

Modelo estadístico para la simulación de reactores de lixiviación ácida

Mónica Hernández-Rodríguez
Carlos Hernández-Pedraza
Margarita Rivera-Soto
Mercedes Sosa-Martínez

Resumen

Se desarrolló un modelo estadístico que permite simular el comportamiento de la batería de reactores en el proceso de lixiviación ácida y determinar, a partir de parámetros operacionales, la eficiencia de extracción de níquel y de cobalto. Al realizar las pruebas de validación se obtuvo que más del 95 % de los valores determinados por el modelo están dentro de los límites de confianza estimados, sin embargo, se observa una tendencia a que el valor calculado se encuentre por debajo del reportado, lo cual se cumple para el 65,79 % y el 61,84 % de los datos, con relación a la eficiencia de extracción de níquel y cobalto, respectivamente. Se realizó un análisis de sensibilidad paramétrica para establecer la influencia de las variables de operación en el sistema. Se concluye que la sensibilidad depende del nivel de operación del sistema y que las variables más significativas en todos los niveles son: la concentración de magnesio y la de níquel así como la relación ácido-mineral.

Palabras clave: modelación matemática; simulación; reactores de lixiviación; análisis de sensibilidad paramétrica.

Statistical model for simulation of acid leaching reactors

Abstract

A statistical model was developed to simulate the operation of the reactor bank in the acid leach process and determine the cobalt and nickel extraction efficiency based on the operating parameters. The results of the validation tests indicated that more than 95% of the values obtained from the model were within the estimated confidence limits. However, it was observed that there is a tendency that the calculated value be lower than the reported values, which is evidenced in 65,79 % and 61,84 % of the cobalt and nickel extraction efficiencies, respectively. A parametric sensitivity analysis was conducted to determine the influence of the operating variables of the system. It was concluded that the sensitivity depends on the system operating rate and that the most significant variables at all rates are: the concentration of magnesium and nickel and acid-ore ratio.

Keywords: mathematical modeling; simulation; leach reactors; parametric sensitivity analysis.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad es cada vez más creciente la demanda de níquel y cobalto a nivel mundial, por lo cual la industria niquelífera cubana necesita incrementar la eficiencia tecnológica de modo que contribuya a elevar la competitividad y mejorar la economía nacional; hechos que justifican la aplicación de diversas técnicas, entre las cuales resalta la simulación de procesos empleando modelos matemáticos de fácil implementación e interpretación.

Varios autores han utilizado modelos matemáticos para describir el comportamiento dinámico de un sistema, mejorar el control de las variables industriales y la eficiencia del proceso (Lovera *et al.* 2005; Vite *et al.* 2010; Columbié-Lamorú, Columbié-Navarro & Palacios 2013). Algunos autores (Toro, Pons & Viera 2005, 2006) simulan una batería de reactores del proceso de neutralización con cieno carbonatado y establecen el paso controlante del proceso a partir de las suposiciones de que las partículas se comportan como un macrofluido y la existencia de un mezclado perfecto. En todos los casos estos modelos permiten conocer la respuesta del sistema ante una determinada situación y son capaces de proveer los datos necesarios a un mínimo costo y sin riesgos.

Camacho (2002) y Díaz & Quintana (2006) desarrollaron modelos estadísticos para el estudio de reactores utilizados en la lixiviación ácida, los cuales poseen un coeficiente de regresión elevado, más del 95 %, y al ser validados aseguran la fiabilidad de los resultados obtenidos con estos, sin embargo, no relacionan las características de las especies químicas como magnesio, hierro, cromo(VI), silicio y aluminio, que disminuyen la eficiencia del proceso de extracción del níquel y el cobalto en el mineral. No se hace referencia, además, a la realización de análisis de sensibilidad paramétrica, por lo que no determinan las variables más significativas presentes en el proceso.

En la planta de lixiviación, la pulpa se trata con ácido sulfúrico concentrado como agente lixivante, en la que los óxidos de níquel y cobalto se disuelven formando sulfatos. En este proceso se introducen cambios en las variables de operación a niveles diferentes y, generalmente, por encima de los normados, por lo cual, aunque los modelos propuestos por Camacho (2002) y Díaz & Quintana (2006) son válidos para el período en que se desarrollaron, no brindan la certeza de reproducción del comportamiento del sistema en las actuales condiciones. Por los motivos expuestos, el presente trabajo tiene como propósito la obtención de un nuevo modelo matemático que contemple las variables

de operación dentro de un rango de valores que se corresponda con el régimen de trabajo actual.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Desarrollo del modelo estadístico

Viera, López & Nohemí (1988) plantearon que para obtener un modelo matemático que represente el proceso que está siendo investigado es necesario seguir la estrategia general de la modelación matemática. Esta contempla, entre otros aspectos, la definición del problema y sus objetivos, solución del modelo, interpretación y comprensión de los resultados que ofrece.

