizados fue mineral de zeolita del yacimiento San Andrés, previamente triturado y tamizado.

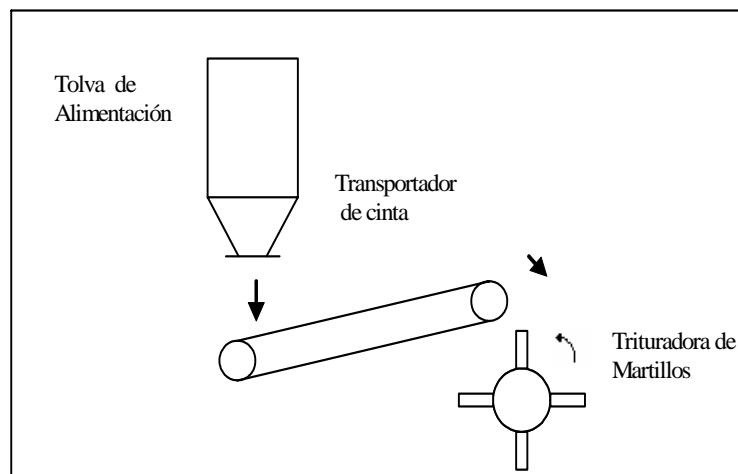


Figura 1. Representación esquemática de la instalación experimental utilizada.

### **Determinación del comportamiento de la función de distribución de la fragmentación**

En este experimento se determinó la influencia de la velocidad de impacto ( $V$ ) y de la cantidad de mineral alimentado al triturador ( $Q$ ) en el comportamiento de la función de distribución de la fragmentación del mineral, para este fin se utilizó la instalación de prueba descrita anteriormente, con un número de martillos igual a 4 (constante), variando la velocidad del rotor de la trituradora y la productividad en 3 niveles. El material de alimentación fue la clase de tamaño de 4 hasta 6 milímetros. La variable dependiente fue la distribución de la fragmentación, considerando ésta como la distribución de tamaño de las partículas obtenidas por fragmentación. Se hicieron tres réplicas en cada experimento y se utilizaron 5 tamices, de tamaño 4, 3, 2, 1 y 0,5 mm.

### **Determinación del comportamiento de la función de clasificación**

Para establecer el comportamiento de la función de clasificación se realizaron dos experimentos; uno para conocer la influencia del tamaño de las partículas y el otro para determinar la

influencia de las variables de operación (velocidad y productividad) en el comportamiento de esta función para una misma clase de tamaño del mineral (de 4 a 6 mm).

*Determinación de la influencia del tamaño de las partículas en el comportamiento de la función de clasificación*

Con la realización de este experimento se evaluó la influencia del tamaño de las partículas en la probabilidad de fragmentación del mismo, la velocidad utilizada fue de 3 100 rpm, número de martillos igual a 4 y una productividad de 0,6 t/h. Como mineral de alimentación se utilizaron 6 clases de tamaños (6-9: 4-6; 3-4; 2-3; 1-2 y 0,5-1 mm). Para determinar la fracción de mineral fragmentado se tamizó el producto obtenido durante cada experimento, utilizando un tamiz de una dimensión igual al tamaño menor del mineral de alimentación fragmentado. Se realizaron tres réplicas de cada experimento.

*Determinación de la influencia de las variables de operación (velocidad y productividad) en la función de clasificación.*

En este experimento se determinó el comportamiento de la razón de fractura (función de clasificación) de una clase de tamaño en función de la productividad y de la velocidad de impacto. Para ello se utilizó la misma instalación que en los experimentos anteriores, trabajando con tres niveles de cada variable independiente; el tamaño del mineral alimentado fue de 4 hasta 6 mm. Se realizaron nueve experimentos con tres réplicas cada uno.

El producto triturado en diferentes condiciones de operación fue pasado por un tamiz de 4 mm (tamaño mínimo del mineral alimentado), considerando el producto que pasa por el tamiz como material fragmentado y el retenido en el mismo como material no fragmentado.



