

Evaluación de modelos 2D de variables geotecnológicas en un bloque de un yacimiento laterítico cubano. Quinta parte: Optimización combinatoria del método UPD

Arístides A. Legrá-Lobaina
Aliet Lamorú-Reyes
Alexei Cala-Hinojosa

Resumen

En el trabajo, mediante búsquedas exhaustivas, se estudia la optimización combinatoria de la modelación UPD bidimensional de las variables: espesor y concentraciones de níquel, hierro y cobalto en un bloque de un yacimiento laterítico cubano. El método UPD es un estimador numérico con parámetros q , δ y ε que a partir de un conjunto de datos permite obtener un modelo de mallas que representa el comportamiento de una propiedad U de algún objeto natural o tecnológico que se investiga en cierto dominio espacial. Conocido un conjunto de n puntos $(P_i; U_i)$, que expresan los valores U_i para las correspondientes coordenada espaciales P_i , este método permite estimar el valor de U para cualquier coordenada P de su dominio, como una combinación lineal de potencias q de las distancias euclidianas

Palabras clave: modelación; yacimiento laterítico; red de muestreo; estimación; método UPD; optimización combinatoria; búsqueda exhaustiva.

Assessing the 2D models of geotechnical variables in a block of a Cuban lateritic site. Fifth part: combinatorial optimization of the UPD method

Abstract

In the work, through exhaustive searches, we study the combinatorial optimization of two - dimensional UPD modeling of the variables: thickness and concentrations of nickel, iron and cobalt in a block of a Cuban lateritic deposit. The UPD method is a numerical estimator with parameters q , δ and ϵ that from a set of data allows to obtain a mesh model that represents the behavior of a property U of some natural or technological object that is investigated in a certain spatial domain. For a set of n points $(P_i; U_i)$, which express the values U_i for the corresponding spatial coordinates P_i , this method allows to estimate the value of U for any coordinate P of its domain, as a linear combination of powers q of euclidian distances.

Keywords: modeling; lateritic ore body; sampling network; estimate; UPD method; combinatorial optimization; exhaustive search.

1. INTRODUCCIÓN

Para su exploración y explotación el yacimiento Punta Gorda fue dividido en 88 bloques cuadrados de 300m×300m (Cuador-Gil 2005; Martínez-Vargas & Pérez-Melo 2006). Cada bloque fue explorado en dos etapas:

1. En la primera se realizó un campaña de muestreo nombrada Red de Exploración (R_1), donde en cada bloque se perforaron hasta 81 pozos equidistantes, a una distancia de 33,33 m uno de otro en cada dirección este-oeste y sur-norte.
2. En la segunda se desarrollo una segunda campaña de muestreo denominada Red de Explotación (R_2), donde en cada bloque se perforaron hasta 361 pozos, a una distancia de $D=16,16$ m uno de otro en cada dirección este-oeste y sur-norte.

En particular, durante el estudio del bloque O48 (agotado en la actualidad) se realizó una nueva red (R_3) de hasta 1 369 pozos equidistantes, a una distancia de $D=8,33$ m uno de otro en cada dirección geográfica. Los modelos de recursos y de reservas preliminares a la explotación del bloque O48 se obtuvieron considerando la red R_1 .

Aunque es preferible la modelación 3D (Hillier *et al.* 2014) de una propiedad de interés U en un yacimiento (generalmente las concentraciones porcentuales de ciertos componentes del mineral), en ocasiones se realizan modelaciones 2D considerando los valores promedios verticales de la propiedad de interés en cada punto de cierto dominio acotado del plano.

El objetivo del presente trabajo es determinar, mediante los errores relativos absolutos, la efectividad de la optimización combinatoria del método UPD que pronostica 2D los valores de L (espesor de la corteza de mineral útil) y de la concentración porcentual de Ni, Fe y Co en el bloque O48 del yacimiento Punta Gorda

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Datos propuestos para la investigación

A partir de los datos de la concentración de Ni, Fe y Co tabulados en R_3 se determinó una tabla que contiene 1 262 filas con 6 columnas (Legrá-Lobaina, Guilarte-Noa y Guevara-Pérez 2015):

3. X (coordenada en la dirección este-oeste)
4. Y (coordenada en la dirección sur-norte)
5. L (longitud o grosor de la corteza útil)
6. Ni (concentración porcentual del níquel)

7. Fe (concentración porcentual del hierro)

8. Co (concentración porcentual del cobalto)

En la tabla mencionada se tiene una red de 8,33 m×8,33 m y de este se han identificado los datos de las otras redes R₁ y R₂.