Basándose en lo anterior, pero teniendo en cuenta que el modelo desarrollado en esta investigación es estadístico y no fenomenológico, se utilizó la metodología planteada por Rivera *et al.* (2007), para lo cual, primeramente, se recopilaron los datos de operación de los reactores del proceso de lixiviación ácida y las respuestas del sistema en cuanto a eficiencia de extracción de níquel y de cobalto durante un año de trabajo. Se seleccionaron aleatoriamente 105 corridas experimentales de un total de 305 grupos de datos y se utilizó el software STATISTICA para obtener el modelo matemático una vez transformados los datos al Sistema Internacional de Unidades. Finalmente se realizaron las pruebas de validación con los parámetros estimados.

Para la validación del modelo se emplearon las restantes corridas, procediendo primeramente al cálculo de los residuos (diferencia entre los valores reportados y los calculados), después se determinaron los intervalos de confianza fijando los límites que posee el modelo estadístico a partir de la expresión 1:

$$\text{Lím} = P \pm \Delta \quad (1)$$

Donde Lím: Límites de confianza;

Δ : Valor del residual escogido;

P: Valor calculado de la eficiencia de extracción de níquel y de cobalto.

2.2. Análisis de sensibilidad paramétrica

Los estudios de sensibilidad de un sistema permiten establecer el comportamiento de los mismos a partir del nivel de operación en que se encuentren. Algunos autores (Hernández, Pons & Viera 2005; Hernández *et al.* 2014) los han empleado en el proceso de precipitación de sulfuros de níquel y cobalto, mientras que otros (Rivera, Viera & Matos 2005;

Rivera *et al.* 2009, 2010) lo utilizan en la reformación catalítica del LPG para evaluar las variables más significativas y determinar interacciones específicas entre estas.

Para establecer la influencia que pueden tener sobre la respuesta del sistema pequeños cambios introducidos en las variables dependientes se realizan las siguientes tareas (Rivera, Viera & Matos 2005):

1. Determinar los diferentes niveles de operación del sistema
2. Seleccionar la corrida base para cada nivel de operación
3. Determinar los índices de sensibilidad paramétrica
4. Realizar el estudio de sensibilidad del sistema.

Para escoger los niveles de operación, se partió del análisis del dominio de variación de las condiciones de trabajo y se seleccionaron tres niveles según la temperatura de entrada al reactor A.

En el nivel mínimo se localizan los valores de temperatura entre 485,91 K y 491,79 K, el nivel medio va desde 492,14 K a 496,21 K y el nivel máximo comprende los datos entre 496,32 K y 508,68 K.

Para realizar el análisis de sensibilidad, inicialmente, se escogió una corrida base o ficticia (ΔY_i), para cada nivel de operación seleccionado, en la cual se emplearon los valores medios de las diferentes variables del sistema.

A continuación se determinó el intervalo de variación de cada parámetro debido a su dispersión (IVP) según el nivel de operación y a cada variable se le asignó un incremento denominado Δp_i .

Los índices de sensibilidad local (S) se determinaron a partir de las diferencias entre las respuestas del sistema al acrecentar una variable en el incremento seleccionado y las corridas bases; pero como los rangos en que varían los parámetros del sistema son diferentes, estos no son equitativamente comparables entre sí, por lo que se calcularon los índices de sensibilidad referidos al 50 % del intervalo de variación de los parámetros debido a su dispersión y se expresaron como un porcentaje de la respuesta base.