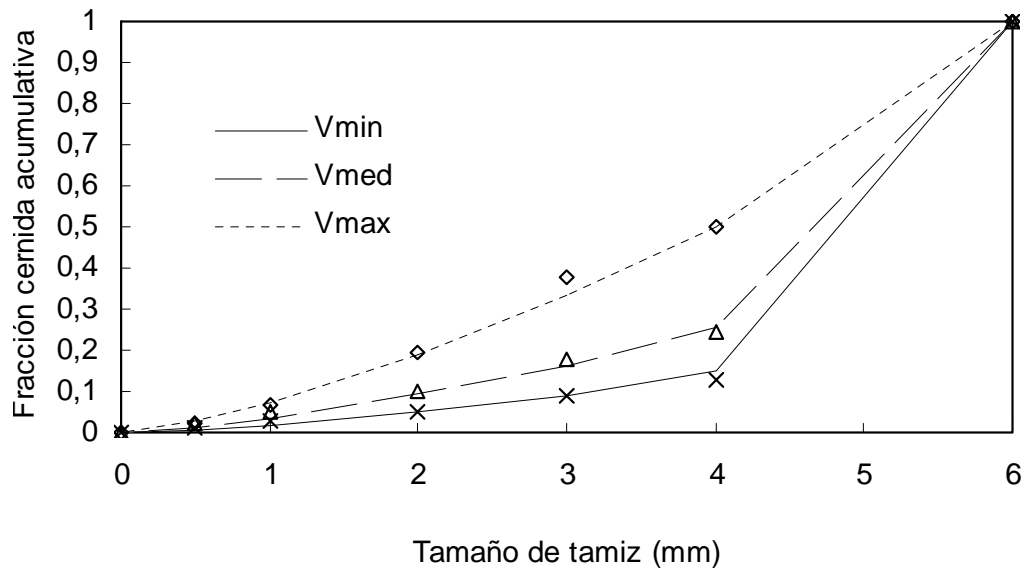
Para comprobar la bondad de ajuste de los resultados experimentales, a los modelos se realizaron pruebas de hipótesis con el apoyo del paquete estadístico Statgraphic.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

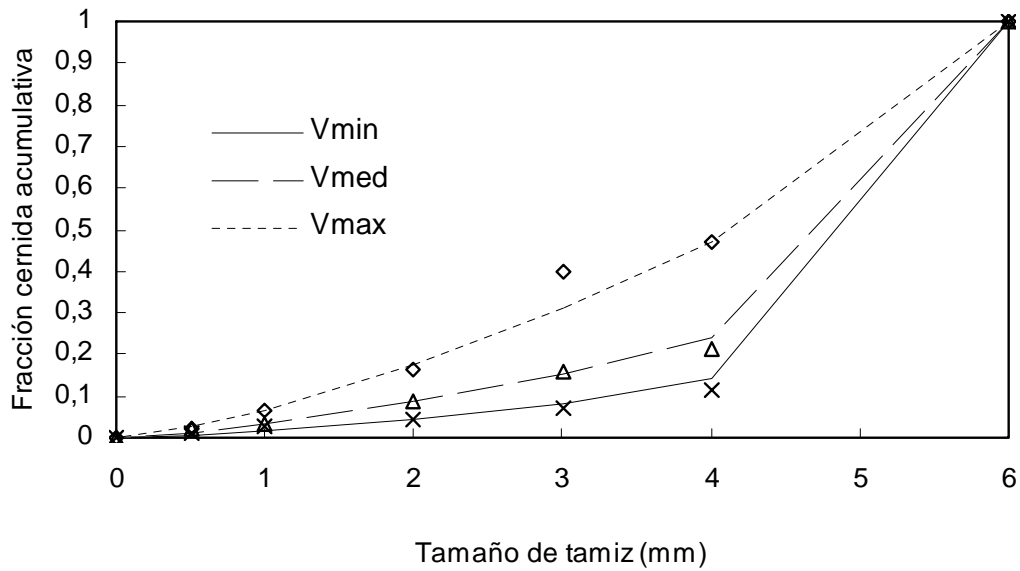
### Análisis del comportamiento de la función de distribución de la fragmentación

Los resultados de la caracterización granulométrica se representan gráficamente en la Figura 2 (A, B y C) para tres velocidades del rotor del equipo y tres valores de flujo de alimentación.  $V_{max} = 3100$  rpm,  $V_{media} = 2100$  rpm y  $V_{min} = 1500$  rpm.

