

Modelación matemática del transporte neumático del mineral laterítico en fase densa

Enrique Torres Tamayo¹ / etorrest@ismm.edu.cu

Yoalvys Retirado Medianeja¹ / yretirado@ismm.edu.cu

RESUMEN

En las empresas cubanas del níquel, el transporte neumático está limitado por el excesivo gasto de energía que alcanza los 18,82 MJ/t. Las causas que originan esta dificultad son: la incorrecta selección de la velocidad del gas transportador, la existencia de los alimentadores sinfín y la infinita variedad de características físicas y aerodinámicas de los materiales a transportar, que conducen a la inexactitud de los proyectos de las instalaciones neumáticas. A partir de los conocimientos existentes para el transporte neumático de sólidos en las fases fluida y densa se deduce un modelo teórico descriptivo, cuyos parámetros (diferencia de velocidad entre el gas y el sólido y velocidad de flotación) se obtienen con datos de una instalación experimental. Para obtener los parámetros del modelo se utiliza el método de solución de ecuaciones diferenciales Runge–Kutta cuarto orden, como parte de un procedimiento iterativo que conduce a la minimización del módulo del error promedio entre los valores experimentales y los predichos por el modelo. Con el empleo del modelo se simula la dependencia de las pérdidas de presión, el flujo másico de sólido y la concentración de la mezcla en función del flujo másico de gas de los sistemas de transporte neumático del mineral laterítico. Se confirma la reducción de las pérdidas de presión con el incremento de la velocidad del fluido en zonas inferiores a los 6,12 m/s en el transporte horizontal y 5,21 m/s en el vertical. El transporte en fase densa continua se extiende hasta los 18 m/s, aproximadamente, en ambos casos.

PALABRAS CLAVES

Transporte neumático, modelación matemática, fluidos bifásicos.

Mathematical modelling of the lateritic mineral pneumatic conveying in dense phase

ABSTRACT

In the Cuban companies of the nickel, the pneumatic conveying has been limited by the excessive energy expense that reaches the 18, 82 MJ/T. The causes that originate this difficulty are: the incorrect selection of the speed of the gas transporter, the existence of the feeders numberless and the infinite variety of physical and aerodynamic characteristics of the materials to transport that lead to the inaccuracy of the projects of the pneumatic facilities. Starting from the existent knowledge for the pneumatic transport of solids in the flowed and dense phases a descriptive theoretical model is deduced whose parameters (difference of speed between the gas and the solid and flotation speed) are obtained with data of an experimental installation. To obtain the parameters of the pattern is used the method of solution differential equations Runge-Kutta fourth order, like part of a procedure iterative that it leads to the minimization of the average error module between the experimental values and the predicted for the pattern. With the employment of the pattern it is simulated the dependence of the losses of pressure, the solid flow and the concentration of the mixture in function of the gas flow of the lateritic mineral pneumatic transport systems. The reduction of the losses pressure with the increment of the speed fluid is confirmed in inferior areas to the 6,12 m/s in the horizontal transport and 5,21 m/s in the vertical one. The transport in continuous dense phase extends until the 18 m/s, approximately, in both cases.

KEY WORDS

Pneumatic conveying, mathematical modelling, two-phase fluids.

INTRODUCCIÓN

La modelación del transporte de flujos bifásicos gas-sólido y el cálculo de su pérdida de presión es una tarea compleja debido a las diferentes concentraciones en peso de la mezcla (relación entre la cantidad de material transportado y la cantidad de aire) que implica diferentes tipos de flujos, cada uno requiere su propio modelo con el objetivo de proporcionar un método de cálculo específico. A una velocidad relativamente alta los sólidos son transportados en una aparente suspensión uniforme, en la llamada fase pobre o diluta, esto se utiliza para distancias de un kilómetro o más; para distancias menores es recomendable el transporte en fase densa debido a su menor consumo energético. Todos los sistemas de transporte neumático de las empresas cubanas del níquel poseen distancias menores a los 400 metros.

La situación actual del transporte neumático en las plantas de preparación del mineral y hornos de reducción en la empresa Comandante Ernesto Che Guevara presenta las siguientes deficiencias:

La concentración a la que se produce el transporte neumático del mineral laterítico es baja (15,9 kg de material/m³ de aire).

La inexistencia de métodos para la proyección, selección y cálculo de los parámetros racionales de transporte neumático del mineral laterítico.

La modelación matemática es una herramienta indispensable en el diseño y operación de las plantas de procesos, ofreciendo un método numérico para la solución de grandes sistemas de ecuaciones derivados de la modelación de toda una planta o parte del proceso de producción. Los últimos avances en el campo de la simulación,

con programas como el MATLAB, ANSYS, entre otros, permiten obtener con gran exactitud estas soluciones a una gran velocidad, pudiendo seleccionar para ello varios métodos numéricos. De igual forma para componer las ecuaciones de un objeto en la industria metalúrgica, los cuales representan complejos sistemas dinámicos, es necesario desprestigiar una serie de factores secundarios y sí tener en cuenta los principales: de entrada, salida y perturbaciones que influyen en la dinámica del mismo; a la vez, la sencillez del modelo conformado debe contener las principales peculiaridades del proceso investigado (Guzmán, 2001).

Es importante destacar los trabajos desarrollados sobre la modelación y simulación de los sistemas de transporte neumático en Japón, donde a partir de 1970 se establece como una disciplina en el campo de la ciencia, la ingeniería y la tecnología (Tsuji, 2000). Varios investigadores de ese país se incorporan en esta área especializándose algunos en mediciones ópticas y otros en dinámica de los fluidos.

Es significativo subrayar el trabajo desarrollado por Hui y Tomita (2000) donde se efectúa un estudio experimental del comportamiento en fase fluida de la velocidad de la partícula y el perfil de concentración empleando técnica de imágenes fotográficas en tuberías horizontales. Otro trabajo importante es el de Huttli et al (2002) que hace un análisis de la trayectoria de las partículas por medio de la simulación directa; estos métodos también son utilizados en los trabajos de Yamamoto y Tanaka (1998); Tanaka y Yamamoto (1999); Miyoshi et al (1999a,b), entre otros. Un razonamiento diferente elabora Raheman y Jindal (1993) determinando la velocidad de deslizamiento que es la diferencia existente entre la velocidad del gas y la velocidad del material en el transporte de fluidos bifásicos gas - sólido.

La modelación de la mezcla bifásica en fases fluida y densa es de interés no solo para los sistemas de transporte neumático, sino también para otras aplicaciones tales como: los procesos de fluidización y procesos hidráulicos. Massoudi y Rajagopal (1999) presentan las ecuaciones que rigen el comportamiento de un flujo de mezcla de partículas en fase densa para flujos completamente desarrollados, el autor examina la influencia de las colisiones interpartículas, el coeficiente de fricción, la viscosidad y el desarrollo de flujo isotérmico de las mezclas bifásicas.

Mason et al (1998) desarrollan la simulación de los sistemas de transporte neumático con el fin de incrementar la flexibilidad de los métodos de diseño. Esta tarea es dividida en dos partes: la predicción del punto de operación del sistema y la influencia de las componentes individuales de la tubería en el flujo.

Los sistemas de transporte neumático para su investigación se pueden dividir en tres partes:

Sistemas de alimentación

Sistemas de transporte

Sistemas de recepción y separación de polvo.

Un modelo para el análisis de las pérdidas de presión en la línea de transporte es el desarrollado por Pan y Wypych (1997), donde estudian el comportamiento del transporte en fase densa de materiales de forma irregular partiendo de la modelación teórica en tuberías horizontales y verticales, validando estos modelos con resultados experimentales en instalaciones previamente construidas. Una investigación similar para el transporte en fase fluida es la desarrollada por Lampinen (1991). En la misma temática Hettiaratchi y Woodhead (1998) hacen una comparación entre las pérdidas de presión en tuberías horizontales y verticales donde

establece la correlación entre ambas, minimizando la cantidad de experimentos a efectuar en el examen de los diferentes sistemas. En todos los artículos citados los autores no muestran el comportamiento del transporte de los materiales en las dos fases a la vez y no efectúan una exposición del comportamiento del consumo energético que delimite la zona de operación de un sistema en particular.