Los resultados del análisis estadístico básicos de los datos son (Legrá-Lobaina, Caballero-Nuñez y Jiménez-Roche 2015):

Tabla 1: Resultados estadísticos básicos de los valores de los datos

Red	Variable	Estadígrafos Básicos				
		Mínimo	Máximo	Media aritmética	Desviación estándar	Coficiente de variación
R ₁ (D=33,33 m) 78 puntos	Ni	0,63	1,81	1,19	0,17	0,15
	Fe	16,76	45,99	36,89	6,8	0,18
	L	12	42	23,44	6,13	0,26
	Co	0,029	0,163	0,075	0,03	0,41
R ₂ (D=16,16 m) 308 puntos	Fe	16,76	50,4	41,0	5,65	0,14
	Ni	0,58	1,81	1,13	0,17	0,15
	L	3	44	19,88	6,00	0,30
	Co	0,029	0,188	0,088	0,029	0,33
R ₃ (D=8,33 m) 1 262 puntos	Fe	16,76	50,4	40,58	4,86	0,12
	Ni	0,43	2,2	1,12	0,18	0,16
	L	3	44	19,99	5,76	0,29
	Co	0,01	0,201	0,078	0,028	0,35

Nótese que para cada red las variables están ordenadas por el coeficiente de variación (de menor a mayor) y se evidencia que la magnitud de mayor variabilidad es el Co, siguiéndola L, Ni y Fe.

2.2. Modelos de mallas

Sean x_i , $i=1,\dots,n$ variables independientes numéricas componentes del vector P ; y sea U la variable dependiente numérica en una relación $U=F(P)$ donde la expresión F es desconocida pero se conoce su dominio $\Omega \subseteq R^n$.

Sea f un modelo de F basado en el conocimiento práctico y teórico disponible acerca de las relaciones entre U y P .

Sea un conjunto G que contiene r puntos de R^n tales que pertenezcan a Ω y supóngase que para cada punto de G con coordenadas P_k se puede obtener la estimación $U_k=f(P_k)$. Al conjunto M de los r puntos $(P_k;U_k)$ se le denomina Modelo de malla de la relación $U=F(P)$.

Estos modelos de malla (Victoria-Nicolás 2006) son muy útiles para el estudio del comportamiento de U bajo diferentes escenarios definidos por los comportamientos de las componentes de P .

Los tres tópicos que determinan que el modelo de malla sea un sustituto eficaz de F son:

1. Los datos disponibles acerca de P y de U en Ω deben ser aptos para aportar información y conocimiento capaces de acercarse suficientemente las estimaciones $f(P)$ a los valores reales $U=F(P)$.
2. Las propiedades funcionales del estimador f deben ser coherentes con las propiedades funcionales de F , de manera que se conserven las propiedades de los objetos y procesos que se modelan.
3. El conjunto G debe ser suficientemente denso y bien distribuido respecto a las características del comportamiento local y general de U en Ω .

El primer elemento está relacionado con la práctica del muestreo que es esencialmente la acción de medir los valores reales U_i en un conjunto \mathbf{W} de m puntos P_i . Cuando W es un conjunto de m puntos $(P_i; U_i)$ entonces se le denomina **Datos** y constituye la fuente principal de información sobre el comportamiento real, local y general, de U en el dominio Ω .

El estimador f se escoge, generalmente, con propiedades funcionales que garantice, por ejemplo, que el modelo de malla:

9. Sea exacto, o sea: para cualquier dato $(P_k; U_k)$ se cumple que $f(P_k)=U_k$
10. Sea acotado, o sea: saber que si se estima en cualquier coordenada $P \in \Omega$, el resultado $f(P)$ pertenece al dominio definido por los datos U_k
11. Es óptimo con respecto a sus propiedades, forma y topología.

2.3. Modelo UPD

Este método, introducido en un trabajo preliminar de Legrá-Lobaina (2015), es parte de una familia de métodos que estiman el valor de la variable dependiente U como una función de la distancia euclidiana suavizada (Bronshtein *et al.* 2007) a la que en lo que sigue se nombra \mathbf{d} .