#### A) $Q = 0,3$ t/h



**B) Q = 0,6 t/h**



**C) Q = 2.3 t/h**

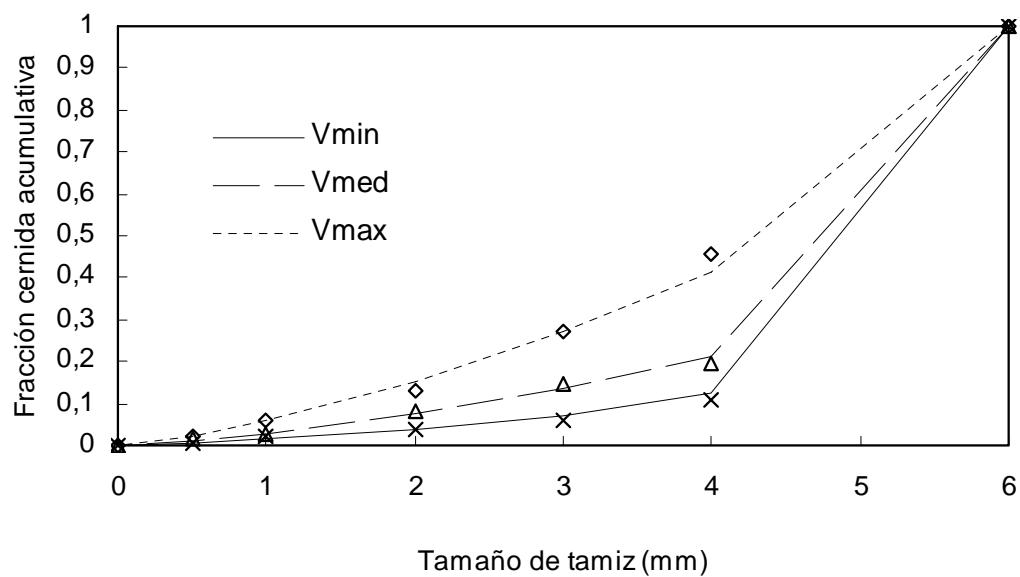


Figura 2. Comportamiento de la función de distribución de la fragmentación en función de la velocidad y de la productividad. Velocidad del rotor (Vmax = 1500 rpm ; Vmed = 2100 rpm y Vmin = 3100 rpm).

En la Figura 2 se observa la influencia de las variables de operación experimentadas en el comportamiento de la función de distribución de la fragmentación, siendo mayor la influencia de la velocidad que la del flujo de alimentación. Con el incremento de la velocidad, se incrementan las fracciones de partículas finas y viceversa, mientras que el flujo de alimentación de mineral o productividad presenta un efecto inverso, pero mucho menor. A partir de estos resultados se puede afirmar que la función de fragmentación no es independiente de las variables de operación experimentadas.

Los resultados experimentales presentan un buen ajuste a la ecuación (3), representada en los gráficos con líneas continuas, indican la factibilidad del uso de este modelo para describir la distribución de la fragmentación por impacto del mineral objeto de trabajo.