La modelación matemática del comportamiento de las mezclas bifásicas a través de codos ha sido ampliamente abordada en la literatura. En Cuba uno de los trabajos de relevancia es el de Lesme (1996), quien en su tesis doctoral expone una investigación teórico-experimental de las pérdidas en codos para el transporte neumático del bagazo, completándose así el conocimiento para la confección de la metodología de cálculo del transporte neumático de bagazo. Parte del movimiento de las partículas de bagazo a lo largo de la zona curva del codo y la zona de dispersión. Obtiene los valores teóricos de las pérdidas de presión de la corriente bifásica en ambas zonas, la variación de sus principales parámetros hidrodinámicos, la longitud de la zona de dispersión, los coeficientes teóricos de pérdidas y luego su validación en una instalación experimental. Se destaca además en este campo el trabajo de Bradley (1990) donde implementa ensayos para diferentes relaciones de radio de curvatura y geometría del codo. Estas investigaciones se limitan a determinados elementos de los sistemas de transporte neumático, teniendo un alcance específico para los materiales estudiados sin tener en cuenta la fase densa donde se alcanzan los menores consumos de energía.

No existe suficiente información sobre el transporte neumático del mineral laterítico en los materiales consultados. En el manual de operaciones del taller de preparación del mineral de la empresa

Comandante Ernesto Che Guevara se encuentran algunos datos de los sistemas actuales, fundamentalmente de los sistemas de alimentación utilizando alimentadores de tornillo sinfín FULLER KINYON de fabricación Alemana y compresores centralizados que presentan disímiles problemas.

La consulta de las investigaciones hechas hasta el momento no da respuesta a la problemática escogida. En su mayoría abordan elementos aislados de los sistemas de transporte neumático, sin completar el conjunto de conocimientos necesarios para proyectar, seleccionar y evaluar los sistemas de transporte neumático del mineral laterítico cubano. Esto impone la necesidad de ejecutar una investigación que contribuya a la mayor eficiencia de los sistemas actuales de transporte neumático en las industrias del níquel con tecnología carbonato amoniacal.

Las últimas publicaciones científicas que abordan la solución del problema del movimiento de sistemas bifásicos gas - sólido (Mason et al, 1998; Sommerfeld, 2002) utilizan simultáneamente las ecuaciones de balance de masa, de momentos y de energía.

En Cuba los principales resultados se han obtenido en el transporte neumático de bagazo. Pacheco (1984); Lesme (1996), establecen la teoría para el transporte neumático de este material por tuberías horizontales, verticales y las pérdidas en codos, completándose así con este último el sistema de conocimientos teóricos y empíricos para la confección de una metodología de cálculo que permite la proyección y selección de estas instalaciones.

El objetivo es obtener un modelo matemático del transporte neumático del mineral laterítico para la selección de los parámetros racionales en determinadas condiciones de trabajo.

MATERIALES Y MÉTODOS

Modelo teórico en fase densa

El desarrollo del modelo teórico para el transporte neumático del mineral laterítico en fases fluida y densa en tuberías horizontales y verticales se elabora a partir del uso simultáneo de las ecuaciones de balance de masa, de momentum y de energía. Para ello se considera un tubo inclinado hacia arriba con un ángulo δ desde la horizontal como se muestra en la figura 1.

El elemento de mezcla mostrado en la Figura 1 contiene el flujo de aire y partículas de mineral laterítico. Las densidades parciales de esos dos elementos son ρ_g y ρ_s , respectivamente y la porosidad es ε . Si la presión del aire es P , entonces la fuerza por unidad de área de la mezcla total que afecta el flujo de aire es $(\varepsilon \cdot P)$ y la fuerza por unidad de área que afecta el flujo de mineral es $(1 - \varepsilon) \cdot P$.

La ecuación de balance de momentum para las partículas de mineral laterítico en la dirección del eje "x".

$$\rho_s \frac{dV_s}{dt} = -\frac{d}{dx} [(1 - \varepsilon) \cdot P] - \rho_s \cdot g \cdot \text{sen} \delta - F_{sp} + F_{gs} \quad (1)$$

Donde:

ρ_s -densidad del mineral laterítico; kg/m³

F_{sp} contiene la fuerza de interacción entre las diferentes partículas y la fuerza de fricción unidad ζ causada por la interacción de las partículas de mineral laterítico con las paredes de la tubería. La fuerza de resistencia F_{gs} es de interacción entre el aire y el mineral laterítico, el opuesto de la fuerza $-F_{gs}$ es la que afecta el flujo de aire.

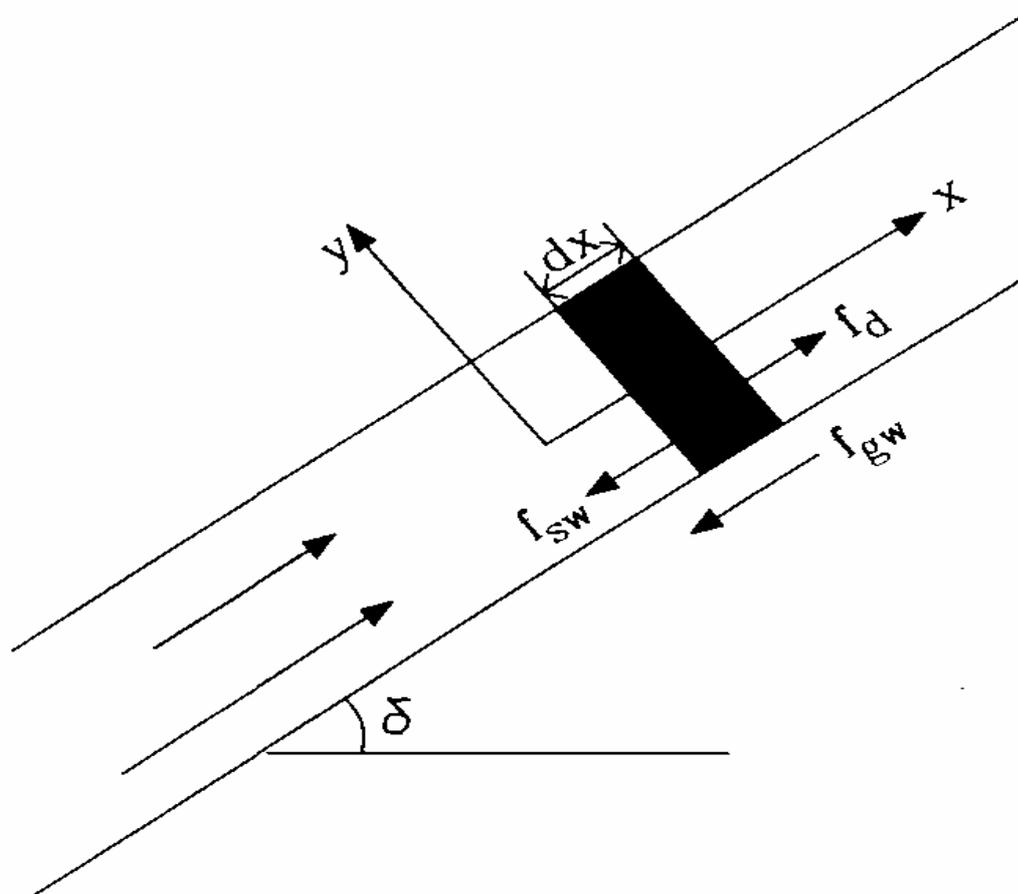


Figura 1. Fuerzas de fricción que afectan el movimiento de la mezcla gas-sólido durante el transporte neumático

La ecuación de balance de momentum para el flujo de aire en la dirección del eje "x" es:

$$\rho_g \frac{dV_g}{dt} = -\frac{d}{dx}(\varepsilon \cdot P) - \rho_g \cdot g \cdot \text{sen} \delta - F_{gp} - F_{gs} \quad (2)$$

Donde F_{gp} es la fuerza de fricción causada por las paredes y F_{gs} es la misma fuerza de resistencia de la ecuación (1).