En la práctica computacional la distancia entre dos coordenadas P_i y P_j de R^n se denomina d_{ij} y está dada por:

$$d_{ij} = \sqrt{(x_{i1} - x_{j1})^2 + \dots + (x_{in} - x_{jn})^2 + \delta^2} \quad (1)$$

Donde se nombra factor de suavización (Franke y Nielson 1980) al parámetro $\delta \in \mathbb{R}$.

En particular la distancia suavizada entre la coordenada P_i y la coordenada $P_e = (x_{e1}; \dots; x_{en})$ se define por:

$$d_{ie} = \sqrt{(x_{i1} - x_{e1})^2 + \dots + (x_{in} - x_{en})^2 + \delta^2} \quad (2)$$

Dados los datos W y prefijado el parámetro q (potencia) se define la matriz cuadrada $[A]$.

$$[A] = \begin{bmatrix} d_{11}^q & \dots & d_{1m}^q \\ d_{21}^q & \dots & d_{2m}^q \\ \dots & \dots & \dots \\ d_{m1}^q & \dots & d_{mm}^q \end{bmatrix} \quad (3)$$

El valor de $q \neq 0$ debe escogerse de manera que garantice la existencia de la inversa de $[A]$.

A partir de los datos también se define el vector $[U]$:

$$[U] = \begin{bmatrix} U_1 - \varepsilon(P_1) \\ U_2 - \varepsilon(P_2) \\ \dots \\ U_m - \varepsilon(P_m) \end{bmatrix} \quad (4)$$

Donde $\varepsilon(P)$ es una función que depende de P y se denomina deriva o desplazamiento de U y usualmente se toma como una constante (polinomio de grado 0) o como un polinomio de grado 1 o 2. Esta deriva constituye un parámetro del método UPD.

Para obtener el valor de U_e como una estimación del valor de U en las coordenadas P_e perteneciente a G , entonces se define el vector $[E]$.

$$[E] = [d_{P_e P_1}^q \quad d_{P_e P_2}^q \quad \dots \quad d_{P_e P_m}^q] \quad (5)$$

También se determina el vector $[L]$ resolviendo el sistema $[A][L] = [U]$. Entonces la expresión para estimar U_e se define por:

$$U_e = UPD(P_e) = [L][E] + \varepsilon(P_e) \quad (6)$$

Equivalente a:

$$U_e = \sum_{i=1}^m L_i d_{P_e P_i}^q + \varepsilon(P_e) \quad (7)$$

Puede notarse que el nombre de Método UPD proviene del hecho de que la variable dependiente U se estima como combinación lineal de Potencias de las Distancias (PD) y constituye una familia de interpoladores exactos basada en las variaciones de sus parámetros q , δ y $\varepsilon(P)$.

2.4. Un criterio para evaluar la eficacia del método UPD

Siguiendo el planteamiento de Legrá-Lobaina, Guilarte-Noa y Guevara-Pérez (2015), a partir de los datos de la red R_1 (en este caso R_1 es el conjunto de datos W con $m=78$ puntos) se estima por el método UPD, para los valores escogidos de q , δ y ε , el valor de cada magnitud U de interés (L , Ni , Fe y Co) en los puntos P_i de la red R_3 , de manera que se obtiene el conjunto G con 1 262 puntos.

Considerando los valores de cada variable dependiente U en R_3 y los correspondientes resultados obtenidos en G se calculan los errores absolutos relativos de los valores estimados $UPD(P_i)$, respecto a los valores medidos U_i , expresados porcentualmente y denominados V_{MERi} (Miller, Freund & Johnson 2005), tal como se muestra en la ecuación 8:

$$V_{MERi} = 100 \frac{|U_i - UPD(P_i)|}{|U_i|} \quad (8)$$

A continuación para cada variable se cuentan las frecuencias de aparición de valores "buenos" ($V_{MER} \leq 30$), "regulares" ($30 < V_{MER} \leq 66$) y "malos" ($V_{MER} > 66$).

Si se realiza este procedimiento para diferentes combinaciones de los valores de q , δ y ε entonces se considera mejor variante aquella donde la suma de valores buenos sea mayor (aunque otros criterios pudieran ser considerados).

2.5. Optimización combinatoria del método UPD (OC-UPD)

El problema de optimización que se plantea es el siguiente:

¿Cómo escoger los valores de los parámetros q , δ y ε para maximizar los valores buenos de V_{MER} al realizar un procedimiento de estimación de los puntos de la red R_3 a partir de los datos de la red R_1 ?