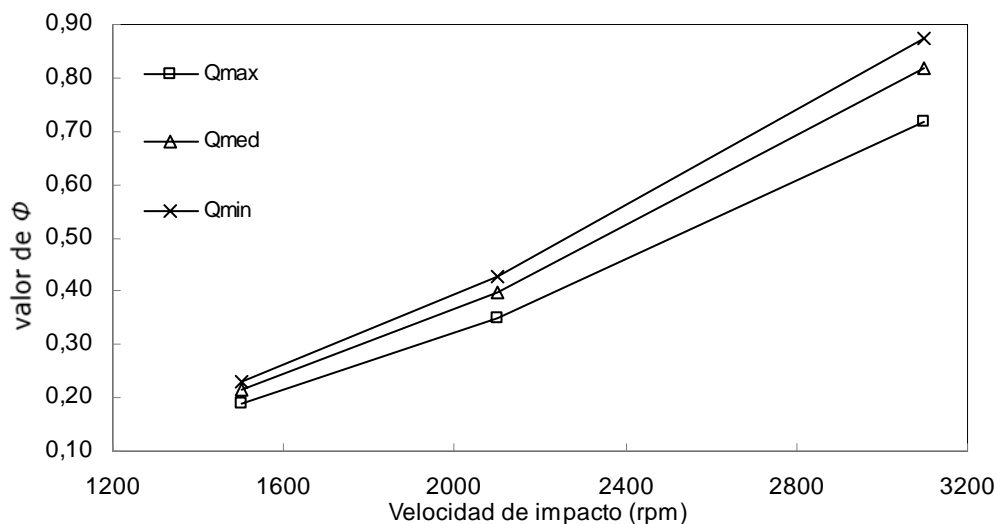


Figura 3. Comportamiento de la fracción fina ( $\Phi$ ) en función de la velocidad de impacto y del flujo de alimentación de mineral ( $Q_{\max} = 2,3$ ;  $Q_{\text{med}} = 0,6$  y  $Q_{\min} = 0,3$  t/h).

Nikolov (2002) cuantifica la variabilidad de la función de fragmentación, según el parámetro  $\Phi$  (ecuación 4), cuyo comportamiento se puede observar en la Figura 3. En la

misma se representa la aproximación de los valores de la fracción fina ( $\Phi$ ), en función de la velocidad de impacto y del flujo de alimentación, mostrando una clara evidencia de la correspondencia de los experimentos con el modelo de Nikolov (2002) representado mediante la ecuación (4). El análisis de correlación entre las variables independientes ( $V$  y  $Q$ ) y la variable dependiente ( $\Phi$ ) arroja una interrelación mucho más fuerte de  $V$  en el comportamiento de  $\Phi$  en comparación con la correlación entre  $Q$  y  $\Phi$ .

Con este análisis se confirma el hecho de que Nikolov (2002), al utilizar el modelo de Broadbent y Callcot (1956), ecuación 3, y considerando  $\Phi$  variable, según el modelo representado en la ecuación 4, obtenga una mejor aproximación al comportamiento de sus experimentos que con la utilización del modelo de White y Whiten (1979), donde se considera que  $\Phi$  es constante y que por tanto la función de distribución de la fragmentación solo es dependiente del mineral.

### Análisis del comportamiento de la función de clasificación

En el gráfico de la Figura 4 se observan los resultados del comportamiento de la razón de fragmentación en función del tamaño del mineral sometido a impacto.