El estudio de sensibilidad del sistema se efectuó utilizando estos índices y se empleó un convenio de signos con el objetivo de mostrar no solo la magnitud del efecto que ocasionan los cambios introducidos en las condiciones de operación, sino también el sentido de este.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Obtención del modelo estadístico

Se ajustaron los datos de operación del sistema al modelo de regresión no lineal que se muestra en la expresión 2, el cual posee coeficientes de regresión de 97,58 % y 95,99 % para los contenidos de níquel y cobalto, respectivamente.

$$E_{Ni,Co} = A + B_1 \cdot T_A + B_2 \cdot F + B_3 \cdot P^{1/2} + B_4 \cdot AM + B_5 \cdot \left(\frac{C_{Mg}}{AM} \right)^3 + B_6 \cdot \left(\frac{S}{C_{Cr}} \right)^6 + B_7 \cdot C_{Fe} + B_8 \cdot C_{Ni} \quad (2)$$

Donde:

$E_{Ni,Co}$: Eficiencia de extracción de los contenidos de níquel y cobalto (%);

T_A : Temperatura de entrada al reactor A (K);

F: Flujo de vapor de agitación promedio (kg/h);

AM: Relación ácido mineral;

C_{Mg} : Concentración de magnesio en la pulpa alimentada (kg/m³);

C_{Cr} : Concentración de cromo (VI) en la pulpa alimentada (kg/m³);

C_{Fe} : Concentración de hierro (II) en la pulpa alimentada (kg/m³);

C_{Ni} : Concentración de níquel (II) en la pulpa alimentada (kg/m³);

P: Presión de operación (Pa);

S: Contenidos de sólidos (%).

Los parámetros A y B (desde B₁ hasta B₈) son los coeficientes del modelo.

En las Tablas 1 y 2 se relacionan los parámetros del modelo para la eficiencia de extracción de los contenidos de níquel y cobalto, el error estándar, p-level y los límites de confiabilidad inferior y superior.

Tabla 1. Parámetros del modelo estadístico para la eficiencia de extracción de los contenidos para el níquel

Parámetros	Valor del Parámetro	Error estándar	p-level	Límite inferior de confiabilidad	Límite superior de confiabilidad
A	156,7051	20,0381	0,00	117,0310	196,3793
B ₁	0,0410	0,0049	0,00	0,0314	0,0507
B ₂	0,0008	0,0002	0,00	0,0005	0,0011
B ₃	-0,0653	0,0107	0,00	-0,0864	-0,0442
B ₄	42,5211	3,1531	0,00	36,2782	48,7640
B ₅	-0,0156	0,0007	0,00	-0,0171	-0,0142
B ₆	-0,0000	0,0000	0,00	-0,0000	-0,0000
B ₇	0,3924	0,0419	0,00	0,3095	0,4753
B ₈	8,5640	0,7532	0,00	7,0728	10,0553

Tabla 2. Parámetros del modelo estadístico para la eficiencia de extracción de los contenidos para el cobalto

Parámetros	Valor del Parámetro	Error estándar	p-level	Límite inferior de confiabilidad	Límite superior de confiabilidad
A	120,8117	32,95578	0,00	55,52039	186,1031
B ₁	0,0498	0,00724	0,00	0,03545	0,0641
B ₂	0,0006	0,00021	0,00	0,00018	0,0010
B ₃	-0,0483	0,01773	0,00	-0,08343	-0,0132
B ₄	57,9695	4,87064	0,00	48,31988	67,6191
B ₅	-0,0209	0,00100	0,00	-0,02291	-0,0189
B ₆	-0,0000	0,00000	0,00	-0,00000	-0,0000
B ₇	0,3467	0,06437	0,00	0,21917	0,4742
B ₈	6,5726	1,14562	0,00	4,30294	8,8423

Cada parámetro estimado se encuentra entre los límites de confiabilidad determinados, para un 95 % de confianza y el p-level, indicador estadístico que representa la probabilidad de que el error está involucrado en aceptar los resultados observados como válidos, en todos los casos es cero, lo cual evidencia que las relaciones observadas entre las variables es fiable.

3.2. Validación del modelo matemático

En la Tabla 3 se reflejan los resultados para los residuales y porcentajes de errores máximos y mínimos obtenidos, observándose que en ambos casos son menores del 5 %, por lo tanto se puede asegurar que son aceptables desde el punto de vista ingenieril.

Tabla 3. Valores absolutos máximos y mínimos de los residuales y porcentajes de error

Valor	Residual (valor absoluto)		Error (%) (valor absoluto)	
	E _{Ni}	E _{Co}	E _{Ni}	E _{Co}
Máximo	3,465	3,875	3,829	4,413
Mínimo	0,006	0,006	0,007	0,007

En los histogramas representados en las Figuras 1 y 2 se localizan la frecuencia de distribución de los errores para ambos modelos en los que se constata que más del 60 % de los errores absolutos se encuentran en el rango entre 0 % y 0,5 % y menos del 3 % de los datos posee un error mayor del 2 %.