Para resolver este problema, planteado para valores continuos de q , δ y ε , puede establecerse un espacio discreto de los valores de estos parámetros

con lo cual el problema de optimización se convierte en combinatorio (Blum & Roli 2003).

El procedimiento para obtener los valores discretos de los parámetros q , δ y ε tiene los siguientes pasos:

1. Establecer los intervalos de valores posibles de cada parámetro:

- $[q_{\min} ; q_{\max}]$
- $[\delta_{\min} ; \delta_{\max}]$
- $[\varepsilon_{\min} ; \varepsilon_{\max}]$

2. Establecer para cada parámetro los valores posibles:

- $q_1 = q_{\min}, q_2, q_3, \dots, q_{kq} = q_{\max}$
- $\delta_1 = \delta_{\min}, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_{k\delta} = \delta_{\max}$
- $\varepsilon_1 = \varepsilon_{\min}, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \dots, \varepsilon_{k\varepsilon} = \varepsilon_{\max}$

Estos valores se pueden obtener fácilmente si se definen los tamaños de cada red: n_q , n_δ y n_ε . Entonces el paso entre valores consecutivos de cada parámetro se calcula como la diferencia entre sus valores extremos dividida por el correspondiente tamaño de red.

3. Enumerar el espacio discreto de búsqueda (EDB) formado por un número n_h finito y representativo de combinaciones de valores posibles de q , δ y ε .

En la Tabla 2 se muestran los valores de los parámetros para obtener una red discreta para el caso de estudio que se investiga.

Tabla 2: Valores de los parámetros para obtener una red discreta

Variable	L	Ni	Fe	Co
q_{\min}	0,1	0,1	0,1	0,1
q_{\max}	5,1	5,1	5,1	5,1
n_q	501	501	501	501
δ_{\min}	0	0	0	0
δ_{\min}	16	16	16	16
n_δ	17	17	17	17
ε_{\min}	L_{\min}	Ni_{\min}	Fe_{\min}	Co_{\min}
ε_{\max}	L_{\max}	Ni_{\max}	Fe_{\max}	Co_{\max}
n_ε	51	51	51	51

Nótese que en cada caso se tienen 434 367 combinaciones posibles de las cuales se consideran factibles aquellas donde existe la matriz $[A]^{-1}$.

2.6. Método exhaustivo para resolver OC-UPD

Sin perder generalidad se describe a continuación un método exhaustivo (Parberry 2001) para obtener la malla óptima para una función objetivo $\Psi(q, \delta, \varepsilon)$ que debe maximizarse, tal que se cumplan las restricciones $\xi_h(q, \delta, \varepsilon)$, $h=1, \dots, n_h$. Tiene los siguientes pasos:

1. Fijar un valor no óptimo extremo para η , posible óptimo de Ψ .
2. Para cada combinación de EDB:
 - a. Comprobar que se cumplen las restricciones $\xi_h(q, \delta, \varepsilon)$, $h=1, \dots, n_h$. Si así fuera:
 - b. Calcular el valor Ψ^* de la función objetivo para la combinación que se prueba.
 - c. Si $\Psi^* > \eta$ entonces se tiene un nuevo valor máximo $\eta = \Psi^*$ de la función objetivo que se guarda junto a la tríada $(q; \delta; \varepsilon)$ que la origina.
3. Al finalizar se informan los resultados.

Si se trata de minimizar la función objetivo entonces se hacen las variaciones correspondientes en el método.

En el caso de estudio de la presente investigación, para todas las variables se propuso que el valor inicial de η sea: -100.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Algunos resultados obtenidos al aplicar el método UPD

Tomando $q=1$; $\delta=0$ y $\varepsilon=1,187$ y considerando como datos la red R_1 , el modelo UPD de la magnitud N_i tiene como ecuación 7 a la expresión:

$$N_i = (-0,000676808194672745) d_{1e} + (0,00352346414697857) d_{2e} + (0,00452864807902448) d_{3e} + (0,00229969563085957) d_{4e} + (-0,00216259793425248) d_{5e} + (0,00346559748253815) d_{6e} + (-0,00111829514729021) d_{7e} + (-0,00304310027880771) d_{8e} + (-0,000470189823745994) d_{9e} + (0,0099285067485336) d_{10e} + (-0,022702509498776) d_{11e} + (-0,00440745235680873) d_{12e} + (0,00581737522707372) d_{13e} + (-0,00720591633414236) d_{14e} + (0,00567613008922743) d_{15e} + (0,00677792724990328) d_{16e} + (-0,00606992613266686) d_{17e} + (-0,0030381284475939) d_{18e} + (0,0139745266164271) d_{19e} + (0,00364466211279109) d_{20e} + (-0,00198327796214088) d_{21e} + (0,00096771929514091) d_{22e} + (0,00246171212185484) d_{23e} + (-0,00983146619749909) d_{24e} + (-0,0105096623224632) d_{25e} + (-0,00565632000227112) d_{26e} +$$

$$\begin{aligned}
 &(0,00373916948896927) d_{27e} + (-0,00701469261708321) d_{28e} + \\
 &(-7,43351653887535E-6) d_{29e} + (-0,00658889663141307) d_{30e} + \\
 &(0,00855414859865287) d_{31e} + (-0,00917748372393035) d_{32e} + \\
 &(0,0196544862886943) d_{33e} + (0,00246862847362692) d_{34e} + \\
 &(0,00418175307576178) d_{35e} + (0,00680058031966742) d_{36e} + \\
 &(0,007919159767337) d_{37e} + (-0,00746590673028834) d_{38e} + \\
 &(0,0124697809604037) d_{39e} + (-0,005465732949459) d_{40e} + \\
 &(0,0048950906992173) d_{41e} + (-0,0169515730853729) d_{42e} + \\
 &(0,00358930871320331) d_{43e} + (0,00436522399070991) d_{44e} + \\
 &(-0,0112912281527797) d_{45e} + (-0,0037334366237322) d_{46e} + \\
 &(0,00278037583020529) d_{47e} + (-0,0026462866517283) d_{48e} + \\
 &(-0,00146046906040597) d_{49e} + (-0,0027030276809102) d_{50e} + \\
 &(0,00777566543206475) d_{51e} + (0,00376999538864651) d_{52e} + \\
 &(-0,0046515351971991) d_{53e} + (0,00340596647328741) d_{54e} + \\
 &(-0,00292141133897384) d_{55e} + (0,0026462162889801) d_{56e} + \\
 &(-0,00545157995435395) d_{57e} + (0,0044620186135147) d_{58e} + \\
 &(-0,0053511640592785) d_{59e} + (-0,0016437652321483) d_{60e} + \\
 &(-0,0048286730760322) d_{61e} + (0,00529213450762795) d_{62e} + \\
 &(-0,0030855276498385) d_{63e} + (0,0052340108402144) d_{64e} + \\
 &(-5,84346760984788E-5) d_{65e} + (0,00786924649454743) d_{66e} + \\
 &(-0,00737086283546257) d_{67e} + (0,0177687723318212) d_{68e} + \\
 &(-0,00617454588148114) d_{69e} + (0,0045219120973486) d_{70e} + \\
 &(0,0014812676865696) d_{71e} + (-0,00396730880746735) d_{72e} + \\
 &(0,00252705039617375) d_{73e} + (-0,0025407637108889) d_{74e} + \\
 &(-0,0072396278851517) d_{75e} + (0,00012678793722874) d_{76e} + \\
 &(0,00324472662688799) d_{77e} + (-0,0056135255513148) d_{78e} + \\
 &1,187
 \end{aligned}$$

A modo de ilustración, en la Figura 1 se muestra mediante un gráfico de isofranjas el comportamiento de las estimaciones y en la Figura 2 se expone un gráfico de barras con las frecuencias de V_{MER} .