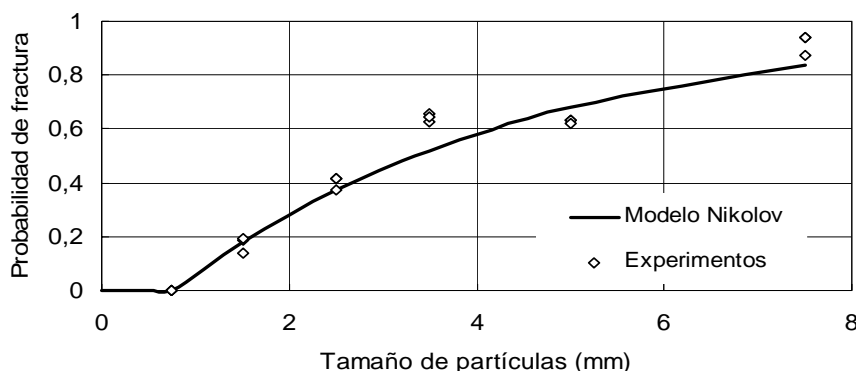
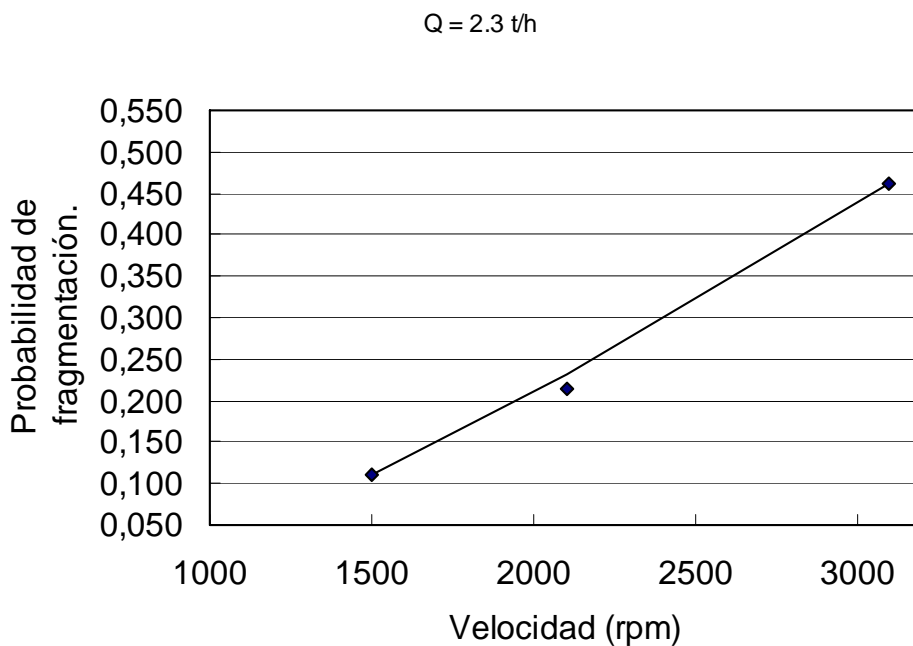


Figura 4. Influencia del tamaño de las partículas en el comportamiento de la función de clasificación.

En la Figura 4 se observa una adecuada correspondencia entre los valores experimentales y el modelo de Nikolov (2002 y 2004), representado en la ecuación (1), para determinar la influencia del tamaño del mineral para condiciones estables de operación.

Las influencias de las variables productividad y velocidad en el comportamiento de la función de clasificación se puede apreciar en las tres gráficas que conforman la Figura 5, aquí también se observa una mayor influencia de la velocidad en comparación con el efecto de la productividad. Los resultados experimentales representados mediante símbolos presentan un ajuste adecuado al modelo de Nikolov (2004), ecuación (2), en líneas continuas.