Las partículas de mineral vibran a lo largo del eje "y"; perpendicular al eje "x", cambia el perfil de la velocidad interna del aire, por lo que

la fuerza de fricción no es la misma que en un tubo vacío. Se puede dividir la fuerza de fricción F_{gp} en dos partes:

$$F_{gp} = \frac{\lambda_G}{D} \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot V_g^2 + F_v \quad (3)$$

Donde:

F_v - Fuerza específica debido a la vibración del mineral laterítico;
N/m³

λ_G - Coeficiente de fricción del gas

La primera parte de la ecuación 3 es la fricción del aire con las paredes sin la presencia de las partículas sólidas. La fuerza específica F_v incrementa a partir del hecho que nunca la velocidad ni la distribución de presión son uniformes a lo largo del eje "y" y este crea un modelo complicado de flujo de fluido, que implica una fuerza de fricción adicional en la dirección del eje "x".

Debido a la velocidad no uniforme y la distribución de presión a lo largo del eje "y" las partículas permanecen separadas y flotando en la corriente de gas. En un transporte vertical la fuerza F_v es obviamente cero, por lo que las partículas no tienden a caer y colectarse en el fondo del tubo. La fuerza F_v no puede ser incluida en la fuerza de resistencia F_{gs} , debido a que esta contribuye a que las partículas se desplacen hacia arriba en la dirección del eje X, mientras que F_v no afecta las partículas pero si al propio gas.

Para modelar la fuerza F_v de modo que esta implique el efecto de flotación y la caída de las partículas hacia el fondo del tubo se aplica el método de potencia vibracional, una adecuada revisión de este tópico ha sido representado por Mason et al (1998).

La potencia por unidad de volumen (W/m³) que se necesita para mantener las partículas flotando en la dirección del eje Y es:

$$P = \rho_s \cdot g \cdot \cos \delta \cdot V_f \cdot \cos \delta \quad (4)$$

La relación entre la potencia vibracional y la fuerza F_v se expresa por:

$$P = F_v \cdot V_g$$

(5)

Donde:

P – Potencia vibracional específica; W/m³

A partir de las ecuaciones (4) y (5) se obtiene:

$$F_v = \rho_s \cdot g \cdot \frac{V_f}{V_g} \cdot \cos^2 \delta \quad (6)$$

La suma de las ecuaciones (1) y (2) proporciona:

$$\rho_g \frac{dV_g}{dt} + \rho_s \frac{dV_s}{dt} = -\frac{dp}{dx} - \frac{\lambda_G}{D} \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot V_g^2 - \rho_g \cdot g \cdot \sin \delta - \rho_s \cdot g \cdot \sin \delta - F_v - F_{sp} \quad (7)$$

Para la fuerza F_v se tiene la ecuación (6), pero se desconoce F_{sp} .

El coeficiente de fricción total en la superficie de la tubería está compuesto por una fricción mecánica por el contacto entre las capas de partículas y la pared de la tubería, y una fricción viscosa ejercida por el contacto del fluido con las paredes del tubo (Matousek, 2002).

Diversas investigaciones han demostrado que la rugosidad de la pared tiene un efecto considerable en el proceso de colisiones de las partículas con la pared (Sommerfeld, 2002), en procesos industriales donde se emplean tuberías de acero en el transporte neumático, estas tienen rugosidad que se encuentra entre 20 y 50

μm . La distribución del ángulo rugoso puede ser representada por una función de distribución normal, la desviación estándar de esta distribución es influenciada por la estructura de la superficie rugosa y por el diámetro de las partículas.

En la modelación de la fuerza de fricción sólido – pared se tiene en cuenta el movimiento de la mezcla bifásica no como un flujo homogéneo (esta vía de modelación es adecuada para el movimiento de las partículas separadamente) sino como una nueva clase de estructura.

$$F_{sp} = \frac{\lambda_z^*}{D} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_s \cdot V_s^2 \quad (8)$$

El coeficiente de fricción λ_z^* puede ser clasificado de dos formas: coeficiente de fricción estática y dinámica. Este último provocado por el contacto de las partículas sólidas con las paredes al deslizarse por la tubería. Se debe encontrar experimentalmente para cada tipo de material y superficie rugosa, para ello se determina el ángulo y velocidad de deslizamiento sobre la superficie.

Según los experimentos efectuados con mineral laterítico y superficies similares a las utilizadas en las instalaciones industriales de las empresas del níquel, en el centro de investigaciones de materiales de la firma inglesa Clyde Materials Handling (2002) en una instalación experimental, el valor promedio de este coeficiente es $\lambda_z^* = 0,325$, por lo que la ecuación (8) para el mineral laterítico obtiene la forma siguiente:

$$F_{sp} = \frac{0,1625}{D} \cdot \rho_s \cdot V_s^2 \quad (9)$$

Sustituyendo las ecuaciones (8) y (9) en el balance de fuerzas general de la ecuación (7) se obtiene como resultado:

$$\begin{aligned} \rho_g \frac{dV_g}{dt} + \rho_s \frac{dV_s}{dt} = & -\frac{dp}{dx} - \frac{\lambda_G}{D} \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot V_g^2 - \rho_g \cdot g \cdot \text{sen} \delta - \rho_s \cdot g \cdot \text{sen} \delta - \\ & - \rho_s \cdot g \cdot \frac{V_f}{V_g} \cdot \cos^2 \delta - \frac{0,1625}{D} \cdot \rho_s \cdot V_s^2 \end{aligned} \quad (10)$$

Si se desarrolla el lado izquierdo de la ecuación (10), las derivadas totales también llamadas derivadas materiales, son:

$$\frac{dV_g}{dt} = \frac{\partial V_g}{\partial t} + V_g \frac{\partial V_g}{\partial x} \quad (11)$$

$$\frac{dV_s}{dt} = \frac{\partial V_s}{\partial t} + V_s \frac{\partial V_s}{\partial x} \quad (12)$$

En un flujo estacionario la derivada parcial con respecto al tiempo desaparece, es decir.

$V_g = V_g(X)$ y $V_s = V_s(X)$, entonces:

$$\frac{dV_g}{dt} = V_g \frac{dV_g}{dx} \quad (13)$$

$$\frac{dV_s}{dt} = V_s \frac{dV_s}{dx} \quad (14)$$

Por otro lado, en estado estacionario el balance de masa para el gas en un tubo con un área de la sección transversal constante es simplemente:

$$\rho_g \cdot V_g = \text{const} = m_g \quad (15)$$

Donde:

m_g'' - Flujo másico de gas por unidad de área; $\frac{kg}{s \cdot m^2}$

Y el balance de masa para el flujo material es:

$$\rho_s \cdot V_s = const = \mu \cdot \rho_g \cdot V_g = \mu \cdot m_g'' \quad (16)$$

Sustituyendo las ecuaciones (11 – 16) en (10) se obtiene:

$$\begin{aligned} -\frac{dp}{dx} = & \rho_g \cdot V_g \left[\frac{dV_g}{dx} + \mu \frac{dV_s}{dx} \right] + \frac{\lambda_G}{D} \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot V_g^2 + \rho_g \cdot g \cdot \text{sen} \delta \left[1 + \mu \frac{V_g}{V_s} \right] + \\ & + \mu \cdot \rho_g \cdot \frac{V_g}{V_s} \left[g \cdot \frac{V_f}{V_g} \cdot \cos^2 \delta + \frac{0,1625}{D} \cdot V_s^2 \right] \end{aligned} \quad (17)$$

La relación que existe entre la densidad parcial y real del gas es que la última está afectada por la porosidad de la mezcla, por lo que se

puede plantear que $\rho_g = \varepsilon \cdot \rho_G$.

El balance de masa para el flujo de gas es $\rho_G \cdot V_g = cte$. De esta afirmación se obtiene la siguiente ecuación:

$$\rho_G \cdot \frac{dV_g}{dx} = -V_g \cdot \frac{d\rho_G}{dx} = -V_g \cdot \frac{d}{dx} \left(\frac{P \cdot M}{R \cdot T} \right) = -\frac{\rho_G}{P} \cdot V_g \cdot \frac{dP}{dx} \quad (18)$$

Donde:

P – Presión del gas; Pa

M – Masa molar del gas; Moles

T – Temperatura del gas; K

h – Entalpía del gas; kJ/kg

En la ecuación (18) se ha empleado la ley de los gases ideales y

temperatura constante de modo que $\frac{dP}{dx} < 0$ y $\frac{dV_g}{dx} > 0$ en la longitud de la tubería.

El primer término del lado derecho de la ecuación (17) se obtiene mediante las fuerzas inerciales debido a que con las pérdidas de presión la densidad del gas disminuye en la dirección del flujo y la velocidad V_g se incrementa. Este es tratado como adiabático, el que a partir de un balance de energía se obtiene:

$$h + \frac{1}{2} \cdot V_g^2 = Const \quad (19)$$

Por otro lado el proceso de transporte neumático se puede considerar isotérmico $h = h(T)$, (la entalpía no depende de la presión), y ya que las velocidades son por lo general inferiores a los 30 m/s, se deduce de la ecuación (16) que.

$$T \cong Const$$

La velocidad del material, V_s , también se incrementa como una función de "x", por lo que se puede plantear:

$$\frac{V_g - V_s}{V_{gA} - V_{sA}} = \sqrt{\frac{\rho_{GA}}{\rho_G}} = \sqrt{\frac{P_A}{P}} \quad (20)$$

Donde:

V_{gA} - Velocidad del gas en el estado de referencia; m/s

V_{sA} - Velocidad del sólido en el estado de referencia; m/s

ρ_{GA} - Densidad real del gas en el estado de referencia; kg/m³

P_A - Presión del gas en el estado de referencia; Pa

Para el cálculo de la velocidad de flotación en cualquier punto de la tubería se aplica la siguiente expresión:

$$V_f = f(\rho_G) = V_{fA} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{GA}}{\rho_G}} = V_{fA} \cdot \sqrt{\frac{P_A}{P}} \quad (21)$$

El estado de referencia es considerado a presión atmosférica. Si se combinan las ecuaciones (18) y (20) se obtiene:

$$\frac{d}{dx}(V_g - V_s) = (V_{gA} - V_{sA}) \cdot \sqrt{P_A} \cdot (-1/2) \cdot P^{-\frac{3}{2}} \frac{dP}{dx}$$

De esta se obtiene:

$$\frac{dV_s}{dx} = (-1/2) \cdot \frac{(V_g + V_s)}{P} \frac{dP}{dx} \quad (22)$$

En la ecuación (17) se trabaja con la densidad parcial del gas (ρ_g) y del sólido (ρ_s) respectivamente, para un mejor desarrollo de la ecuación es necesario introducir el concepto de porosidad o fracción de vacío de la mezcla bifásica que se define por la siguiente expresión:

$$\varepsilon = \frac{\rho_g}{\rho_G} \quad (23)$$

De forma similar para el sólido se puede plantear la siguiente expresión:

$$(1 - \varepsilon) = \frac{\rho_s}{\rho_s} \quad (24)$$

La ecuación de continuidad para las partículas y el aire respectivamente son:

Para las partículas:

$$M_s = A \cdot V_s \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \rho_s \quad (25)$$

Para el aire:

$$M_g = A \cdot V_g \cdot \varepsilon \cdot \rho_G \quad (26)$$

Donde:

A – Área de la sección transversal del conducto; m².

La concentración de sólido transportado se obtiene al dividir las ecuaciones (25) y (26). Esta expresión puede ser empleada para determinar la porosidad de la mezcla bifásica.

$$\mu = \frac{M_s}{M_g} = \frac{V_s \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \rho_s}{V_g \cdot \varepsilon \cdot \rho_G} \quad (27)$$

Sustituyendo las ecuaciones (18 – 27) en la ecuación (17) se obtiene:

$$\left[-1 + \frac{\varepsilon \cdot \rho_G \cdot V_g^2}{P} + \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot \rho_G \cdot \mu \cdot \frac{V_g \cdot (V_g + V_s)}{P} \right] \frac{dP}{dx} = \frac{\lambda_G}{D} \cdot \frac{\varepsilon \cdot \rho_G}{2} \cdot V_g^2 + \varepsilon \cdot \rho_G \cdot g \cdot \text{sen} \delta \cdot \left(1 + \mu \cdot \frac{V_g}{V_s} \right) + \mu \cdot \varepsilon \cdot \rho_G \cdot \frac{V_g}{V_s} \cdot \left(g \cdot \frac{V_f}{V_g} \cdot \cos^2 \delta + \frac{0,1625}{D} \cdot V_s^2 \right) \quad (28)$$

En tuberías horizontales el $\text{sen} \delta = 0$ y $\cos \delta = 1$, la ecuación 28 se reduce a la siguiente expresión:

$$\left[-1 + \frac{\varepsilon \cdot \rho_G \cdot V_g^2}{P} + \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot \rho_G \cdot \mu \cdot \frac{V_g \cdot (V_g + V_s)}{P} \right] \frac{dP}{dx} = \frac{\lambda_G}{D} \cdot \frac{\varepsilon \cdot \rho_G}{2} \cdot V_g^2 + \mu \cdot \varepsilon \cdot \rho_G \cdot \frac{V_g}{V_s} \cdot \left(g \cdot \frac{V_f}{V_g} + \frac{0,1625}{D} \cdot V_s^2 \right) \quad (29)$$

En tuberías verticales $\text{sen} \delta = 1$ y $\cos \delta = 0$ y se obtiene la siguiente expresión:

$$\left[-1 + \frac{\varepsilon \cdot \rho_G \cdot V_g^2}{P} + \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot \rho_G \cdot \mu \cdot \frac{V_g \cdot (V_g + V_s)}{P} \right] \frac{dP}{dx} = \frac{\lambda_G \cdot \varepsilon \cdot \rho_G \cdot V_g^2}{2 \cdot D} + \varepsilon \cdot \rho_G \cdot g \cdot \left(1 + \mu \cdot \frac{V_g}{V_s} \right) + \mu \cdot \varepsilon \cdot \rho_G \cdot \frac{V_g}{V_s} \cdot \frac{0,1625}{D} \cdot V_s^2 \quad (30)$$

La expresión (28) constituye la ecuación final del modelo teórico para el cálculo de las pérdidas de presión en el transporte neumático del mineral laterítico en tuberías en fase densa. En ella se necesita identificar dos parámetros: la velocidad del sólido y la velocidad de flotación de las partículas. Uno y otro constituyen una función de la longitud de la tubería según se observa en las ecuaciones (20) y (21). La simplificación de esta expresión en tramos horizontales y verticales se plantea en las ecuaciones (29) y (30).

El modelo obtenido para el transporte en fase densa se utiliza con bastante exactitud en la fase fluida; las diferencias fundamentales se encuentran en la forma de interacción sólido – sólido, sólido – pared y en la consideración en fase fluida de la porosidad cercana a la unidad (Neidigh, 2002; Rodes, 2001; Massoudi, 1999).

Procedimiento para la solución del modelo matemático

El modelo teórico del transporte neumático de mineral laterítico está expresado por cuatro ecuaciones diferenciales de primer orden (29 y 30) y varias ecuaciones de enlace. Para la solución de las mismas es necesario ajustar los parámetros característicos de cada material investigado a partir de los resultados experimentales, estos son:

Velocidad de flotación

Velocidad del mineral laterítico

Al establecer la velocidad del mineral laterítico con el empleo del modelo se utiliza el término velocidad relativa que se define como la diferencia entre la velocidad del gas y la velocidad del material

$(V_g - V_s)$, esta se obtiene mediante el ajuste del modelo a los resultados experimentales.

El método empleado para resolver las ecuaciones diferenciales del modelo teórico y determinar la velocidad relativa entre el gas y el material es Runge – Kutta cuarto orden. Las ecuaciones del modelo

se expresan en la forma $-\frac{dp}{dx} = f(V_{gX}; V_{sX}; V_{fX}; \rho_{GX})$ y la derivada es calculada en cada punto con el uso de los valores previos conocidos de $V_g; V_s; V_f; P$.

Con la caída de presión existe un incremento de la velocidad del gas y la variación de otros parámetros tales como: densidad, velocidad de flotación y velocidad del material. Para considerar la variación de los parámetros a identificar en el modelo con la presión se emplean las siguientes ecuaciones:

$$V_{fX} = V_{fA} \cdot \sqrt{\frac{P_A}{P_X}} \quad (31)$$

$$V_{gX} - V_{sX} = (V_{gA} - V_{sA}) \cdot \sqrt{\frac{P_A}{P_X}} \quad (32)$$

Donde el subíndice (A) representa el estado de referencia a presión atmosférica y (x) se refiere al valor de los parámetros en cualquier punto del sistema.

Algoritmo de identificación del modelo

La tarea de identificación del modelo matemático consiste en la determinación de los parámetros característicos del mineral laterítico

[velocidad de flotación (V_F) y velocidad relativa entre el gas y el sólido ($V_g - V_s$)] para los que se garantiza la adecuación del modelo que describe el proceso. De ahí que sea necesario comparar los valores de las características Y_o del proceso tecnológico real $\left[\left(\frac{dp}{dx} \right)_{\text{exp}} \right]$ con las magnitudes Y_M a la salida del objeto $\left[\left(\frac{dp}{dx} \right)_{\text{teórico}} \right]$ por las ecuaciones (29 y 30). Es mejor aquel juego de parámetros para el que se minimiza la medida de las cercanías de las magnitudes Y_o y Y_M .

$$[Y_o - Y_M] \rightarrow \min \quad (33)$$

En la identificación del modelo es necesario variar los parámetros en dependencia de la medida de diferencia de los componentes de las características Y_o y Y_M , para ello se utiliza el procedimiento iterativo a partir del estado de referencia y el método de Runge – Kutta cuarto orden que toma en cuenta el comportamiento de la derivada en cuatro puntos de cada intervalo. Este método como parte del proceso iterativo se utiliza para resolver el modelo teórico y encontrar los valores de los parámetros característicos en el mineral laterítico (velocidad de flotación y velocidad relativa entre el gas y el sólido).

El algoritmo de identificación de acuerdo con los planteamientos anteriores se muestra en la figura 2.

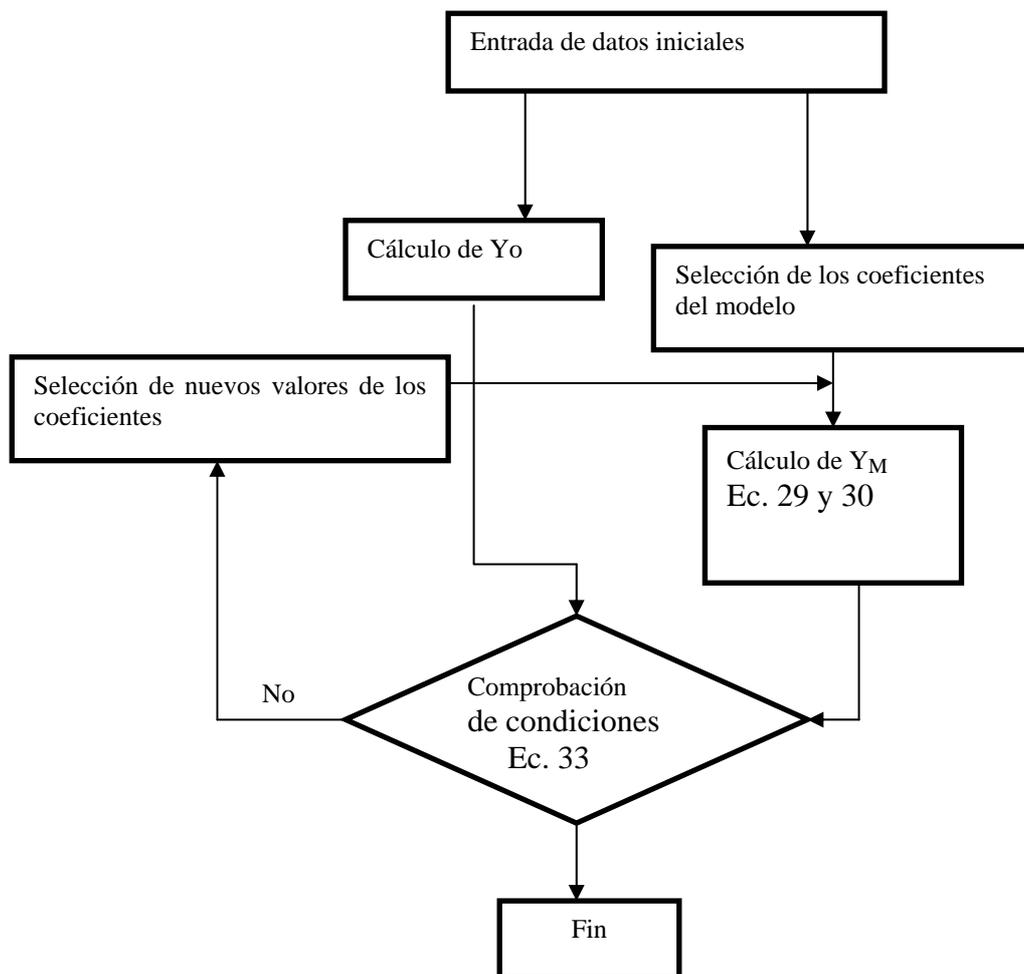


Figura 2. Algoritmo de identificación

La confirmación de la validez de los valores experimentales con el modelo teórico se desarrolla a través del error relativo, o sea, la diferencia entre el módulo del valor experimental “ X_{exp} ” de la caída de presión y el valor teórico “ X_{teo} ” obtenido por el modelo para las mismas condiciones del experimento.

El error relativo puntual se calcula por la siguiente expresión:

$$E_p = \left| \frac{X_{exp} - X_{teo}}{X_{exp}} \right| \cdot 100 \quad (34)$$

El error relativo promedio se expresa por:

$$E = \sum_{i=1}^n \left| \frac{X_{\text{exp}} - X_{\text{teo}}}{X_{\text{exp}}} \right| \cdot \frac{100}{n} \quad (35)$$

RESULTADOS

En la tabla 1 se exponen los valores de velocidad de flotación y velocidad relativa para cada uno de los diámetros de partículas con el fin de minimizar los errores relativos.

Tabla 1. Valores de velocidad relativa y velocidad de flotación para los diferentes diámetros de partículas

dx (mm)	Tubería horizontal			Tubería vertical		
	$V_{gA} - V_{SA}$ (m/s)	V_{fA} (m/s)	E (%)	$V_{gA} - V_{SA}$ (m/s)	V_{fA} (m/s)	E (%)
0,250	4,27	5,21	7,84	2,32	5,21	7,10
0,1875	3,6	4,74	8,02	1,97	4,74	8,53
0,1075	3,39	3,83	9,31	1,51	3,83	10,07
Mezcla	5,18	5,21	9,54	2,74	5,21	7,04

El error relativo promedio, en todos los casos, se encuentra por debajo del 10,1% y de acuerdo con los errores relativos puntuales el 87% de ellos estuvo por debajo del 10%. Esto confirma la validez de los resultados obtenidos a partir de la modelación teórica de los sistemas de transporte neumático.

Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas para tuberías horizontales y verticales

Con el empleo de los parámetros del modelo, característicos para el mineral laterítico (tabla 1), se estudia el comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas para los diferentes diámetros de las partículas manipulados en los experimentos.

En la figura 3 se exponen los valores de dependencia de las pérdidas de presión para diferentes flujos másico de sólido. En todos los casos se usa un diámetro de tubería de 100mm, el modelo teórico y los valores de velocidad relativa y de flotación de la tabla 1.

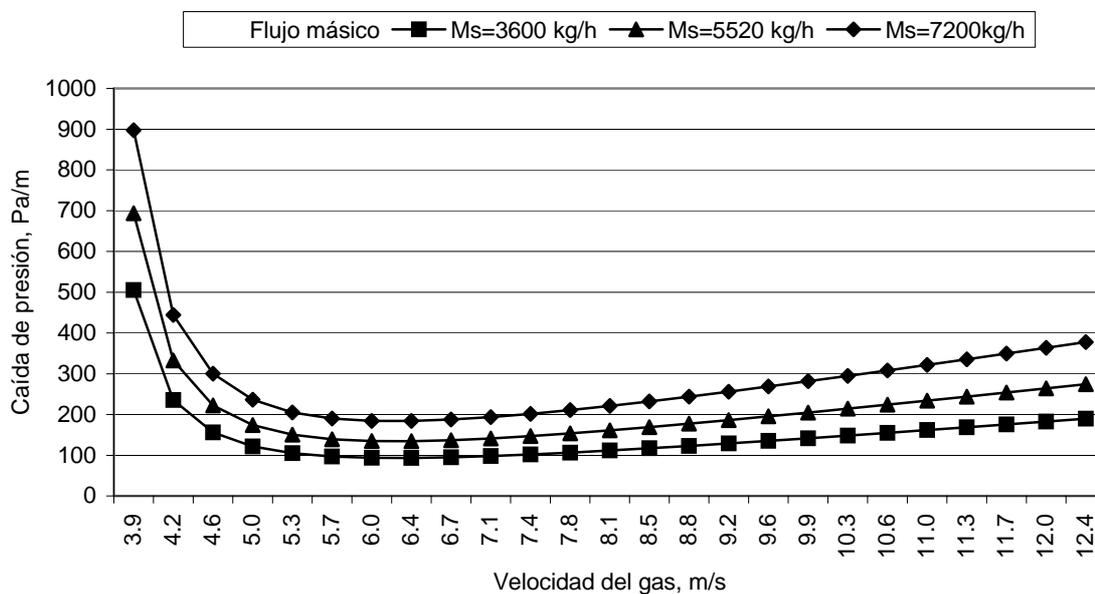


Figura 3. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas en tuberías horizontales y dx = mezcla de material.

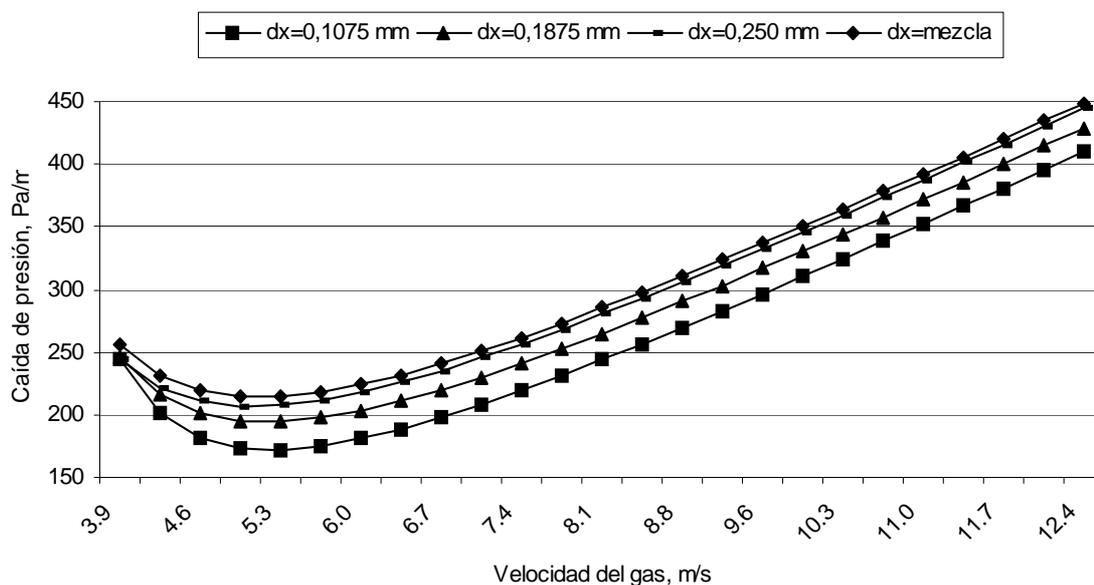


Figura 4. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas en tuberías horizontales y $M_s = 7200$ kg/h.

La figura 4 expone la influencia de la velocidad del gas en las pérdidas de presión durante el transporte neumático del mineral laterítico. Los resultados muestran que independientemente del diámetro de las partículas con el incremento del flujo de gas se produce una reducción de la caída de presión hasta alcanzar un valor determinado a partir del que comienza nuevamente a crecer.

En la zona de mínima caída de presión, la reducción de la velocidad provoca un rápido incremento de la concentración de sólido y se alcanza un punto donde el gas no puede arrastrar todo el material, depositándose en el fondo de la tubería. El fenómeno es conocido como "transporte a saltos" y es identificado por grandes fluctuaciones de presión.

La velocidad de transporte a saltos es definida como la más baja velocidad en la que el transporte en fase fluida puede ser operado con una alimentación de sólido determinada. Con el incremento de la alimentación de sólido la velocidad de choque es mayor; esta

marca el límite entre las fases fluida y densa en el transporte horizontal. Nótese que la velocidad de transporte a saltos se puede obtener si se reduce la velocidad del gas para un flujo de sólido constante o por incremento del flujo de sólido para una velocidad del gas constante.

Una vez conocidos estos resultados, además de establecer la velocidad de tránsito entre las fases densa y fluida se pueden construir las características de transporte neumático en las condiciones industriales, determinar los parámetros racionales, definir el consumo específico de energía y simular el comportamiento en cualquier otra condición de trabajo del sistema.

El comportamiento del transporte neumático del mineral laterítico en tuberías horizontales muestra diferencias considerables en relación con el transporte en la línea vertical, estas se observaron a través de tuberías transparentes conectadas en ambas líneas y a partir del análisis en el comportamiento de los diferentes parámetros de los sistemas.

El comportamiento de la caída de presión en tuberías verticales en función de la velocidad del gas para los diferentes diámetros de las partículas y flujo másico de gas se observa en las figuras 5 y 6.

En las figuras siguientes se observa, al igual que en el transporte horizontal, una zona de caída de presión mínima donde se localiza el tránsito entre la fase densa y fluida. Este fenómeno se conoce como "choque" y la velocidad donde ocurre el mismo se le llama "velocidad de choque".

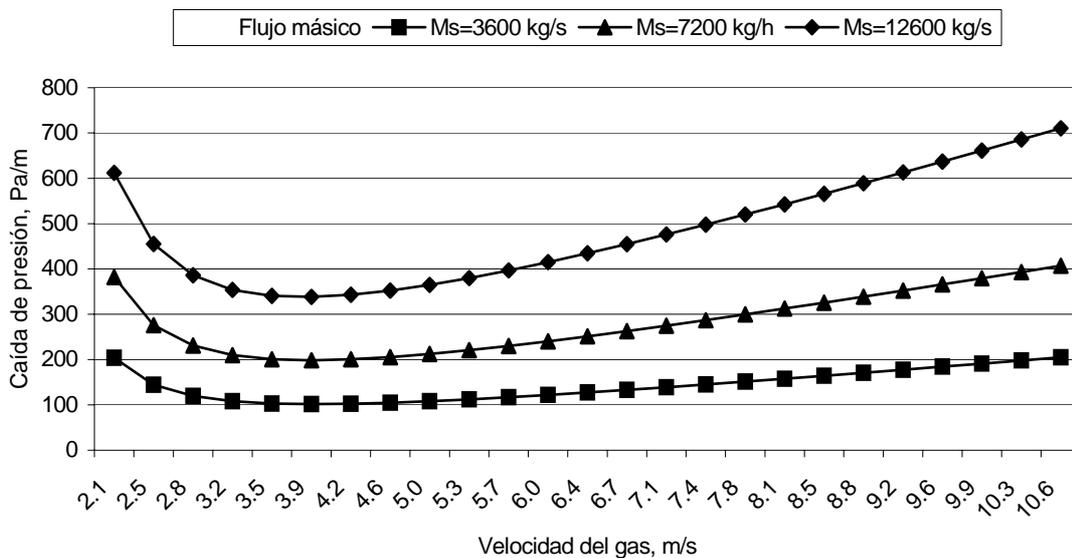


Figura 5. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas en tuberías verticales y dx = mezcla de mineral.

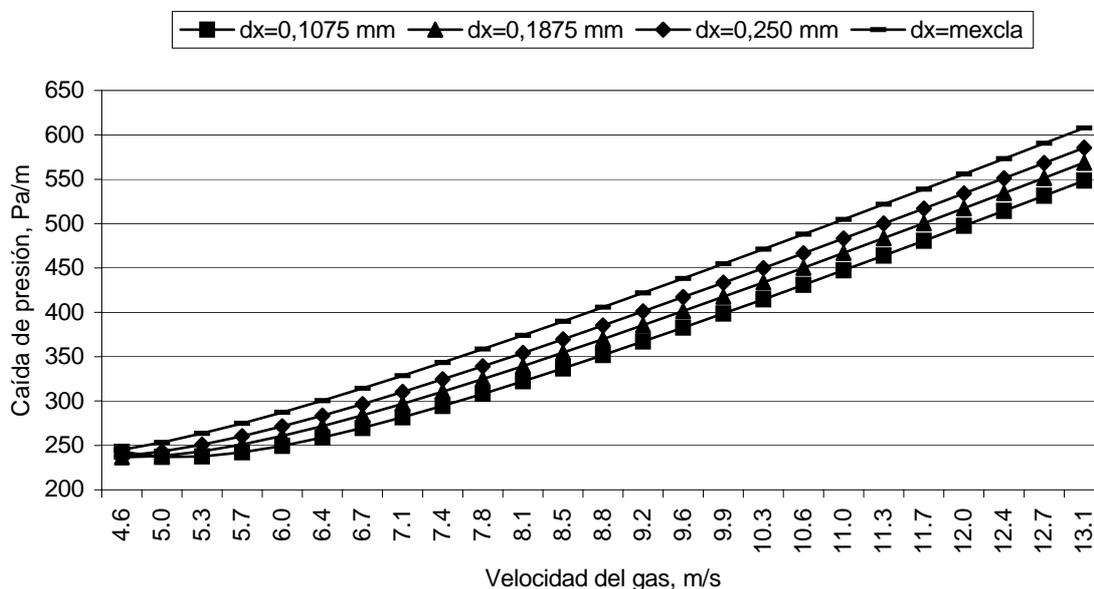


Figura 6. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas en tuberías verticales y Ms = 8640 kg/h.

De acuerdo con los resultados obtenidos para un diámetro de tubería de 100mm y un flujo de sólido constante, la velocidad de choque es siempre menor que la de transporte a saltos en tuberías horizontales; además en los sistemas de transporte neumático la velocidad de paso entre una fase y otra debe ser seleccionada a partir de la de transporte a saltos.

Las pérdidas de presión en el transporte vertical son mayores que en el horizontal, este comportamiento en el mineral laterítico se expone en las figuras 7 y 8.

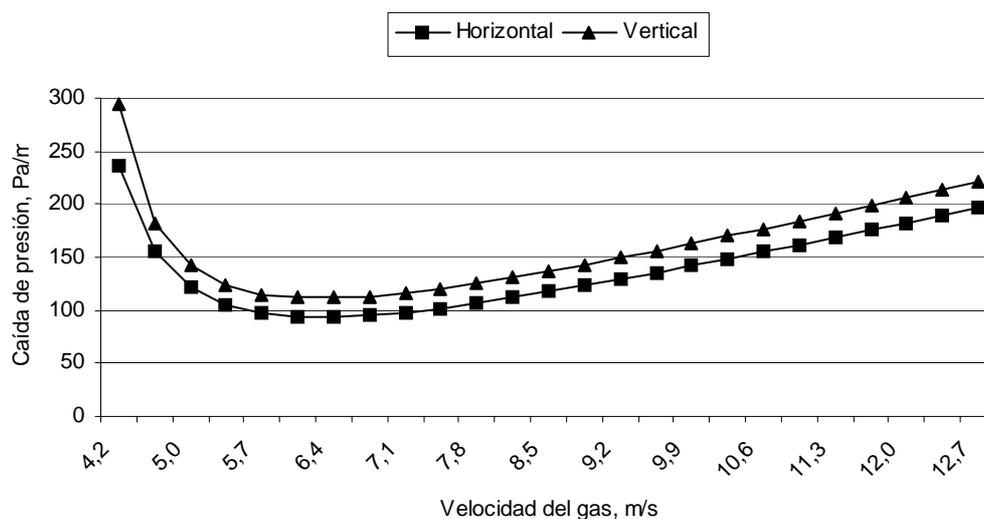


Figura 7. Comparación de la caída de presión en función de la velocidad del gas en tuberías horizontales y verticales $M_s = 3600$ kg/h.

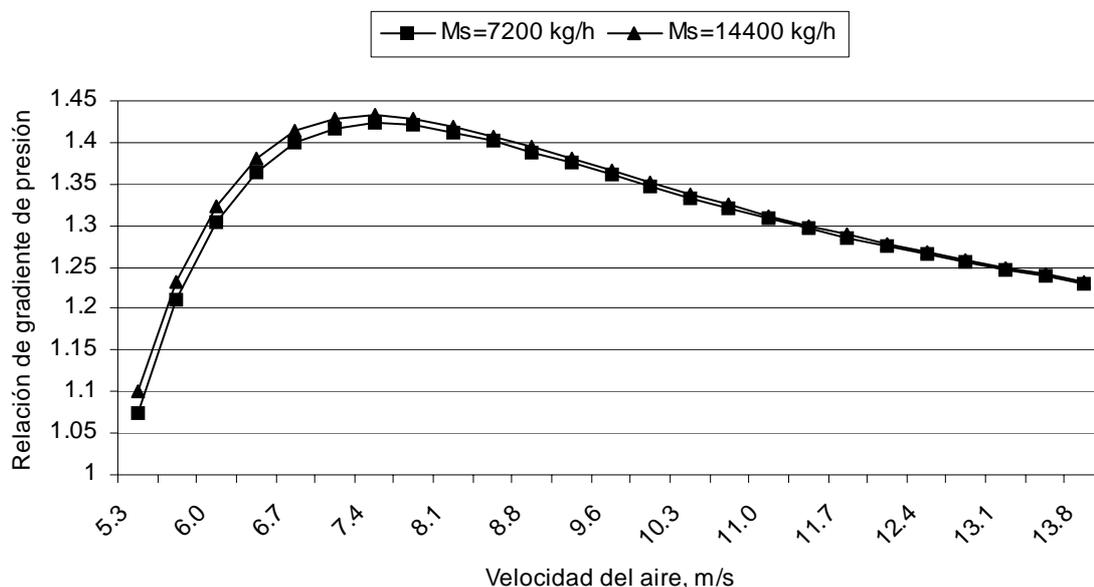


Figura 8. Comportamiento de $(dp/dx)_{\text{vertical}} / (dp/dx)_{\text{horizontal}}$ en función de la velocidad del gas.

En la figura 8 se observa que el cociente de presión entre ambas líneas se encuentra entre 1.1 y 1.45 en función de la velocidad del gas en que trabaje el sistema, esto permite seleccionar el comportamiento del transporte en una línea si se conocen con anterioridad las características de transporte en la otra. Los mayores valores del cociente se encuentran en la zona de tránsito entre la fase densa y fluida; se observa además un incremento del mismo con el aumento del flujo máscico de material transportado.

CONCLUSIONES

El modelo empírico - teórico en el transporte neumático del mineral laterítico está formado por dos ecuaciones diferenciales (29 y 30) que describen el comportamiento del proceso, incluyéndose además varias ecuaciones de enlace. Se identifica mediante la aplicación de

un algoritmo que permite la comparación de los resultados experimentales y los arrojados por el modelo.

En tuberías horizontales el valor de velocidad de flotación se encuentra entre 3,83 m/s y 5,21m/s, la velocidad relativa entre el gas y el sólido en el estado de referencia a presión atmosférica oscila entre 3,39 y 5,18 m/s en función del diámetro de las partículas. El error relativo promedio en la estimación de los parámetros está por debajo del 9,54%.

El valor de velocidad de flotación en tuberías verticales coincide con el transporte horizontal, la velocidad relativa entre el gas y el sólido en el estado de referencia a presión atmosférica oscila entre 1,51 m/s y 2,74 m/s en función del diámetro de las partículas. El error relativo promedio en la estimación de los parámetros está por debajo del 10,07%.

El transporte neumático del mineral laterítico se realiza en fase densa discontinua en zonas inferiores a los 6,12 m/s en el transporte horizontal y 5,21 m/s en el vertical. La zona de transporte en fase densa continua se extiende hasta los 18 m/s en ambos casos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRADLEY, M. 1990. Pressure losses caused by bends in pneumatic conveying pipelines. Powder handling processing. 2(4)
- CLYDE MATERIALS HANDLING. 2002. Pneumatic Transport System Modernisation. Metals, Minerals & petrochemicals. Doncaster. Reino Unido. July 2002
- GUZMÁN D. 2001. Modelación, simulación y control del tanque de contacto y los enfriadores de licor en el proceso de lixiviación carbonato amoniacal. Tesis doctoral. ISMMANJ, Moa, Cuba. 124p.

- HETTIARATCHI, K; S. WOODHEAD. 1998. Comparison between pressure drop in horizontal and vertical pneumatic conveying pipelines. *Powder technology*, 95 : 67 – 73.
- HUI L; Y. TOMITA. 2000. "Particle Velocity and Concentration Characteristics in a Horizontal Dilute Swirling Flow Pneumatic Conveying". *Power Technology*. 107 (2): 144 – 152.
- HUTTL T; J. HERNANDO; C. H. RIBEIRO; C. WAGNER. 2002. Analysis of particle trajectories and turbulence structures in fully developed pipe flow by means of direct numerical simulation. [HTTP://WWW.IRZ-MUENCHEN.DE/PROJEKTE/HLR-PROJECTS.PDF](http://www.irz-muenchen.de/projekte/hlr-projects.pdf). November,
- LAMPINEN, M. 1991. Calculation Methods for Determining the pressure Loss of Twophase Pipe Flow and Ejectors in Pneumatic Conveying Systems. *Acta polytechnica scandinavica*. Mechanical Engineering series No 99,
- LESME J. R. 1996. Modelación del movimiento de las partículas y pérdidas en codos durante el transporte neumático del bagazo. Tesis doctoral. Universidad de Oriente, Santiago de Cuba. 112p.
- MASON, D; P. MARJANOVIC; A. LEVY. 1998. A simulation system for pneumatic conveying systems. *Powder Technology*. 95 (1): 7 – 14.
- MASSOUDI M; K. R. RAJAGOPAL; T. X. PHUOC. 1999. On the fully developed flow of a dense particulate mixture in a pipe. *Powder technology*. 104 (1): 258 – 268.
- MATOUSEK V. 2002. Distribution and friction of particles in pipeline flow of sand– water mixtures.
<http://www.ocp.tudelft.nl/dredging/matousek/handbookmatousek2000.pdf>
- MIYOSHI, A; T. KAWAGUCHI; T. TANAKA; Y. TSUJI. 1999. "Effect of Pulsation Frequency and Bed Height on Granular Flow Pattern in Two-Dimensional Pulsating Fluidized Bed". *Proc. of Asian Symp. on Multiphase Flow 1999 (ASMF'99)*, Takatsuki, Japan: 13 -18.
- MIYOSHI, A; T. KAWAGUCHI; TANAKA; Y. TSUJI; 1999. "Numerical Analysis of Granular Convection in Two-Dimensional Pulsating Fluidized Bed".

- Proc. of the 5th International Conference of Computational Physics (ICCP5), Kanazawa, Japan: 734-735.
- PACHECO BERLOT, P. 1984. Ecuaciones para el diseño de instalaciones a transporte neumático por tuberías verticales de materiales polvorientos, granulados, polimorfos y polidispersos. Tesis doctoral. Universidad de Oriente, Santiago de Cuba. 120p.
- PAN, R; P. WYPYCH. 1997. Pressure drop and slug velocity in low – velocity pneumatic conveying of bulk solids. Powder technology. 94: 123 – 132.
- RAHEMAN, H; V. K. JINDAL. 1993. Slip velocity in pneumatic conveying of agricultural grains. Powder technology. 5 (1): 60 - 67,.
- SOMMERFELD M. 2002. Theoretical and experimental modelling of particulate flows. [HTTP://WWW.ECGF.UAKRON.EDU/~CHEM/FCLTY/CHASE/SOLIDS.HTML](http://www.ecgf.uakron.edu/~chem/fclty/chase/solids.html).
- SOMMERFELD M. 2002. Theoretical and experimental modelling of particulate flows. [HTTP://WWW.ECGF.UAKRON.EDU/~CHEM/FCLTY/CHASE/SOLIDS.HTML](http://www.ecgf.uakron.edu/~chem/fclty/chase/solids.html). July,.
- TANAKA, T; Y. YAMAMOTO. 1997 "LES of Gas-Particle Turbulent Channel Flow," Proc. of the 1997 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, Vancouver, Canada: 1 – 5.
- TSUJI Y. 2000. Activities in discrete particle simulation in Japan. Powder technology. 113: 278 – 286.
- YAMAMOTO, Y; T. TANAKA. 1998. "LES of Gas-Particle Turbulent Channel Flow (the Effect of Inter-Particle Collision on Structure of Particle Distribution)," Proc. of 3'rd Int. Conf. on Multiphase Flow (ICMF'98), Lyon, France: 8 -12.