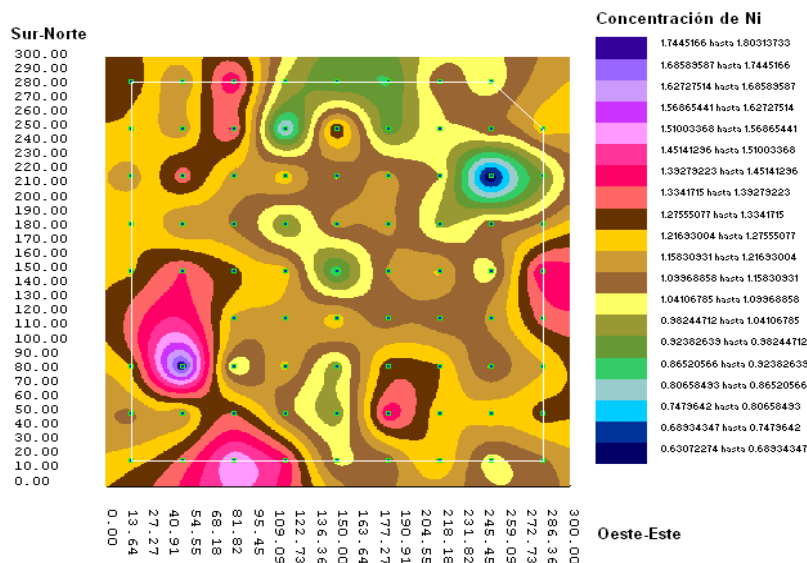


Figura 1. Modelación de Ni dentro de la frontera de R_3 .

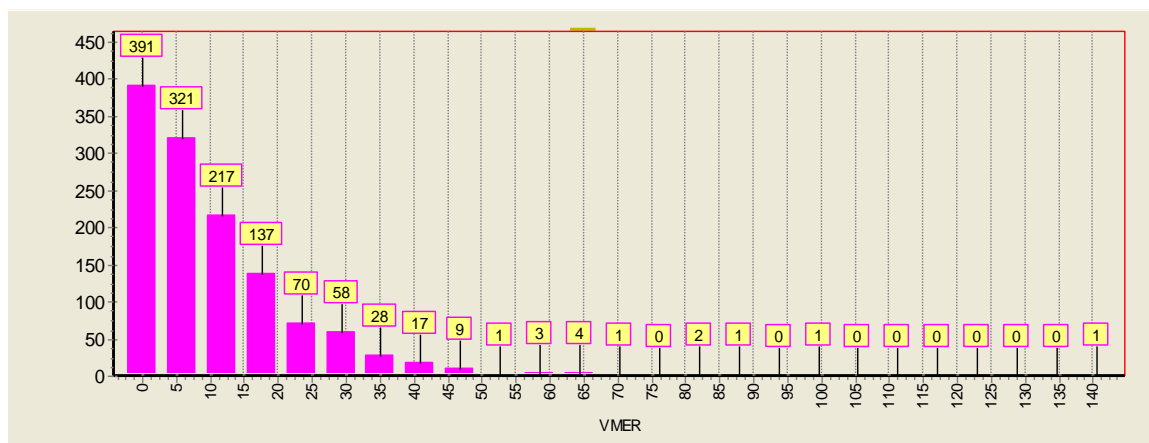


Figura 2. Frecuencias de los valores V_{MER} en el modelo de Ni.

3.2. Resultados obtenidos al optimizar

Después de aplicar el método exhaustivo al espacio de búsqueda definido para cada variable se obtuvieron resultados coherentes que se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Resultados de buenas, regulares y malas después de aplicar el método exhaustivo para obtener los valores de q , δ y ϵ donde se alcanza la mayor cantidad de estimaciones buenas

Variable	L	Ni	Fe	Co
q_{opt}	2,4	0,27	0,1	0,13
δ_{opt}	4	0	0	0
ϵ_{opt}	13,2	1,595	16,76	0,0959
$\eta =$ Buenas	881	1 154	1 246	884
Regulares	251	100	14	313
Malas	130	8	2	65

Agregando los valores óptimos a la Tabla 7 del trabajo de Legrá-Lobaina, Atanes-Beatón y Silva-Diéguez (2016) se obtiene la Tabla 4, que permite visualizar la eficacia de los cinco métodos de estimación que se han estudiado.

Tabla 4. Frecuencias de resultados malos, regulares y buenos para las variables L, Ni, Fe y Co

Variable	Resultado			
	Método	Malos	Regulares	Buenos
L	K	134	268	860 (68,15 %)
	ID	146	265	851 (67,43 %)
	FBR	126	272	864 (68,46 %)
	MPL	152	248	862 (68,30 %)
	UPD _{opt}	130	251	881 (69,81 %)
Ni	K	9	118	1 135 (89,94 %)
	ID	10	106	1 146 (90,81 %)
	FBR	9	125	1 128 (89,38 %)
	MPL	13	108	1 141 (90,41 %)
	UPD _{opt}	8	100	1 154 (91,44 %)
Fe	K	3	111	1 148 (90,97 %)
	ID	2	47	1 213 (96,12 %)
	FBR	5	138	1 119 (88,69 %)
	MPL	10	68	1 184 (93,82 %)
	UPD _{opt}	2	14	1 246 (98,73 %)
Co	K	81	338	843 (66,80 %)
	ID	79	329	854 (67,67 %)
	FBR	119	413	730 (57,85 %)
	MPL	134	307	821 (65,06 %)
	UPD _{opt}	65	313	884 (70,05 %)

En la Tabla 4 puede observarse que aun cuando el método UPD_{opt} proporciona mejores resultados, estos no son ostensiblemente superiores a los obtenidos por otros métodos. Es más lógico pensar que la calidad de cualquier modelación de una variable está más relacionada con su variabilidad.