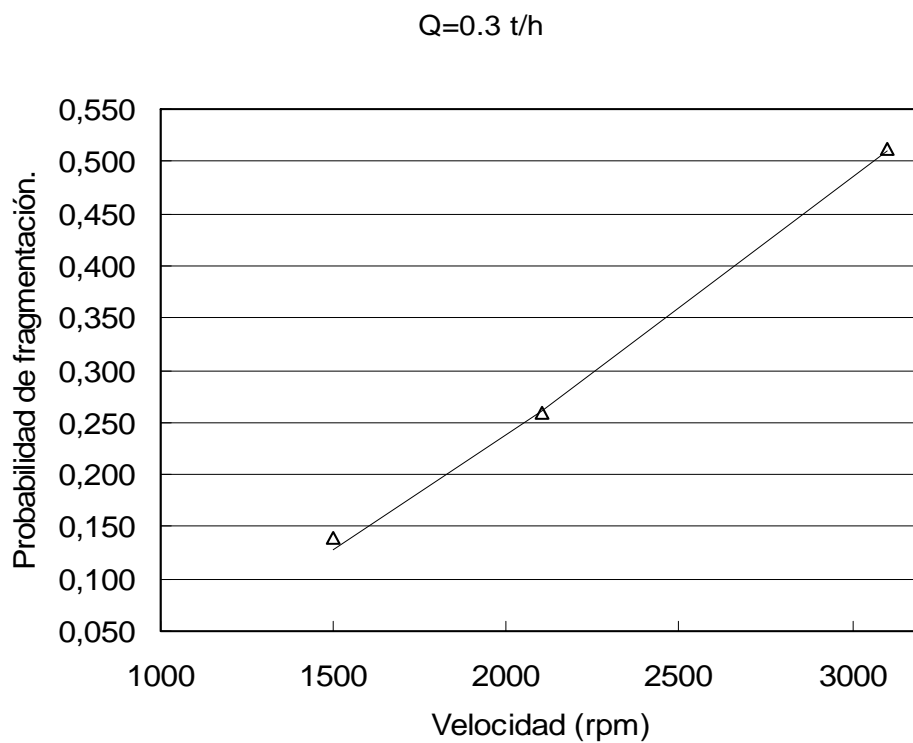
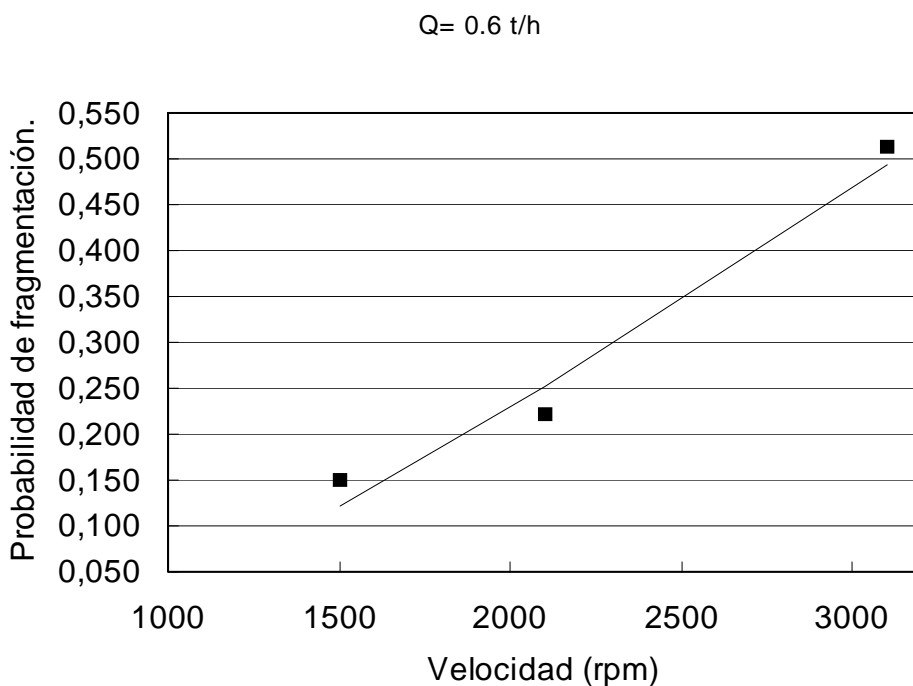


Figura 5. Comportamiento de la probabilidad de fragmentación (Función de clasificación) en función de la productividad y la velocidad de rotación.