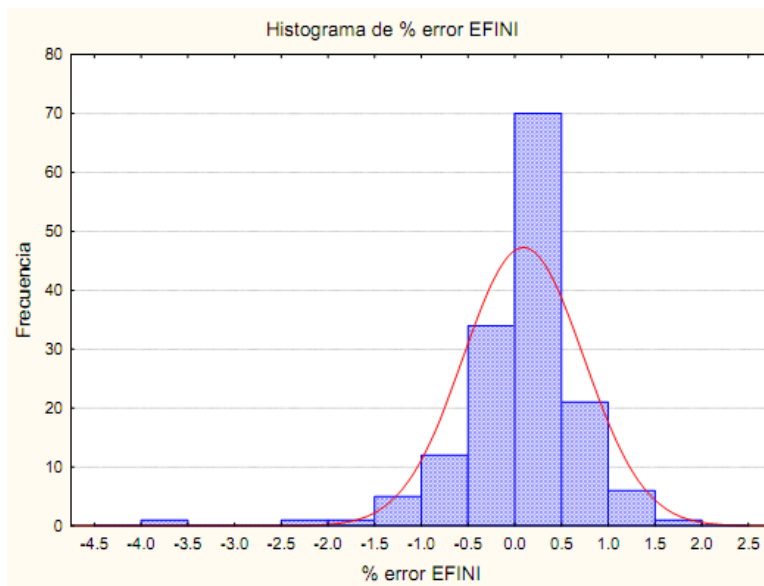


Figura 1. Histograma de frecuencia para el porcentaje de error obtenido en el modelo de eficiencia de extracción de los contenidos de níquel.

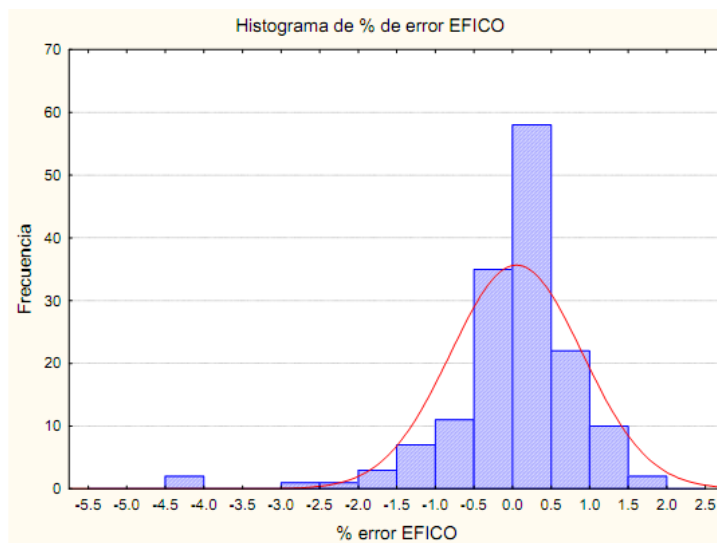


Figura 2. Histograma de frecuencia para el porcentaje de error obtenido en el modelo de eficiencia de extracción de los contenidos de cobalto.

En los gráficos representados en las Figuras 3 y 4 se muestran los resultados de las pruebas de validación a partir de los límites de confianza determinados; se utilizaron los residuales de 1,43 y 1,61 para la eficiencia de extracción de níquel y cobalto, respectivamente, pues estos aseguran que más del 90 % de los valores se encuentren dentro de los límites estimados. Los valores de eficiencia de extracción, un total de 97,37 % para el níquel y 96,05 % para el cobalto, se encuentran dentro de los intervalos de confianza determinados, observándose una reproducción exitosa del modelo estadístico a partir de los datos reportados.

Se percibe una tendencia a que el valor determinado se encuentre por debajo del reportado, lo cual se cumple para el 65,79 % y el 61,84 % de los datos, respecto a la eficiencia de extracción de níquel y cobalto, respectivamente.

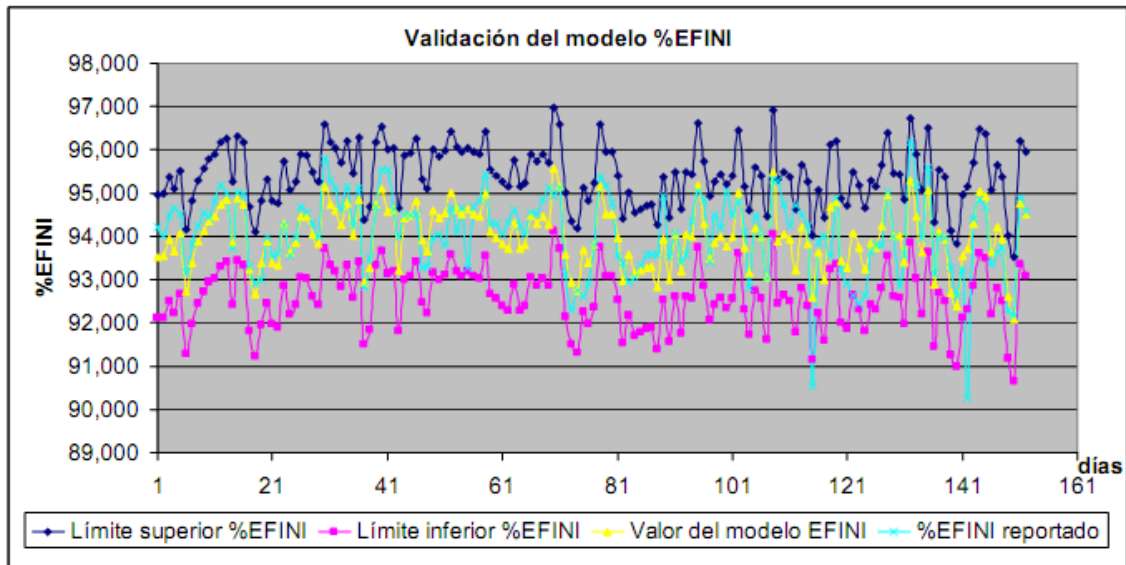


Figura 3. Validación del modelo de eficiencia para la extracción de los contenidos de níquel.

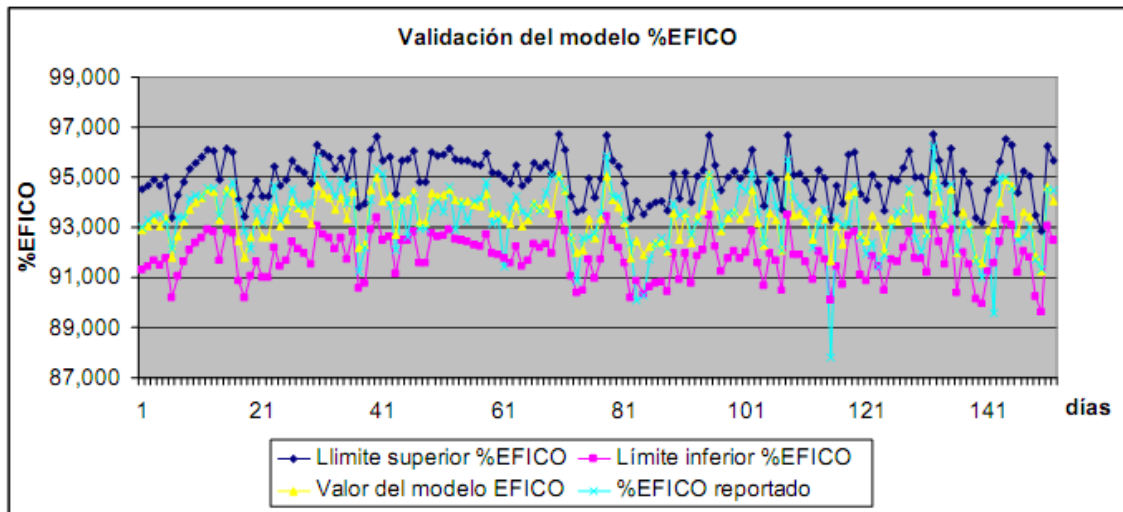


Figura 4. Validación del modelo de eficiencia de extracción de los contenidos de cobalto.

3.3. Análisis de sensibilidad paramétrica

En la Tabla 4 se muestran los intervalos de variación debido a su dispersión (IVP) y el incremento seleccionado (Δp_i) para cada parámetro, y en la Tabla 5, los índices de sensibilidad como un porcentaje de la respuesta base para el nivel máximo de operación, los cuales son

equitativamente comparables entre sí al estar referidos al 50 % del intervalo de variación debido a su dispersión.

Tabla 4. Intervalo de variación e incremento para los diferentes parámetros

Parámetros	Intervalo de variación (IVP)			Incremento ($\Delta\pi$)
	Nivel mínimo	Nivel medio	Nivel máximo	
T _A	5,878	4,076	12,366	2
F	1072,27	689,404	888,327	5
P	24097,41	36836,347	28314,062	5
AM	0,023	0,031	0,05	0,001
C _{Mg}	0,59	0,6	0,65	1
S	3,124	3,132	7,212	0,01
C _{Cr}	0,48	0,52	0,52	1
C _{Fe}	1,7	2,6	2,4	0,01
C _{Ni}	0,236	0,176	0,159	0,01

Tabla 5. Índices de sensibilidad como un porcentaje de la respuesta base

Nivel de operación	Parámetros	Índices de sensibilidad como un porcentaje de la respuesta base $\left[\frac{S_i}{Y_{base}} \right] \cdot 100$	
		E _{Ni}	E _{Co}
Nivel máximo	T _A	0,2689	0,3284
	F	0,373	0,2842
	P	-0,2578	-0,1917
	AM	1,5561	2,1228
	C _{Mg}	-1,2054	-1,6225
	S	0,0000	0,0000
	C _{Cr}	0,0000	0,0000
	C _{Fe}	0,4995	0,4437
	C _{Ni}	0,7223	0,5573

La Tabla 6 expone un orden jerárquico descendente de sensibilidad para el nivel máximo de operación, en correspondencia con los valores absolutos de los índices determinados, donde S y C_{Cr} poseen menor sensibilidad en la respuesta del sistema, representados por el número 8, mientras que AM es el parámetro más significativo indicado por el número 1.

Tabla 6. Orden jerárquico de sensibilidad del sistema

Nivel de operación	Parámetros	Sensibilidad de la respuesta del sistema	
		E_{Ni}	E_{Co}
Nivel máximo	S	(0) 8	(0) 8
	C_{Cr}	(0) 8	(0) 8
	P	(-) 7	(-) 7
	T_A	(+) 6	(+) 5
	F	(+) 5	(+) 6
	C_{Fe}	(+) 4	(+) 4
	C_{Ni}	(+) 3	(+) 3
	C_{Mg}	(-) 2	(-) 2
	AM	(+) 1	(+) 1

El signo positivo (+) indica que al aumentar el valor del parámetro la respuesta del sistema también lo hará, mientras que el signo (-) representa un efecto contrario. El número cero (0) en los parámetros S y C_{Cr} significa que la respuesta del sistema no experimentó variación con el incremento del valor especificado.

Para los niveles de operación mínimo y medio se obtienen resultados semejantes al nivel máximo, pues los parámetros más significativos en los tres casos son: la relación ácido mineral y las concentraciones de magnesio y de níquel alimentado en la pulpa, mientras que el porcentaje de sólidos y la concentración de cromo no poseen ninguna significación en este modelo. Sin embargo, al analizar el comportamiento de una misma variable, por cada nivel de operación respecto a la eficiencia de extracción de níquel y de cobalto resulta que:

Para el nivel mínimo: Las variables relación ácido mineral, concentración de níquel y magnesio poseen diferente significación en las respuestas del sistema.

Para el nivel medio: Todas las variables de operación tienen igual relevancia en las respuestas del sistema.

Para el nivel máximo: Las variables temperatura de entrada al reactor A y el flujo de vapor de agitación poseen desigual significación en las respuestas del sistema.

La sensibilidad paramétrica del sistema es dependiente del nivel de operación en el cual se encuentren trabajando los reactores del proceso de lixiviación, pues las únicas variables que poseen el mismo grado de significación en los tres niveles son el porcentaje de sólidos y la concentración de cromo.

4. CONCLUSIONES

1. El modelo estadístico determinado según el método de regresión no lineal predice satisfactoriamente la eficiencia de extracción del níquel y el cobalto a partir de los parámetros operacionales actuales y posee un coeficiente de regresión de 97,58 % para el níquel y un 95,99 % para el cobalto.
2. El orden jerárquico de sensibilidad de la respuesta del sistema ante el incremento de cada parámetro operacional varía en dependencia del nivel de operación en el cual se esté trabajando.
3. Los parámetros más significativos para todos los niveles de operación son la relación ácido mineral y las concentraciones de magnesio y de níquel en la pulpa.

5. REFERENCIAS

- CAMACHO, L. 2002: Estudio y modelo preliminar para el proceso de lixiviación ácida de los óxidos de níquel y cobalto. Tesis de maestría. Universidad de Oriente. Santiago de Cuba.
- COLUMBIÉ-LAMORÚ, L.; COLUMBIÉ-NAVARRO, A. & PALACIOS, A. 2013: Modelación matemática del proceso de lixiviación de las colas del proceso Caron. *Minería y Geología* 29(1): 61-78.
- DÍAZ, R. & QUINTANA, R. 2006: *Estudio del comportamiento de la planta de lixiviación*. Tesis de grado. Universidad de Oriente. Santiago de Cuba.
- HERNÁNDEZ, C.; PONS, A. & VIERA, R. 2005: Estudio de sensibilidad en el proceso de precipitación del sulfuro de níquel. *Tecnología Química* 25(3).
- HERNÁNDEZ, C.; RIVERA, M.; MATOS, R. & PIÑO, Y. 2014: Estudio de sensibilidad paramétrica en reactores continuos con agitación. *Tecnología Química* 34(1).
- LOVERA, D.; CORONADO, A.; ARIAS, V.; QUIÑONES, J.; PUENTE, L.; HERRERA, J.; MALPARTIDA, C.; DIEGO, J.; IPANAQUE, O. & LÓPEZ, P. 2005: Modelización y simulación de procesos metalúrgicos: flotación, filtración, lixiviación y espesamiento. *Rev. Inst. investig. Fac. minas metal cienc. geogr* 8(15): 19-24.
- RIVERA, M.; VIERA, R. & MATOS, R. 2005: Análisis de sensibilidad paramétrica en reactores de reformación catalítica de LPG. *Tecnología Química* 26(1): 43-49.
- RIVERA, M.; HERNÁNDEZ, C.; MATOS, R. & VIERA, R. 2007: Correlaciones para los parámetros de transporte efectivo en reactores de reformación de LPG. *Tecnología Química* 27(3).

- RIVERA, M.; HERNÁNDEZ, C.; MATOS, R. & VIERA, R. 2009: Sensibilidad paramétrica relacionada con la operación de reactores de reformación catalítica LPG. *Tecnología Química*. Edición especial.
- RIVERA, M.; VIERA, R.; HERNÁNDEZ, C. & MATOS, R. 2010: Interacciones entre variables de operación en los reactores de reformación catalítica LPG. *Tecnología Química* 30(3).
- TORO, D.; PONS, A. & VIERA, R. 2005: Modelación matemática de una batería de reactores de neutralización. Primera parte. *Tecnología Química* 25(2).
- TORO, D.; PONS, A. & VIERA, R. 2006: Modelo matemático simplificado de una secuencia de reactores de neutralización. *Tecnología Química* 26(3).
- VIERA, R.; LÓPEZ, S. & NOHEMÍ, M. 1988: *Modelación matemática para ingenieros químicos*. Pueblo y Educación, La Habana, 240 p.
- VITE, P.; RAMÍREZ, A.; HERNÁNDEZ, A. & MORALES, A. 2010: Simulación matemática para evaluar la eficiencia en un reactor para reciclado de plomo. *Avances en Ciencia e Ingeniería* 1(2): 1-13.

Mónica Hernández-Rodríguez mhernandezr@ismm.edu.cu
Departamento Metalurgia-Química.
Instituto Superior Minero Metalúrgico. Moa,
Holguín, Cuba.

Carlos Hernández-Pedrerá pedrerá@fiq.uo.edu.cu
Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Titular
Departamento Ingeniería Química. Universidad de Oriente.
Santiago de Cuba, Cuba.

Margarita Rivera-Soto risot@fiq.uo.edu.cu
Doctora en Ciencias Técnicas. Profesora Titular
Departamento Ingeniería Química. Universidad de Oriente.
Santiago de Cuba, Cuba.

Mercedes Sosa-Martínez msosa@ismm.edu.cu
Doctora en Ciencias Técnicas. Profesora Auxiliar.
Departamento Metalurgia-Química.
Instituto Superior Minero Metalúrgico. Moa,
Holguín, Cuba.