3.3. Comparación de los resultados estadísticos obtenidos por cinco métodos

A partir de los resultados del presente trabajo y del producto de los estudios de algunos investigadores (Legrá-Lobaina, Guilarte-Noa y Guevara-Pérez 2015; Legrá-Lobaina, Quevedo-Mejías & Pupo-Mulgado 2015; Legrá-Lobaina, Atanes-Beatón & Silva-Diéguez 2016), la Tabla 5 resume los parámetros estadísticos básicos de los valores de los errores absolutos relativos en % para los métodos de kriging (K), inverso del cuadrado de la

distancia (ID), funciones básicas radiales según el modelo multicuadrático (FBR), método de polinomios lineales (MPL) y UPD óptimo, tal como se ha explicado en la presente investigación.

Tabla 5. Resumen de los parámetros estadísticos obtenidos por cinco métodos para las variables L, Ni, Fe y Co (agrupados por variable)

Variable	Modelo	Parámetros estadísticos				
		Mínimo	Máximo	Media aritmética	Desviación estándar	Coefficiente de variación
L	K	0	696,25	28,72	36,62	1,38
	ID	0	668,27	29,33	40,13	1,36
	FBR (MC)	0	734,33	28,26	38,72	1,37
	MPL	0,0004 6	683,25	28,096	36,12	1,29
	UPD _{opt}	0	757,58	28,277	39,34	1,39
Ni	K	0	138,84	13,52	13,09	0,96
	ID	0	144,32	13,14	13,03	0,99
	FBR (MC)	0	133,5	14,02	13,47	0,96
	MPL	0,029	138,74	13,62	12,77	0,94
	UPD _{opt}	0	145,45	12,897	12,69	0,984
Fe	K	0	94,77	12,96	11,81	0,91
	ID	0	90,47	11,83	9,52	0,81
	FBR (MC)	0	105,65	13,66	12,86	0,94
	MPL	0,0201	149,42	13,06	11,97	0,92
	UPD _{opt}	0	92,84	11,169	8,254	0,739
Co	K	0	891,02	27,24	40,91	1,5
	ID	0	926,69	27,21	42,62	1,57
	FBR (MC)	0	1 169,31	32,86	53,16	1,62
	MPL	0,047	1 044,69	31,48	51,51	1,64
	UPD _{opt}	0	838,995	25,996	39,29	1,51

El análisis básico de los resultados que se muestran en la Tabla 5 indica que el método UPD_{opt}, respecto a la media aritmética y a la desviación estándar, presenta resultados semejantes a los demás, quizás ligeramente superiores para Ni, FE y Co.

4. CONCLUSIONES

- Los resultados obtenidos permiten afirmar que el método UPD es capaz de estimar eficientemente las magnitudes L, Ni, Fe y Co.
- La calidad de los resultados obtenidos por el método UPD lo equipara con la calidad de los otros cuatro métodos estudiados.
- La Tablas 4 y 5 muestran que a pesar de que en particular algunos métodos proporcionan mejores o peores resultados, los valores porcentuales de estimar dependen más de la variabilidad de cada magnitud modelada (Tabla 1) que de la elección del método. Sin embargo, la elección del método y sus correspondientes parámetros es un recurso metodológico que no puede obviarse porque permite refinar y confirmar la calidad de la modelación.
- En el caso de que no se tengan disponibles redes de muestreo densificadas para optimizar la selección de modelos se puede acudir a criterios basados en minimizar los errores de estimación o aplicar el método de validación cruzada reportado en 1998 por Deutsch y Journel.