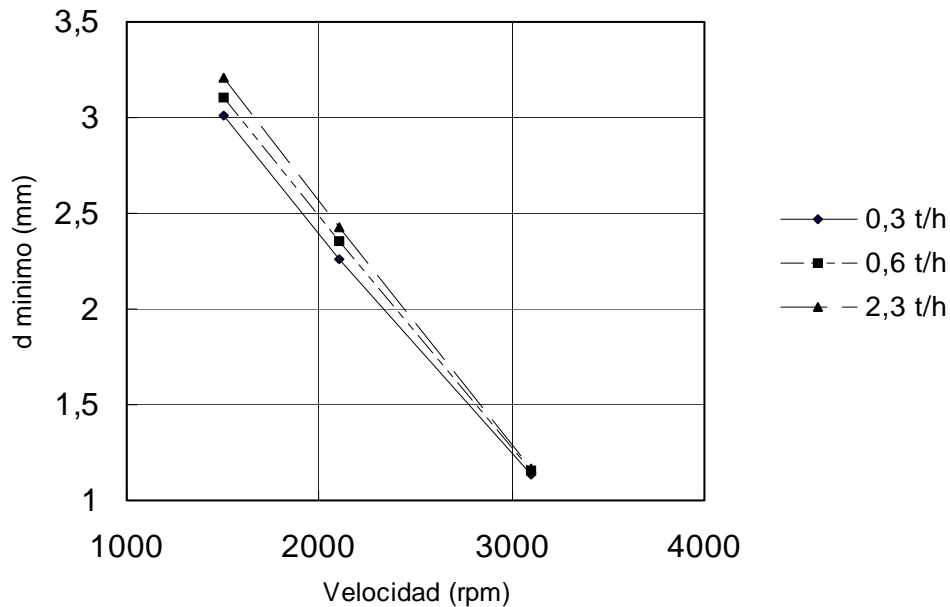


Figura 6. Dependencia de  $d$  de la velocidad ( $V$ ) y el flujo de alimentación ( $Q$ ).

En la 6 se representa el comportamiento del tamaño mínimo  $d$  el cual representa el tamaño de partícula donde la probabilidad de fragmentación será nula; este depende de la velocidad de impacto y del flujo de alimentación a la trituradora y su comportamiento se corresponde con la ecuación 2, según Nikolov (2004).

Una vez conocidos los modelos que describen, con mejor aproximación, el proceso objeto de estudio (ecuaciones 1, 2, 3 y 4) y conociendo los valores de sus parámetros, es posible realizar la simulación analítica del mismo.

## CONCLUSIONES

La metodología empleada permite evaluar de forma individual el comportamiento de las funciones de clasificación y de distribución de la fragmentación, durante la trituración por impacto del mineral.

La función de distribución de la fragmentación resulta dependiente de las variables de operación (velocidad y flujo de

alimentación), lo cual explica el mejor ajuste de los resultados experimentales de Nikolov en sus reportes de 2002, con respecto a los de 2004, donde no se considera la influencia de estas variables.

En el contexto de la experimentación realizada, el comportamiento de la función de clasificación en función del tamaño de las partículas se describe con mejor aproximación mediante el modelo propuesto por Nikolov (2002 y 2004), para este fin, en comparación con similar modelo propuesto por White y Whitten (1979).

Los resultados experimentales confirman la factibilidad de aplicación de los modelos de Nikolov para la simulación de la trituración por impacto del mineral del yacimiento de San Andrés.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Attou, A, Clepkens, O & Gustin, R.1999. Modelisation de la fragmentation de matiere solide dans un concasseur a chocs a axe horizontal. In: C.T.P. Report TP.909.99. pp. 19–28.
- Broadbent, S.R & Callcott, T.G. 1956. *A matrix analysis of process involving particle assemblies*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A 249, 99–123.
- Csoke , B., & Racz, J. 1998. Estimation of the breakage and selection functions for comminution in hammer mill. In: Proceedings of the 9th European Symposium on Comminution, Albi, France, 1. pp.393–401.
- Epstein, B. 1948. The mathematical description of certain breakage mechanism leading to the logarithmic - normal distribution. *Journal of Franklin Institute* 244 :471 - 477.
- Herbst J A & Potapov A V. 2004. Radical innovations in mineral processing simulation. *Mineral & metallurgical processing*, 21 (2) :57-64.
- Nikolov S. 2002. A performance model for impact crusher. *Minerals Engineering*, 15:715–721.



- Nikolov S. 2004. Modelling and simulation of particle breakage in impact crushers. *Int. J. Miner. Process.* 74S :S219-S225.
- Nikolov S & Lucion 2002. Modelling and simulation of particle breakage in impact crushers. In: Proceedings of the 10th European Symposium on comminution, Heidelberg, Germany, C3.2, pp. 1- 10.
- Vogel, L., & Peukert, W. 2005. From single particle impact behaviour to modelling of impact mills. *Chemical Engineering Science*, 60 :5164 - 5176
- Weedon, D. M. 2001. A perfect mixing matrix model for ball mills. *Mineral engineering* 14 (10):1225-1236.
- Withe M E & Whitten W. 1979. Modelling and simulation of high tonnage crushing plants. In: Proceedings of the 12th International Mineral Processing Congress, Sao Paulo, Brazil, 2. pp. 148-158.