5. REFERENCIAS

- BLUM, A. & ROLI, A. 2003: Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM Computing Surveys* 35(3): 268–308. Consultado: 3 octubre 2014. Disponible en: <http://kursinfo.himolde.no/forskningsgrupper/optimering/phdkurs/Metaheuristics%20in%20Combinatorial%20Optimization.pdf>.
- BRONSHTAIN, I. N.; SEMENDYAYEV, K. A.; MUSIOL, G. & MÜHLIG, H. 2007: *Handbook of Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin, 1163 p.
- CUADOR-GIL, J. Q. 2005: Estudios de estimación y simulación geoestadística para la caracterización de parámetros geólogo-industriales en el yacimiento laterítico Punta Gorda. *Minería y Geología* 21(4): 1-48.
- DEUTSCH, C. V. & JOURNEL, A. G. 1998: *GSLIB: Geoestatistical software library and User's Guide*. Oxford University Press, New York, 369 p.
- FRANKE, R. & NIELSON, G. 1980: Smooth Interpolation of Large Sets of Scattered Data. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 15: 1691-1704. Consultado: 28 mayo 2015. Disponible en: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/nme.1620151110/epdf>
- HILLIER, M. J.; SCHETSELAAR, E. M.; DE KEMP, E. A. & PERRON, G. 2014: Three-dimensional modelling of geological surface using generalized interpolation with Radial Basis Function. *Mathematical Geosciences* 46(8): 931-953.

- LEGRÁ-LOBAINA, A. A. 2015: Método UPD-L para estimar valores de una variable geomínica medidos en un conjunto de puntos de R^n . *Minería y Geología* 31(1): 1-12.
- LEGRÁ-LOBAINA, A. A.; GUILARTE-NOA, A. M. & GUEVARA-PÉREZ, T. 2015: Evaluación de modelos de variables geo-tecnológicas en un bloque de un yacimiento laterítico cubano: Primera parte: Kriging e Inverso de la Distancia. *Minería y Geología* 31(1): 29-51.
- LEGRÁ-LOBAINA, A. A.; CABALLERO-NUÑEZ, J. L. & JIMÉNEZ-ROCHE, K. 2015: Evaluación de modelos de variables geo-tecnológicas en un bloque de un yacimiento laterítico cubano: Segunda parte: Influencia de la densidad de la red de muestreo en el variograma. *Minería y Geología* 31(2): 1-20.
- LEGRÁ-LOBAINA, A. A.; QUEVEDO-MEJÍAS, R. & PUPO-MULGADO, M. 2015: Evaluación de modelos de variables geo-tecnológicas en un bloque de un yacimiento laterítico cubano: Tercera parte: Funciones Básicas Radiales. *Minería y Geología* 31(3): 11-25.
- LEGRÁ-LOBAINA, A. A.; ATANES-BEATÓN, D. M. & SILVA-DIÉGUEZ, O. R. 2016: Evaluación de modelos de variables geo-tecnológicas en un bloque de un yacimiento laterítico cubano: Cuarta parte: Método de Polinomios Locales. *Minería y Geología* 32(3): 11-25.
- MARTÍNEZ-VARGAS, A. & PÉREZ-MELO, N. 2006: ¿Cuál es el mejor método para estimar variables en yacimientos lateríticos de níquel y cobalto? *Minería y Geología* 22(3): 1-21.
- MILLER, I.; FREUND, J. & JOHNSON, R. 2005: Probabilidades y Estadísticas para ingenieros. Volumen I y II de la Cuarta Edición. Prentice-Hall Hispanoamericana S.A., México, 624 p.
- PARBERRY, I. 2001: *Lecture notes on algorithm analysis and computational complexity*. Fourth Edition. Department of Computer Sciences, University of North Texas, USA. Consultado: 20 julio de 2016. Disponible en: <http://hercule.cssi.unt.edu/ian/books/free/license.html>.
- VICTORIA-NICOLÁS, M. 2006: *Optimización de forma y topología con malla fija y algoritmos genéticos*. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Cartagena. Consultado: 17 septiembre 2015. Disponible en: <http://www.upct.es/~deyc/tesis/tesisMVN.pdf>

Aristides Alejandro Legrá Lobaina, alegra@ismm.edu.cu

Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Auxiliar. Departamento de Matemáticas.
Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa.

Aliet Lamorú Reyes, alamoru@ismm.edu.cu

Licenciado en Ciencia de la Computación. Profesor Asistente. Departamento de Matemáticas.
Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa.

Alexei Cala Hinojosa, acala@ismm.edu.cu

Ingeniero Informático. Instructor. Departamento de Matemáticas.
Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa.