

Caracterización reológica de pulpas de cieno carbonatado (Parte II): evidencias del comportamiento de Herschel-Bulkley

Rheological Characterization of Carbonate Sludge Slurries (Part II): Evidence of Herschel-Bulkley Behavior

Rodney Martínez-Rojas^{1*}, Arístides Alejandro Legrá-Lobaina¹, Leonel Rafael Garcell-Puyans², Gabriel Hernández-Ramírez³, Héctor Luis Laurencio-Alfonso⁴, Jorge Luis Reyes-de la Cruz¹, Gerardo Ruiz-Chavarría⁵, Yoalbys Retirado-Mediaceja^{1,6*}

¹Universidad de Moa (UMoa), Holguín, Cuba

²Universidad de Oriente (UO), Santiago, Cuba

³Universidad de Holguín (UHo), Holguín, Cuba

⁴Universidad Técnica de Cotopaxi (UTC), Latacunga, Ecuador

⁵Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), Ciudad de México, México

⁶Academia de Ciencias de Cuba (ACC), Sección de Ciencias Técnicas, La Habana, Cuba

*Autores para la correspondencia: rmartinez@ismm.edu.cu; yretirado@ismm.edu.cu

Resumen

La caracterización reológica de las pulpas de cieno carbonatado es esencial para el diseño y optimización de sistemas de transporte por tuberías en la industria minero-metalúrgica cubana. Estudios previos han clasificado estas suspensiones como plásticos de Bingham basándose en rangos limitados de velocidad de deformación (16 s^{-1} - 300 s^{-1}). Esta investigación presenta una caracterización reológica actualizada utilizando el modelo de Herschel-Bulkley, que consideró comportamiento post-cedencia no lineal en un espectro más amplio de velocidades de deformación (10 s^{-1} - 650 s^{-1}). Mediante un análisis experimental de 63 muestras, con concentraciones de sólidos (C) entre 17 % y 50 %, valores de pH entre 7,71 y 8,52, e índices de polidispersidad (s) de 0,713 a 0,985, se demostró que el modelo de Herschel-Bulkley proporciona un ajuste superior ($R^2 > 0,99$) en comparación con el modelo de Bingham ($R^2 \leq 0,98$). El esfuerzo de fluencia (τ_0) exhibió una dependencia exponencial, en relación a la concentración de sólidos, con una transición crítica alrededor del 30 %, mientras que el pH mostró una influencia asintótica aproximándose al punto de carga cero (p.c.c). Desde el

punto de vista práctico, el uso del modelo de Bingham sobreestima la pérdida de carga entre un 13 % y 41 % (a 30 % y 50 % de sólidos) respecto al modelo de Herschel-Bulkley, lo que implica un sobredimensionamiento de bombas y un consumo energético superior al real. Las correlaciones empíricas desarrolladas [τ_0 , K , n , $\mu_a = f(C, pH, s)$] permiten estimar con error < 4,4 % los parámetros reológicos en condiciones operativas típicas de la empresa niquelífera "Comandante Pedro Sotto Alba".

Palabras clave: cieno carbonatado, comportamiento reológico, modelo de Bingham, modelo de Herschel-Bulkley

Abstract

The rheological characterization of carbonated sludge pulps is essential for the design and optimization of pipeline transport systems in the Cuban mining-metallurgical industry. Previous studies have classified these suspensions as Bingham plastics based on limited shear rate ranges ($16 \text{ s}^{-1} - 300 \text{ s}^{-1}$). This research presents an updated rheological characterization using the Herschel-Bulkley model, which accounts for nonlinear post-yield behavior over a broader shear rate spectrum ($10 \text{ s}^{-1} - 650 \text{ s}^{-1}$). Through an experimental analysis of 63 samples with solid concentrations (C) between 17 and 50 %, pH values ranging from 7,71 to 8,52, and polydispersity indices (s) from 0,713 to 0,985; it is demonstrated that the Herschel-Bulkley model provides a superior fit ($R^2 > 0,99$) compared to the Bingham model ($R^2 \leq 0,9823$). The yield stress (τ_0) exhibits an exponential dependence on solid concentration with a critical transition around 30 %, while pH shows an asymptotic influence approaching the point of zero charge. From a practical standpoint, using the Bingham model overestimates the head loss by 13 % to 41 % (at 30 % and 50 % solids) relative to the Herschel-Bulkley model, which implies pump oversizing and higher-than-actual energy consumption. The developed empirical correlations [τ_0 , K , n , $\mu_a = f(C, pH, s)$] allow estimation of rheological parameters under typical operating conditions of the "Comandante Pedro Sotto Alba" Nickel Company with an error of < 4,4%.

Keywords: carbonate sludge pulps, rheological behavior, Bingham model, Herschel-Bulkley model

1. INTRODUCCIÓN

El transporte hidráulico de suspensiones minerales es fundamental en las industrias minera, metalúrgica y química. La eficiencia del transporte por tuberías determina directamente los costos operativos y la viabilidad económica de estos procesos (Wilson *et al.*, 2020; Visintainer *et al.*, 2023).

Para diseñar bombas, tuberías y sistemas de control, es imprescindible conocer con precisión el comportamiento reológico de la suspensión, es decir, cómo varía su resistencia al flujo con la velocidad de deformación.

En la empresa "Comandante Pedro Sotto Alba" (Moa, Cuba), las pulpas de cieno carbonatado ($\text{CaCO}_3 > 85 \%$) se utilizan como agentes neutralizantes en la lixiviación ácida a presión. Estas suspensiones se transportan por tuberías hasta la planta de neutralización, y su reología influye directamente en el dimensionamiento de bombas, el consumo energético y la confiabilidad operativa (Pérez-García *et al.*, 2010; Coussot, 2014). Una caracterización reológica inexacta puede conducir a sobredimensionamiento de equipos, o peor aún, a taponamientos por excesiva sedimentación y paradas no programadas.

Tradicionalmente, el modelo de Bingham ($\tau = \tau_0 + \mu_p \cdot \dot{\gamma}$) ha sido el más utilizado para describir suspensiones minerales concentradas, por su simplicidad matemática (Slatter, 1997). Sin embargo, investigaciones recientes demuestran que, para suspensiones con distribuciones amplias de tamaño de partículas e interacciones coloidales, el comportamiento post-cedencia es inherentemente no lineal (Mityukov *et al.*, 2021; Derakhshan *et al.*, 2023). El modelo de Herschel-Bulkley ($\tau = \tau_0 + K \cdot \dot{\gamma}^n$) incorpora esta no linealidad mediante el índice de flujo n , permitiendo caracterizar fluidos pseudoplásticos ($n < 1$) o dilatantes ($n > 1$) (Chhabra y Richardson, 2008; Coussot, 2014; Carravetta *et al.*, 2020; Wagner *et al.*, 2021). Diversos estudios confirman su superioridad sobre modelos más simples para suspensiones concentradas (Whorton *et al.*, 2025; Yusufi *et al.*, 2025).

No obstante, la caracterización específica de las pulpas de cieno carbonatado de Moa presenta vacíos importantes. En un estudio previo se clasificaron estas suspensiones como plásticos de Bingham, pero basándose en rangos experimentales estrechos ($50 \text{ s}^{-1} - 400 \text{ s}^{-1}$) y sin considerar adecuadamente la influencia del pH y la polidispersidad (Martínez-Rojas y Hernández-Ramírez, 2015). Estudios posteriores han evidenciado desviaciones sistemáticas respecto al modelo de Bingham y han señalado la necesidad de enfoques más precisos que abarquen rangos operativos extendidos (Hernández-Ramírez *et al.*, 2016). En particular, se desconoce cómo se comporta la pulpa a velocidades de deformación bajas ($\dot{\gamma} < 50 \text{ s}^{-1}$) y altas ($\dot{\gamma} > 400 \text{ s}^{-1}$), así como la interacción entre la concentración de sólidos, el pH (que varía entre 7,7 y 8,5 en operación normal) y la polidispersidad natural del sólido.

El objetivo de este estudio es desarrollar una caracterización reológica actualizada de la pulpa de cieno carbonatado como fluido de Herschel-Bulkley,

superando la clasificación previa de Bingham. Específicamente, se propone: (1) determinar experimentalmente las curvas de flujo en un amplio rango de velocidades de deformación (10 s^{-1} - 650 s^{-1}) para concentraciones de sólidos (17 % - 50 %), pH (7,71-8,52) e índices de polidispersidad (0,713 - 0,985); (2) evaluar cuantitativamente la bondad de ajuste del modelo de Herschel-Bulkley frente al de Bingham mediante criterios estadísticos rigurosos (R^2 , AIC, prueba F); (3) implementar correlaciones empíricas que relacionen los parámetros de Herschel-Bulkley (τ_0 , K, n) y la viscosidad aparente (μ_a) con las variables operativas medibles en planta (C, pH, s).

Esta caracterización proporcionará una base sólida para el diseño optimizado de sistemas de transporte en la industria cubana del níquel y en aplicaciones similares con suspensiones carbonatadas.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Caracterización del material sólido y la pulpa

La pulpa de cieno carbonatado proviene de sedimentos marinos biogénicos de la bahía de Moa (Holguín-Cuba), compuestos predominantemente por CaCO_3 de origen coralino (calcita y aragonito) con impurezas menores (sílice 3 % - 5 %, materia orgánica 1 % - 2 %, sales solubles 0,5 %-1,0 %). Este material actúa como agente neutralizante en la lixiviación ácida a presión en la empresa "Comandante Pedro Sotto Alba", elevando el pH del licor de 1,4-1,6 al rango óptimo de 2,4-2,6 para la precipitación selectiva de níquel y cobalto (Castellanos *et al.*, 2011). La pulpa se beneficia mediante molienda húmeda, clasificación y lavado para reducir cloruros por debajo de 600 ppm—requisito crítico para prevenir la corrosión (Estrada *et al.*, 2007, Hernández-Rodríguez *et al.*, 2015), luego se espesa hasta 35 %-45 % de sólidos y se bombea ~5 km por tubería de acero hasta la Planta de Neutralización de la mencionada entidad. La Tabla 1 compara las características fisicoquímicas de la pulpa entre especificaciones de proceso y mediciones reales.

Tabla 1. Características fisicoquímicas de las pulpas de cieno carbonatado

Parámetro	Unidad	Especificación del proceso	Valores obtenidos
Densidad de la pulpa	kg/m ³	1320-1400	1310-1412
Densidad del sólido	kg/m ³	2410-2580	2476
Concentración de sólidos	%	35-48	17-50
Temperatura	°C	28,7	27,3
Carbonato de calcio	%	≥87	85,5-90,3
pH	...	8-9	7,71-8,52
Contenido de cloruros	ppm	500-600	397-503

2.2. Variables operativas que influyen en el comportamiento reológico de la pulpa

2.2.1. Concentración de sólidos (C)

La concentración de sólidos es una variable principal que influye en la reología de suspensiones: al incrementar las partículas, las interacciones interparticulares se intensifican, formando redes percoladas que confieren características viscoplásticas una vez superado el umbral de percolación (Ness *et al.*, 2022). Para esta investigación se seleccionaron concentraciones que abarcan el rango operativo industrial (17,41 %; 23,86 %; 30,16 %; 35,31%; 39,90 %; 45,60 % y 49,86 %), desde el régimen diluido hasta el altamente concentrado. La concentración en peso (C) se determinó por la ecuación 1, según Martínez-Rojas *et al.* (2026).

$$C = \frac{m_s}{m_s + m_w} \times 100 \quad (1)$$

donde m_s (g) es la masa de partículas sólidas y m_w (g) es la masa de agua.

2.2.2. Grado de alcalinidad (pH)

El pH controla la densidad de carga superficial de las partículas mediante reacciones de protonación/desprotonación en la interfaz sólido-líquido. Para el carbonato de calcio, la carga superficial surge del equilibrio iónico (Ca^{2+} , CO_3^{2-} , H^+ , OH^-). El punto de carga cero (p.c.c) —pH donde la carga superficial neta se anula— determina la estabilidad coloidal (Hunter, 2001). Por debajo del p.c.c la superficie es positiva (protonación); por encima, negativa (desprotonación). La máxima atracción y floculación ocurren cerca del p.c.c, donde la repulsión electrostática se minimiza, aumentando el esfuerzo de fluencia. Con base en datos históricos de planta, se seleccionaron tres valores de pH: 7,71 (por debajo del p.c.c); 8,14 (cerca) y 8,52 (por encima). Siguiendo procedimientos estandarizados (Leong *et al.*, 1991), el ajuste se realizó con HNO_3 (0,5 mol/l) o KOH (0,15 mol/l), manteniendo constante la concentración de sólidos por serie.

2.2.3. Índice de Polidispersidad (s)

La distribución del tamaño de partículas afecta la reología de suspensiones mediante su influencia en la eficiencia de empaquetamiento, el espaciado interpartículas y las redes de cadenas de fuerza (Pérez-García & Garcell-Puyáns, 2006, 2017; Pérez-García *et al.*, 2010). Los sistemas polidispersos exhiben menor viscosidad que los monodispersos a concentraciones equivalentes, ya que las partículas más pequeñas llenan los intersticios entre las más grandes, mejorando el empaquetamiento. El índice de polidispersidad (s) se determinó mediante el modelo granulométrico de

Pérez-García (2010), ecuación 2; el cual fue validado para suspensiones lateríticas y carbonatadas (Hernández-Ramírez *et al.*, 2016):

$$Y_N = \left(\frac{D_N}{(1-B_N)D_N + B_N} \right)^s \quad (2)$$

donde $D_N = D/D_{50}$ (μm) es el diámetro normalizado, $Y_N = Y/Y_{50}$ (%) la fracción acumulada normalizada, D_{50} el diámetro mediano y B_N un parámetro libre obtenido por regresión no lineal. El índice de polidispersidad (s) cuantifica la heterogeneidad de la distribución: valores cercanos a cero ($s < 0,05$) indican distribuciones casi monodispersas, mientras que $s > 0,7$ refleja sistemas altamente polidispersos (ISO-22412, 2008). Las distribuciones se midieron con un analizador láser "Analysette 22 COMPACT" (Fritsch GmbH, Alemania; rango 0,3 μm - 300 μm) según la norma ISO-13320:2020, empleando difracción láser (diodo de 635 nm, <1 mW). Las mediciones se realizaron por triplicado con agitación mecánica, asegurando repetibilidad (RSD <3% para D_{50}).

2.3. Preparación de muestras y diseño de experimentos

2.3.1. Recolección de muestras

Se recolectaron muestras de tres puntos en la planta de preparación de pulpa: TK1 (primer sedimentador, 15 %-25 % sólidos), TK2 (segundo sedimentador, 25 %-35 % sólidos) y TK3 (tanque colector, 35 %-45 % sólidos). De cada ubicación se obtuvieron tres muestras compósitos (MC1-MC9), con concentraciones iniciales de sólidos entre 18,51 % y 46,54 % (Tabla 2).

Tabla 2. Concentraciones iniciales de sólidos de las muestras recolectadas

Punto de muestreo	Muestra	Concentración de sólidos (%)
TK1	MC1	18,51
TK1	MC2	24,37
TK1	MC3	21,58
TK2	MC4	33,61
TK2	MC5	38,13
TK2	MC6	36,23
TK3	MC7	38,94
TK3	MC8	41,28
TK3	MC9	46,54

2.3.2. Preparación de muestras para concentraciones objetivo

Para alcanzar las concentraciones experimentales deseadas (17 %; 24 %; 30 %; 35 %, 40 %; 45 % y 50 %), las muestras iniciales se modificaron mediante sedimentación y dilución. La concentración del 50 % se obtuvo de la muestra MC9 sedimentada 30 min con extracción de sobrenadante hasta 49,86 %. Las muestras MC8 y MC9 se concentraron o diluyeron para alcanzar 40 %-45 %; la MC6 (36,23 % original) se diluyó para 30 %-35 %; y las MC1-MC4 se diluyeron para 17 %-24 %. Cada concentración objetivo se preparó por triplicado, produciendo 21 muestras primarias (siete concentraciones \times tres réplicas), según protocolos que recomiendan mediciones repetidas para asegurar reproducibilidad (ASTM D2196). Para cada muestra primaria, el pH se ajustó a tres niveles (7,71; 8,14; 8,52) con HNO₃ o KOH, procedimiento estándar en suspensiones minerales (Leong *et al.*, 1991), resultando 63 muestras experimentales. El índice de polidispersidad (s) se midió después del ajuste de pH.

2.4. Mediciones de las propiedades reológicas

2.4.1. Equipos

Las mediciones reológicas se realizaron con dos viscosímetros rotacionales complementarios. El primero fue un reómetro HAAKE VT 550 (Thermo Fisher Scientific, Alemania), de velocidad de deformación controlada tipo Searle con cilindros coaxiales SV DIN, utilizado para velocidades de deformación de 10 s⁻¹ a 650 s⁻¹ (rango principal de interés industrial). La secuencia empleó una rampa de velocidad angular decreciente con conversión automática de par y velocidad a esfuerzo y velocidad de deformación. El segundo fue un viscosímetro Brookfield DVELV (AMETEK, EE.UU.), usado a bajas velocidades (0,06 s⁻¹ -20 s⁻¹) para evaluar el esfuerzo de fluencia y efectos de deslizamiento en la pared. Dado que la superficie lisa de la sonda SV DIN puede promover deslizamiento a bajos esfuerzos, se realizaron mediciones comparativas con superficies rugosas (husillos con papel de lija) para cuantificar este fenómeno (Hopmann *et al.*, 2025), cuya cuantificación es esencial para una caracterización precisa en fluidos con esfuerzo de fluencia (Geri *et al.*, 2024).

2.4.2. Protocolo de medición

El protocolo de medición siguió las recomendaciones para suspensiones concentradas. La temperatura se controló dentro de $\pm 0,5$ °C para minimizar efectos sobre la viscosidad. Se utilizaron nueve velocidades de deformación en orden decreciente para mitigar la sedimentación durante la medición (ASTM D2196-10). Para asegurar la repetibilidad, se realizaron tres réplicas por punto (ASTM D2196), aumentando a diez réplicas a bajas velocidades

($\dot{\gamma} < 20 \text{ s}^{-1}$) debido a la mayor variabilidad en esta región, consistente con la necesidad de precisión en fluidos no newtonianos.

2.4.3. Evaluación del deslizamiento en la pared

Para evaluar los efectos de deslizamiento en la pared, se realizaron mediciones comparativas con husillos lisos y rugosos. En las mediciones con superficie rugosa, se adhirió papel de lija (grano P120) al husillo, aumentando el radio efectivo en $\Delta r = 0,45 \text{ mm}$, procedimiento económico y efectivo para suprimir el deslizamiento en la pared (Minale, 2013; Carotenuto *et al.*, 2015; Abbasi Moud *et al.*, 2021). El uso de superficies rugosas es particularmente relevante en suspensiones minerales, donde el deslizamiento está relacionado con fenómenos tixotrópicos y depende críticamente de la rugosidad superficial (Piette *et al.*, 2024). Se aplicó corrección del esfuerzo cortante según la ecuación 3, considerando el incremento del radio efectivo por la capa de papel de lija.

$$\tau = \frac{M}{2\pi H(r+\Delta r)^2} = \frac{M}{2\pi H r^2} \cdot \frac{1}{(1+\Delta r/r)^2} \quad (3)$$

donde M (Nmm) es el par medido, H (mm) es la altura del husillo y r (mm) es el radio nominal del husillo.

2.5. Ajuste del modelo de Herschel-Bulkley

Para ajustar el modelo de Herschel-Bulkley ($\tau = \tau_0 + K\dot{\gamma}^n$) a los pares ordenados (γ_i, τ_i), se siguió un procedimiento iterativo de optimización basado en la maximización del coeficiente de correlación lineal mediante linealización del modelo al fijar el índice de flujo n . Fijado n , el modelo se linealiza como $\tau = \tau_0 + K \cdot X$ con $X = \dot{\gamma}^n$, obteniendo un coeficiente de correlación $r(n)$ que depende de n . El mejor ajuste corresponde al valor de n que maximiza $r(n)$, es decir, aquel más cercano a 1. Para los datos de esta investigación, al calcular $r(n)$ para n en $[0;1]$ con paso $\delta = 0,001$, se observa que $r(n)$ presenta un máximo en dicho intervalo. El procedimiento iterativo consiste en: (1) calcular $r(n)$ en $[0;1]$ con paso 0,001, obteniendo $r_{0\text{max}}$ en $n = n_0$; (2) redefinir el intervalo como $[n_0 - 0,001; n_0 + 0,001]$ con paso $\delta_1 = 10^{-6}$; (3) obtener $r_{1\text{max}}$ en $n = n_1$; (4) repetir hasta que la diferencia entre dos valores consecutivos de r_{max} sea menor que 10^{-9} . El valor final de n_1 determina τ_0 y K mediante regresión lineal sobre el modelo transformado. Dado que el modelo de Herschel-Bulkley no es lineal en sus parámetros, no puede aplicarse directamente el método de mínimos cuadrados (Mullineux, 2008).

La viscosidad aparente a una velocidad de deformación específica se calculó mediante la ecuación 4:

$$\mu_a(\dot{\gamma}) = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \frac{\tau_0 + K\dot{\gamma}^n}{\dot{\gamma}} = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + K\dot{\gamma}^{n-1} \quad (4)$$

donde τ_0 (Pa), K (Pa·sⁿ) y n (adimensional). Para aplicaciones industriales, se seleccionó la velocidad de deformación característica de $\dot{\gamma} = 231 \text{ s}^{-1}$ (valor real del proceso productivo), correspondiente al flujo promedio en las tuberías de transporte.

2.6. Análisis estadístico y validación del modelo

2.6.1. Criterios de bondad de ajuste

Para cada modelo ajustado, se evaluaron los siguientes indicadores estadísticos: Coeficiente de determinación (R^2), Error estándar (E) y Análisis de residuos.

2.6.2. Comparación con el modelo de Bingham

Para justificar cuantitativamente la transición del modelo de Bingham al de Herschel-Bulkley, ambos se ajustaron a cada curva de flujo y se compararon utilizando dos criterios. El primero fue el criterio de información de Akaike ($AIC = 2p + n \cdot \ln(RSS/n)$), donde p es el número de parámetros, n el número de puntos y RSS la suma de cuadrados residual; valores más bajos de AIC indican mejor ajuste al penalizar parámetros adicionales. El segundo fue una prueba F para modelos anidados, dado que Bingham es un caso particular de Herschel-Bulkley (cuando $n = 1$), para determinar si el parámetro adicional n mejora significativamente el ajuste.

2.6.3. Correlaciones empíricas

Para aplicaciones de ingeniería, se desarrollaron correlaciones empíricas (Martínez-Rojas *et al.* 2026) que relacionan los parámetros de Herschel-Bulkley (τ_0 , K , n) con variables operativas (concentración de sólidos C , pH e índice de polidispersidad s) mediante regresión lineal y no lineal múltiple, según la forma general $P = f(C, pH, s)$, donde P representa τ_0 , K o n . En el presente trabajo se emplean dichas correlaciones para estimar los parámetros reológicos; adicionalmente, se obtiene la viscosidad aparente a partir de estos parámetros y de la velocidad de deformación característica del proceso.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Distribución del tamaño de partículas y polidispersidad

La Figura 1 muestra las distribuciones acumulativas del tamaño de partículas para tres muestras representativas (MC2, MC4, MC8). Todas exhiben características similares: partículas predominantemente menores de 100 μm , con diámetros medianos (D_{50}) entre 5,2 μm y 34,3 μm . Las distribuciones

indican aproximadamente 50 % de partículas del tamaño de arcilla (<3,9 μm), 40 % de limo (3,9-62,5 μm) y 10% de arena fina (62,5-100 μm).

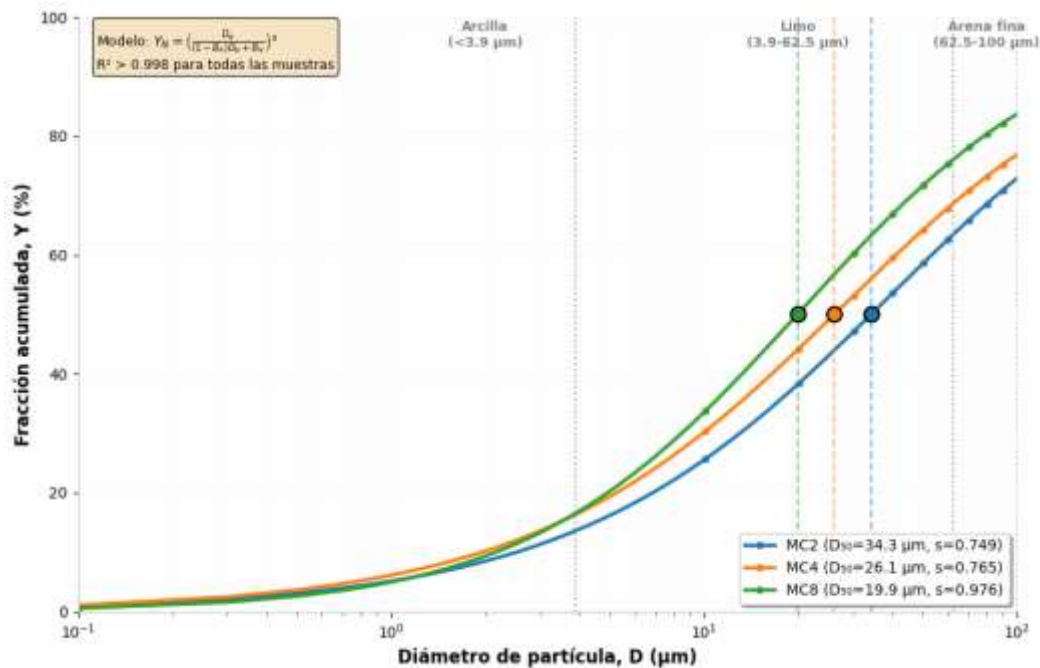


Figura 1. Distribuciones acumulativas del tamaño de partículas para muestras de pulpa de cieno carbonatado (MC2, MC4 y MC8).

El índice de polidispersidad (s) varió entre 0,749 y 0,976 (Tabla 3), valores que según ISO-22412 (2008) caracterizan sistemas altamente polidispersos ($s > 0,7$). La muestra MC8 ($s = 0,976$) presentó la distribución más estrecha (aproximándose a la monodispersidad), mientras que MC2 ($s = 0,749$) exhibió la más amplia. Esta variación influye en el comportamiento reológico a través de la eficiencia de empaquetamiento y las interacciones interparticulares (Pérez-García *et al.*, 2010, Boyer *et al.*, 2011). El modelo granulométrico propuesto por dichos autores mostró un excelente ajuste ($R^2 \geq 0,998$), validando su aplicabilidad. El parámetro s captura efectivamente las características de distribución que afectan las propiedades de flujo.

Tabla 3. Parámetros del modelo granulométrico e índices de polidispersidad

Muestra	D ₅₀ (μm)	B _N	s	R ²
MC2	34,255	0,601	0,749	0,998
MC4	26,111	0,582	0,765	0,998
MC8	19,904	0,512	0,976	0,999

3.2. Curvas de flujo y comportamiento reológico

3.2.1. Influencia de la concentración de sólidos

La Figura 2 muestra las curvas de flujo (τ vs. $\dot{\gamma}$) para pulpas de cieno carbonatado a siete concentraciones de sólidos (17 % -50 %), pH constante de 8,14 e índices de polidispersidad variables según la muestra.

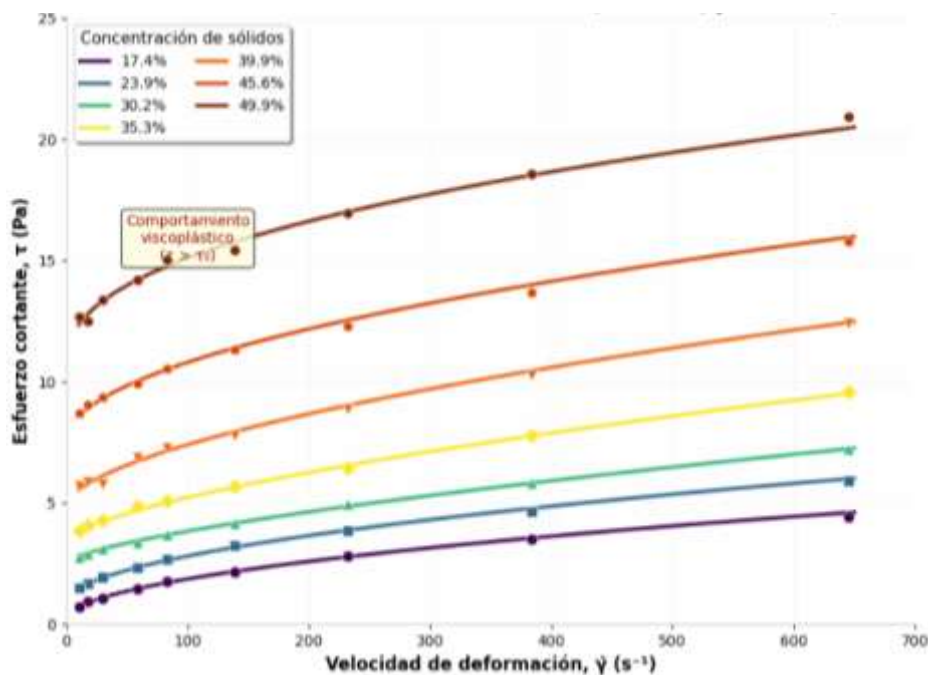


Figura 2. Curvas de flujo de pulpas de cieno carbonatado a diferentes concentraciones de sólidos ($T = 28\text{ }^{\circ}\text{C}$, $\text{pH} = 8,14$). Las líneas continuas representan ajustes de Herschel-Bulkley.

Todas las curvas exhiben comportamiento viscoplastico: un esfuerzo de fluencia que debe excederse para iniciar el flujo, seguido de un aumento no lineal del esfuerzo con la velocidad de deformación. A velocidad de deformación fija, el esfuerzo cortante aumenta monótonamente con la concentración de sólidos, reflejando la intensificación de las interacciones interparticulares (Boyer *et al.*, 2011).

A bajas concentraciones (17 %-24 %), las curvas muestran esfuerzos de fluencia modestos ($\tau_0 < 1,6\text{ Pa}$) y comportamiento post-cedencia casi lineal (Tabla 4). Al aumentar a 30 %-35 %, el esfuerzo de fluencia aumenta sustancialmente ($\tau_0 = 2,3\text{ Pa}$ - $3,5\text{ Pa}$) y aparece una ligera curvatura. A las concentraciones más altas (40 %-50 %), el esfuerzo de fluencia se incrementa drásticamente ($\tau_0 = 5,7\text{ Pa}$ - $12,8\text{ Pa}$) con una marcada no linealidad y una disminución significativa del índice de flujo n .

Tabla 4. Parámetros de Herschel-Bulkley para pulpas de cieno carbonatado a diferentes concentraciones de sólidos (pH = 8,14)

C (%)	τ_0 (Pa)	K (Pa·sⁿ)	n	R²
17,41	0,2235	0,1439	0,5276	0,9981
23,86	0,8877	0,1703	0,5255	0,9962
30,16	2,5355	0,0537	0,6909	0,9968
35,31	3,3973	0,0911	0,6501	0,9983
39,90	4,8807	0,1660	0,5902	0,9963
45,60	7,5726	0,3038	0,5127	0,9974
49,86	10,7022	0,6127	0,4277	0,9958

Los coeficientes de correlación ($R^2 > 0,995$ para todas las muestras) evidencian que el modelo de Herschel-Bulkley describe excelentemente los datos experimentales en todo el rango de concentraciones. El índice de flujo n disminuye de $\approx 0,527$ a bajas concentraciones a $0,427$ al 50 %, indicando un comportamiento viscoplástico cada vez más pronunciado al aumentar la concentración (Boyer *et al.*, 2011).

La Figura 3 muestra la dependencia del esfuerzo de fluencia con la concentración de sólidos en coordenadas semilogarítmicas, revelando dos regímenes distintos. En el Régimen I ($C < 30$ %), τ_0 aumenta moderadamente con la concentración, con comportamiento aproximadamente lineal. En el Régimen II ($C > 30$ %), τ_0 exhibe crecimiento exponencial, donde pequeños incrementos en la concentración producen una elevación sustancial del esfuerzo de fluencia.

Esta transición alrededor del 30 % de sólidos corresponde a la formación de una red de partículas percolada que abarca todo el volumen de la suspensión. Por debajo de esta concentración crítica, las partículas interactúan principalmente mediante fuerzas hidrodinámicas sin formar una red continua. Por encima del umbral de percolación, los contactos interparticulares crean una estructura que llena el espacio, impartiendo un esfuerzo de fluencia significativo y características viscoplásticas (Boyer *et al.*, 2011).

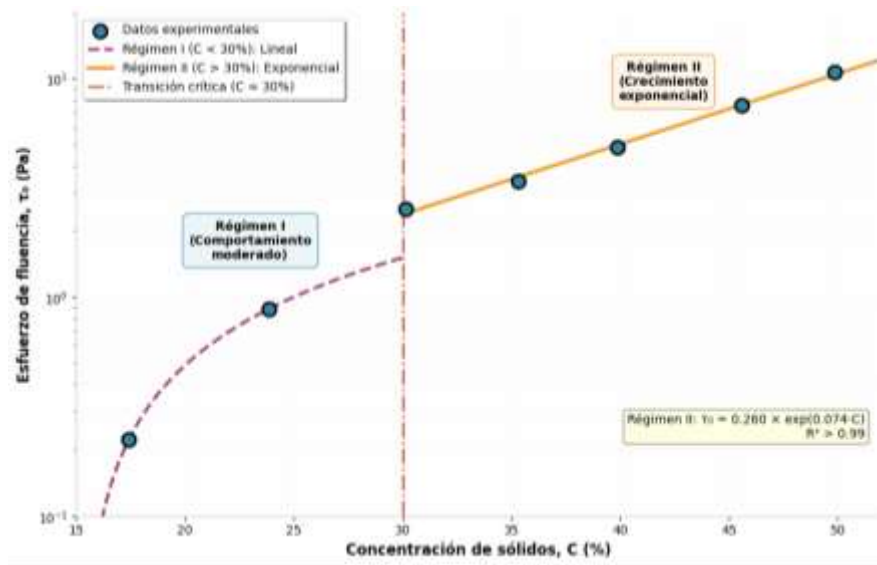


Figura 3. Esfuerzo de fluencia τ_0 en función de la concentración de sólidos C (escala semilogarítmica). La línea vertical discontinua indica la transición alrededor del 30 % de sólidos.

3.2.2. Influencia del pH

La Figura 4 muestra curvas de flujo para pulpas de cieno carbonatado a tres valores de pH (7,71; 8,14; 8,52), con concentración de sólidos constante (C = 40 %) y polidispersidad similar ($s \approx 0,85$).

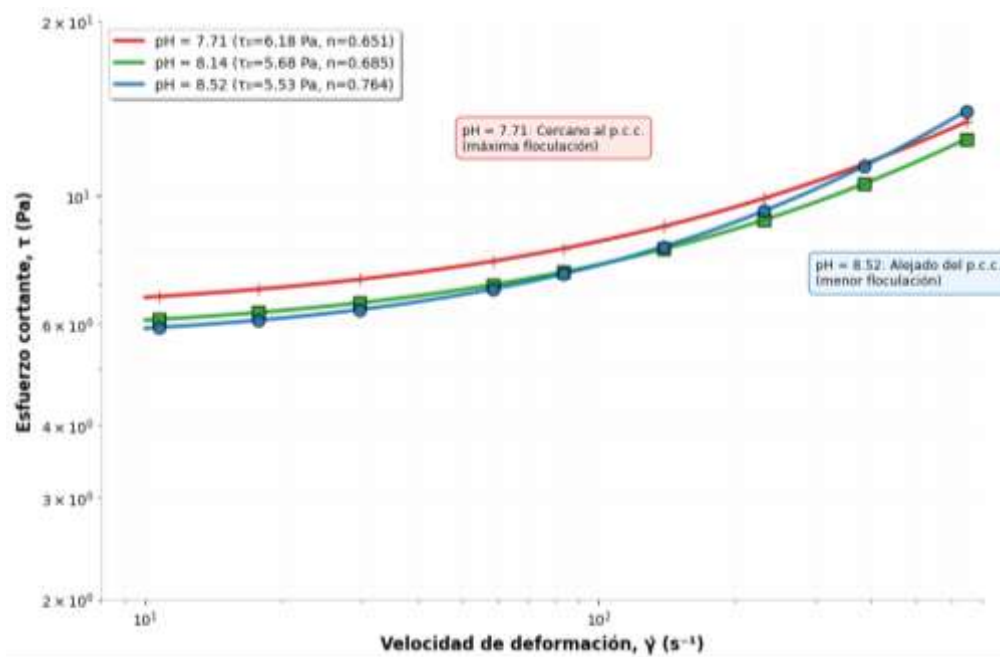


Figura 4. Curvas de flujo a diferentes valores de pH (C = 40 %, T = 28 °C). Líneas continuas: ajustes de Herschel-Bulkley.

El pH ejerce una influencia sistemática sobre el comportamiento reológico (Tabla 5): a velocidad de deformación fija, el esfuerzo cortante disminuye al aumentar el pH. El efecto es más pronunciado a bajas velocidades de deformación y cerca del punto de fluencia, donde las fuerzas interparticulares dominan el flujo (Cardero y Garcell, 2016).

Tabla 5. Parámetros de Herschel-Bulkley a diferentes valores de pH ($C = 40\%$)

pH	τ_0 (Pa)	K (Pa·s ⁿ)	n	R ²
7,71	6,1777	0,1068	0,6510	0,9981
8,14	5,6827	0,0811	0,6850	0,9984
8,52	5,5318	0,0603	0,7640	0,9981

Al aumentar el pH de 7,71 a 8,52, el esfuerzo de fluencia disminuye $\approx 10,45\%$, el índice de consistencia K se reduce un $43,54\%$ y el índice de flujo n aumenta un $14,79\%$, indicando un comportamiento pseudoplástico menos pronunciado a pH más alto.

La Figura 5 muestra el esfuerzo cortante a velocidad de deformación fija ($\dot{\gamma} = 83,3\text{ s}^{-1}$) en función del pH, con el punto de carga cero (p.c.c. = 7,85) indicado por la línea vertical roja. El esfuerzo cortante es máximo cerca del p.c.c y disminuye monótonamente al alejarse de este valor crítico, aproximándose a un mínimo asintótico para $\text{pH} \geq 8,3$.

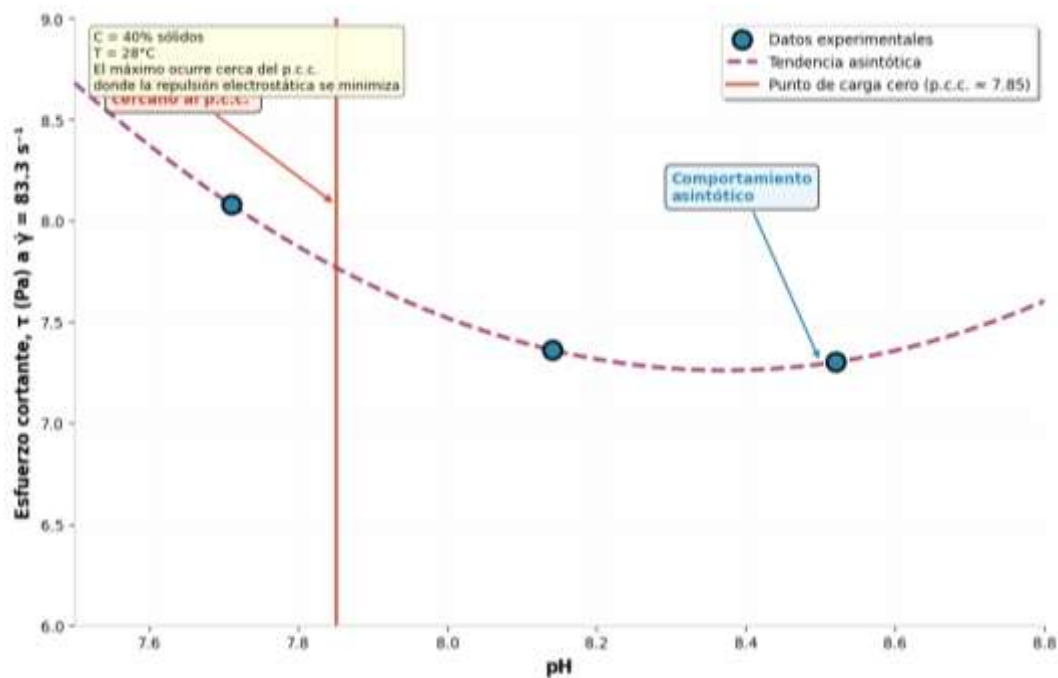


Figura 5. Esfuerzo cortante a $\dot{\gamma} = 83,3\text{ s}^{-1}$ en función del pH ($C = 40\%$).

Este comportamiento refleja la influencia de la carga superficial sobre las fuerzas interparticulares. Cerca del p.c.c, la repulsión electrostática se minimiza, permitiendo que las fuerzas de atracción de Van der Waals dominen y promuevan la floculación (Cardero y Garcell, 2016; Pérez-García & Garcell-Puyáns, 2017). Las estructuras floculadas aumentan la resistencia al flujo, manifestándose como mayor esfuerzo de fluencia y viscosidad aparente. Al alejarse del p.c.c, se desarrolla carga superficial que genera repulsión electrostática, dispersa las partículas, reduce la floculación y disminuye la resistencia al flujo. El comportamiento asintótico para $\text{pH} \geq 8,3$ sugiere que, una vez alcanzada cierta magnitud de carga superficial, aumentos adicionales producen rendimientos decrecientes en la repulsión interparticular, consistente con la teoría DLVO (Hernández-Ramírez, 2017; Pérez-García & Garcell-Puyáns, 2017).

Para solventar el dilema pH-Reología *versus* pH-Neutralización, debe considerarse que si bien el pH influye significativamente sobre los parámetros de Herschel-Bulkley, su papel como variable de proceso debe reevaluarse. La función neutralizante de la pulpa está determinada por el flujo másico de CaCO_3 y su superficie específica, no por el pH de la suspensión a la cual se transporta previo al proceso de neutralización. Por tanto, se recomienda: operar la pulpa a $\text{pH} \geq 8,3$ para minimizar la resistencia al flujo, ajustando el caudal de pulpa según la demanda de neutralización, lo cual impacta positivamente en la eficiencia energética del sistema de bombeo.

3.2.3. Influencia de la polidispersidad

El índice de polidispersidad (s), inversamente relacionado con la amplitud de la distribución, muestra correlaciones sistemáticas con los parámetros reológicos. La Figura 6 presenta visualizaciones tridimensionales de la dependencia de τ_0 , K y n con C y s a $\text{pH} = 8,14$. Estos resultados son congruentes con los reportados por Martínez-Rojas *et al.*, (2026) por tratarse de la misma pulpa. Sin embargo, el análisis aquí propuesto está centrado en demostrar el comportamiento Herschel-Bulkley del cieno carbonatado a partir de la dependencia tridimensional de los parámetros reológicos en función de las variables operativas consideradas. Este aspecto difiere del trabajo previo realizado por el autor principal en el que se emplea el análisis con fines de validación de las correlaciones empíricas desarrolladas.

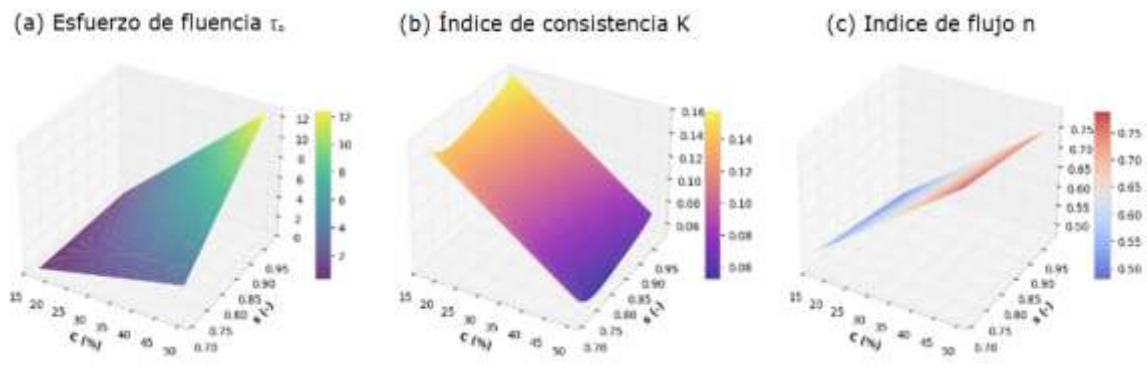


Figura 6. Dependencia de los parámetros de Herschel-Bulkley (τ_0 , K y n) en función C y s para el $\text{pH} = 8,14$ (adaptado de Martínez-Rojas *et al.*, 2026).

El esfuerzo de fluencia τ_0 aumenta tanto con C como con s (Figura 6a). El aumento con s indica que distribuciones más estrechas (s más alto) producen mayores τ_0 a concentraciones equivalentes, debido a que los sistemas monodispersos no logran el empaquetamiento eficiente de los polidispersos, incrementando el contacto interparticular y la formación de redes (Hernández-Ramírez *et al.*, 2016; Pérez-García & Garcell-Puyáns, 2017). El índice de consistencia K exhibe una dependencia no monótona con s (Figura 6b): a bajos s (distribuciones amplias), K disminuye al aumentar s ; a altos s (distribuciones estrechas), K aumenta con s . Esto refleja mecanismos competitivos: el empaquetamiento mejorado reduce las interacciones hidrodinámicas (disminuyendo K), mientras que el aumento de contactos interparticulares fortalece la red (aumentando K), con un equilibrio alrededor de $s \approx 0,8$. El índice de flujo n disminuye al aumentar s (Figura 6c), indicando que distribuciones más estrechas producen un comportamiento pseudoplástico más pronunciado, consistente con estudios en sistemas coloidales (Luckham & Ukeje, 1999). Los sistemas monodispersos forman redes de partículas más robustas que se rompen más dramáticamente bajo cizallamiento, lo que se relaciona con el agrandamiento de las estructuras de contacto interparticulares en sistemas densos (Goyal *et al.*, 2024).

3.3. Comparación de modelos: Bingham vs. Herschel-Bulkley

Para justificar cuantitativamente la transición de la clasificación Bingham a Herschel-Bulkley, ambos modelos se ajustaron a cada curva de flujo experimental. La Tabla 6 presenta estadísticas comparativas para muestras representativas a diferentes concentraciones.

Tabla 6. Comparación de ajustes de los modelos de Bingham y Herschel-Bulkley

C (%)	Bingham R²	H-B R²	AIC (Bingham)	AIC (H-B)	Estadístico F	Valor p
17,41	0,9823	0,9981	-23,4	-31,7	18,2	0,003
30,16	0,9765	0,9968	-18,7	-28,3	22,5	0,001
39,90	0,9682	0,9963	-15,2	-26,8	27,1	<0,001
49,86	0,9527	0,9958	-11,3	-24,2	32,8	<0,001

Para todas las muestras, el modelo de Herschel-Bulkley (H-B) proporciona un ajuste superior, como indican los mayores R² y menores puntuaciones AIC. La prueba F para modelos anidados (Bingham como caso particular de H-B con $n = 1$) produce valores $p < 0,005$ para todas las concentraciones, rechazando la hipótesis nula de que el modelo de Bingham es adecuado. La mejora en el ajuste se vuelve más pronunciada al aumentar la concentración: la diferencia en R² pasa de 0,0158 a 17 % a 0,0431 a 50 % de sólidos. Esta tendencia refleja la importancia creciente del comportamiento no lineal post-cedencia a concentraciones más altas, donde las redes de partículas generan relaciones esfuerzo-deformación más complejas, consistente con estudios en suspensiones coloidales concentradas (Sutherland *et al.*, 2015; Pérez-García & Garcell-Puyáns, 2017).

La Figura 7 ilustra la comparación para una muestra representativa (C = 40 %, pH = 8,14). El modelo de Herschel-Bulkley captura la curvatura de la curva de flujo, mientras que el de Bingham fuerza la linealidad, sobreprediciendo el esfuerzo cortante a velocidades de deformación intermedias y subestimándolo a altas velocidades.

Las desviaciones sistemáticas del modelo de Bingham tienen implicaciones prácticas para el transporte por tuberías. La sobrepredicción del esfuerzo cortante a velocidades de deformación intermedias sobrestimaría la caída de presión en rangos operativos típicos, mientras que la subestimación a altas velocidades podría subestimar los requisitos de bombeo durante condiciones de alto flujo (Narayanan *et al.*, 2024; Whorton *et al.*, 2025).

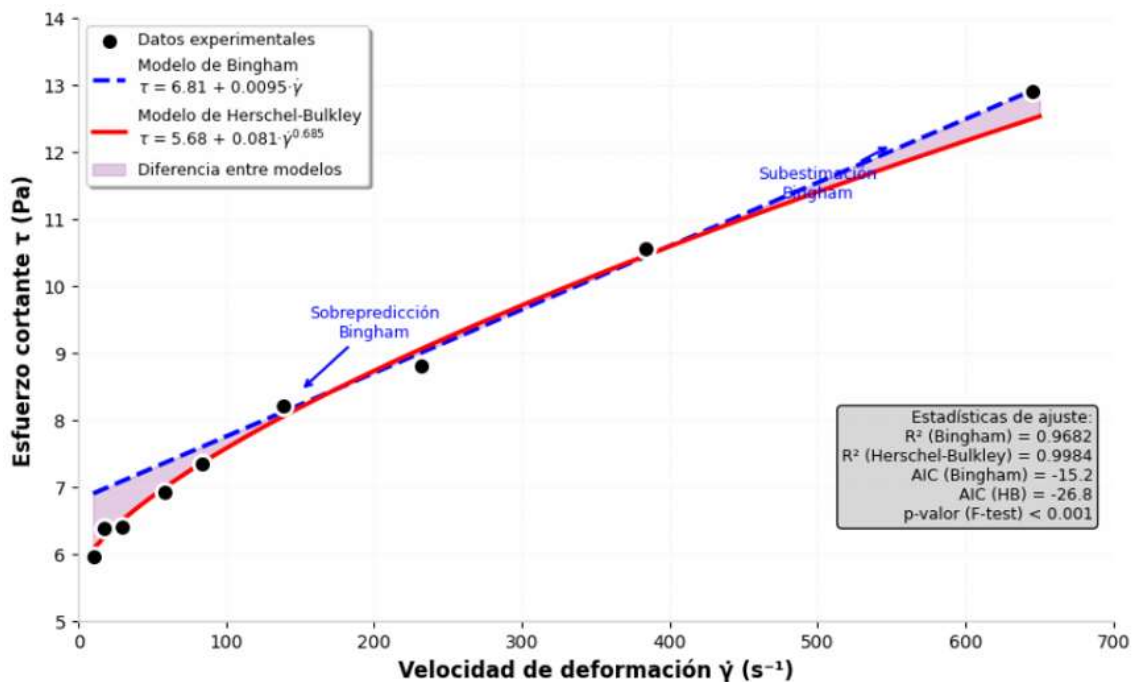


Figura 7. Comparación de ajustes de Bingham y Herschel-Bulkley para $C = 40 \%$, $pH = 8,14$. Símbolos: datos experimentales. Línea discontinua: ajuste de Bingham. Línea continua: ajuste de Herschel-Bulkley.

3.4. Correlaciones empíricas para parámetros de Herschel-Bulkley

Para aplicaciones de ingeniería que requieren estimaciones rápidas de parámetros reológicos, con este propósito Martínez-Rojas *et al.*, (2026) desarrollaron correlaciones empíricas a partir de las variables operativas (C , pH y s) descritas en la sección 2.2.

3.4.1. Esfuerzo de cedencia (τ_0)

El análisis de regresión múltiple produjo la siguiente correlación para el esfuerzo de fluencia (ecuación 5):

$$\tau_0 = 11,734 - 0,17124C - 0,10854pH - 24,259s - 0,05679 \cdot (C \times pH) + 1,0253 \cdot (C \times s) + 0,86935 \cdot (pH \times s) \quad (5)$$

La correlación presenta $R^2 = 0,9984$ y error estándar = $0,160$ Pa, con todos los coeficientes estadísticamente significativos ($p < 0,001$), y es válida dentro de los rangos experimentales: $17 \leq C \leq 50 \%$, $7,71 \leq pH \leq 8,52$, $0,713 \leq s \leq 0,985$. Los términos de interacción capturan efectos no aditivos; la interacción positiva $C \times s$ indica que la polidispersidad amplifica el efecto de la concentración, consistente con que distribuciones más estrechas mejoran la formación de redes a altas concentraciones.

3.4.2. Índice de consistencia (K)

El índice de consistencia K requirió una forma funcional más compleja debido a su dependencia no monótona de las variables (ecuación 6):

$$K = 6085,74 - 0,002667C - 0,51637pH + 3549,38s + 0,50895(pH \times s) - 30726,16s^{0,25} + 47905,11s^{0,45} - 26813,80s^{0,65} \quad (6)$$

con $R^2 = 0,9851$ y error estándar = $0,0254 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$. Los términos que involucran potencias fraccionarias de s capturan la dependencia no monótona de la polidispersidad discutida en la Sección 3.2.3.

3.4.3. Índice de flujo (n)

El índice de flujo mostró la dependencia funcional más simple (ecuación 7):

$$n = -0,64571 + 0,008140C + 0,14172pH - 0,17309s \quad (7)$$

con $R^2 = 0,9216$ y error estándar = $0,0267$. El coeficiente positivo para C indica que n aumenta con la concentración hasta el punto de transición, mientras que el coeficiente negativo para s refleja la tendencia hacia un comportamiento pseudoplástico más pronunciado en sistemas monodispersos.

3.4.4. Viscosidad aparente (μ_a)

Para la velocidad de deformación característica del proceso industrial ($\dot{\gamma} = 231 \text{ s}^{-1}$), la viscosidad aparente se correlaciona mediante la ecuación 8, obtenida como resultado original del presente trabajo:

$$\mu_a = -0,08459 - 0,0001614C - 0,008078pH + 0,23288s \quad (8)$$

con $R^2 = 0,9964$ y error estándar = $0,00138 \text{ Pa}\cdot\text{s}$. La simplicidad de esta correlación refleja el efecto linealizador de las altas velocidades de deformación sobre la curva de flujo.

3.5. VALIDACIÓN DEL MODELO

3.5.1. Validación interna

Las correlaciones empíricas se validaron utilizando el conjunto de datos original mediante validación cruzada. La Tabla 7 presenta errores de predicción para muestras representativas.

Los errores absolutos medios para todos los parámetros se mantienen por debajo del 4,38 %, confirmando la alta precisión predictiva de las correlaciones empíricas desarrolladas (ecuaciones 6, 7, 8 y 9) dentro del rango experimental investigado ($C = 17 \text{ \%}-50 \text{ \%}$, $pH = 7,71-8,52$, $s = 0,713-0,985$).

Tabla 7. Validación experimental del modelo

Parámetro	C = 40% pH = 8,14 s = 0,846	C = 30% pH = 7,71 s = 0,764	C = 45% pH = 8,52 s = 0,908
τ_0 (Pa)			
Experimental	4,8807	3,1824	6,6556
Predicho	4,7652	3,2451	6,8123
Error (%)	2,37	1,97	2,35
K (Pa·s ⁿ)			
Experimental	0,1660	0,0746	0,2641
Predicho	0,1642	0,0761	0,2598
Error (%)	1,08	2,01	1,63
n (adimensional)			
Experimental	0,5902	0,6578	0,5431
Predicho	0,5987	0,6489	0,5512
Error (%)	1,44	1,35	1,49
μ_a (Pa·s) a $\dot{\gamma} = 231 \text{ s}^{-1}$			
Experimental	0,0398	0,0251	0,0509
Predicho	0,0402	0,0262	0,0508
Error (%)	1,01	4,38	0,20

3.5.2. Comparación con datos de la literatura

La Figura 8 compara los resultados experimentales de este trabajo con datos de la literatura para suspensiones de carbonato de calcio y otras similares. Los datos de Pérez-García *et al.* (2010) para suspensiones lateríticas a concentraciones comparables caen dentro de la dispersión de las mediciones del presente estudio, mientras que las predicciones del modelo de Bingham de Martínez-Rojas y Hernández-Ramírez (2015) se desvían sistemáticamente a altas velocidades de deformación.

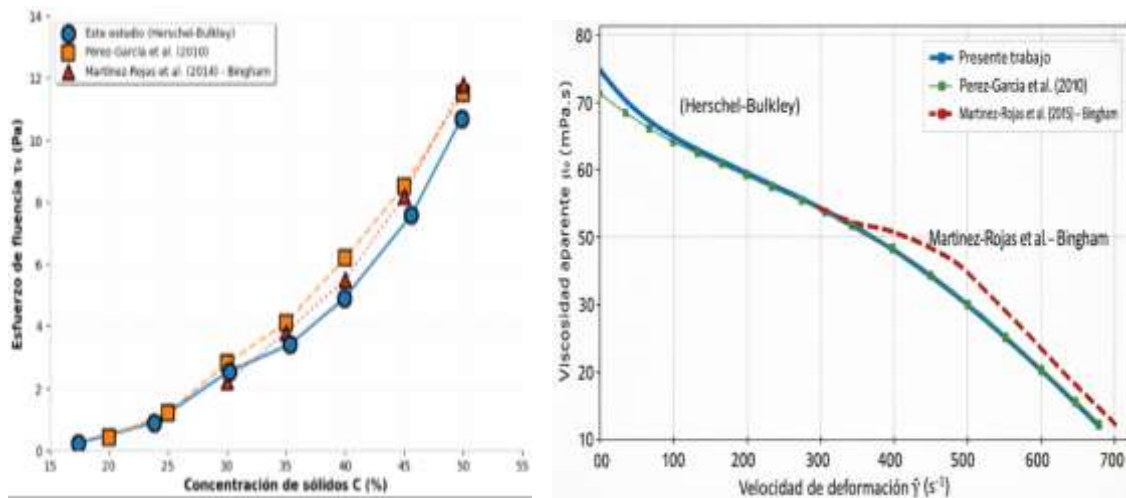


Figura 8. Comparación de resultados experimentales con datos de la literatura.

La buena concordancia con conjuntos de datos independientes confirma que la caracterización de Herschel-Bulkley captura las características reológicas esenciales de las pulpas de cieno carbonatado a través de diferentes orígenes de muestras y métodos de preparación.

3.6. Implicaciones para el transporte por tuberías

La transición de caracterización Bingham a Herschel-Bulkley tiene implicaciones significativas para los cálculos de transporte por tuberías. Para el flujo laminar de fluidos de Herschel-Bulkley en tuberías circulares, el gradiente de presión está dado por la ecuación 10 (Visintainer *et al.*, 2023):

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{4}{D} \left[\tau_0 + K \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \left(\frac{32Q}{\pi D^3} \right)^n \right] \tag{10}$$

donde D es el diámetro de la tubería (m), Q es el caudal volumétrico (m³/h), $\Delta P/L$ es la pérdida de carga (Pa/m) y L longitud (m)

Utilizar el modelo de Bingham ($n = 1$) simplificaría la ecuación a 11:

$$\frac{\Delta P}{L} |_{Bingham} = \frac{4}{D} \left[\tau_0 + K \left(\frac{32Q}{\pi D^3} \right) \right] \tag{11}$$

La Tabla 8 presenta los resultados del cálculo de la pérdida de carga para cada concentración, junto con la diferencia absoluta y relativa entre ambos modelos.

Tabla 8. Comparación de la pérdida de carga entre los modelos de Herschel-Bulkley y Bingham para condiciones industriales típicas ($Q = 0,03 \text{ m}^3/\text{s}$; $D = 0,1 \text{ m}$; $C = 40 \%$; $\text{pH} = 8,14$)

Concentración C (%)	$\Delta P/L$ Herschel- Bulkley (Pa/m)	$\Delta P/L$ Bingham (Pa/m)	Diferencia Absoluta (Pa/m)	Sobreestimación Relativa (%)
30	104,32	117,81	13,49	12,9
40	200,66	245,96	45,30	22,6
50	436,08	615,32	179,24	41,1

Los resultados de la Tabla 8 revelan una tendencia claramente definida: la sobreestimación de la pérdida de carga por el modelo de Bingham aumenta significativamente con la concentración de sólidos. Para $C = 30 \%$, la sobreestimación relativa es del 12,9 %; a $C = 40 \%$ (condición industrial típica) alcanza el 22,6 %; y a $C = 50 \%$, donde la diferencia se vuelve crítica, el modelo de Bingham sobreestima la pérdida de carga en un 41,1 %, respecto al modelo de Herschel-Bulkley.

4. CONCLUSIONES

- Las pulpas de cieno carbonatado exhiben un comportamiento viscoplástico descrito por el modelo de Herschel-Bulkley ($R^2 > 0,99$) en todo el rango experimental ($C = 17\text{-}50\%$, $\text{pH} = 7,71\text{-}8,52$, $\dot{\gamma} = 10\text{-}650 \text{ s}^{-1}$), superando la clasificación previa de Bingham, especialmente a altas concentraciones de sólidos.
- El esfuerzo de fluencia (τ_0) presenta dos regímenes con transición crítica en $C \approx 30 \%$: por debajo aumenta moderadamente; por encima crece exponencialmente, evidenciando la formación de una red de partículas percolada.
- Los parámetros reológicos dependen sistemáticamente del pH, con máximos en el punto de carga cero ($\text{p.c.c} \approx 7,7\text{-}8,0$). Para $\text{pH} > \text{p.c.c}$, τ_0 y K disminuyen asintóticamente mientras n aumenta, indicando mayor repulsión electrostática y menor floculación.
- El índice de polidispersidad ($s = 0,749\text{-}0,976$; $s > 0,7$) influye significativamente en el comportamiento reológico de la pulpa investigada: valores más altos de s (distribuciones más estrechas) incrementan τ_0 y el carácter pseudoplástico a igual concentración de sólidos, por formación más eficiente de redes percoladas.

- La discrepancia en la predicción de la caída de presión entre los modelos de Herschel-Bulkley y Bingham es notable y se incrementa con la concentración de sólidos de la pulpa (C): 12,9 % a C = 30 % y 41,1 % a C = 50%. El modelo de Bingham sobreestima la caída de presión consistentemente, impactando el dimensionamiento de bombas, el consumo energético y las decisiones operativas. La adopción del modelo de Herschel-Bulkley como estándar para el diseño de tuberías que transportan este tipo de suspensiones aumenta la eficacia del proceso.

Estos resultados, analizados integralmente, contribuyen a la comprensión de la reología de pulpas de cieno carbonatado y proporcionan una base teórico-experimental para cálculos de ingeniería en la industria del níquel cubana y otras aplicaciones con suspensiones carbonatadas.

5. REFERENCIAS

- Abbasi Moud, A., Poisson, J., Hudson, Z. M., & Hatzikiriakos, S. G. (2021). Yield stress and wall slip of kaolinite networks. *Physics of Fluids*, *33*(5), 053105. <https://doi.org/10.1063/5.0050541>
- ASTM. (2010). *Standard test methods for rheological properties of non-Newtonian materials by rotational (Brookfield type) viscometer* (ASTM D2196-10). ASTM International. <https://store.astm.org/d2196-05.html>
- Boyer, F., Guazzelli, É., & Pouliquen, O. (2011). Unifying suspension and granular rheology. *Physical Review Letters*, 107(18), 188301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.188301>
- Cardero, Y., & Garcell, L. R. (2016). Ionic potential effect on specific absorption cation suspensions and silt laterite carbonated. *Chemical Technology*, 30(3), 78-86. <https://tecnologiaquimica.uo.edu.cu/index.php/tq/article/view/1012>
- Carotenuto, C., Vananroye, A., Vermant, J., & Minale, M. (2015). Predicting the apparent wall slip when using roughened geometries: A porous medium approach. *Journal of Rheology*, 59(5), 1131. <https://doi.org/10.1122/1.4923405>
- Carravetta, A., Fecarotta, O., Martino, R., & Sabatino, C. (2020). Assessment of rheological characteristics of a natural Bingham-plastic mixture in turbulent pipe flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 136(10). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000239](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000239)
- Chhabra, R. P., & Richardson, J. F. (2008). *Non-Newtonian Flow and Applied Rheology: Engineering Applications* (2nd ed.). Butterworth-Heinemann. ISBN: 0080951600, 9780080951607. <https://doi.org/10.1016/B978-0-7506-8532-0.X0001-7>

- Cousot, P. (2014). *Rheophysics: Matter in all its states*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-06148-1>
- Derakhshan, A., Shojaei, A., & Sadeghi, M. (2023). Rheology of non-Brownian suspensions: a rough contact story. *Rheologica Acta*, 62(5-6), 1-16. <https://doi.org/10.1007/s00397-023-01394-z>
- Geri, M., Saint-Michel, B., Divoux, T., McKinley, G. H., & Manneville, S. (2024). Interplay between wall slip and shear banding in a thixotropic yield stress fluid. *Soft Matter*, 20(29), 5769-5780. <https://doi.org/10.1039/D4SM00226A>
- Goyal, A., Martys, N. S., & Del Gado, E. (2024). Flow induced rigidity percolation in shear thickening suspensions. *Journal of Rheology*, 68(2), 219-228. <https://doi.org/10.1122/8.0000786>
- Hernández-Ramírez, G. (2017). *Modelación de los parámetros reológicos de las pulpas lateríticas y su influencia en el sistema de bombeo*. (Tesis doctoral, Instituto Superior Minero Metalúrgico, Cuba). <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.18732.78721>
- Hernández-Ramírez, G., Legrá-Lobaina, A., Garcell-Puyáns, L., & Martínez-Rojas, R. (2016). Evaluación de un modelo de polidispersión para la caracterización granulométrica de la pulpa laterítica y el cieno carbonatado. *Minería y Geología*, 32(3), 47-59. https://revista.ismm.edu.cu/index.php/revistamg/article/view/art4_No3_2016
- Hernández-Rodríguez, M., Peña-Betancourt, F., & Gonzáles-Griggs, L. (2015). Analysis Benefit Process of Carbonated Silt. *Chemical Technology*, 36(1), 69-84. <https://tecnologiaquimica.uo.edu.cu/index.php/tq/article/view/597>
- Hopmann, C., Nillius, U., Leuchtenberger-Engel, L., & Limper, A. (2025). Measurement of wall shear stress for identification of wall slip effects in rubber compounds. *Kautschuk, Gummi, Kunststoffe: KGK*, 78(4), 35-41. <https://www.kgk-rubberpoint.de/e-paper/>
- Hunter, R. J. (2001). *Foundations of colloid science*. Second ed. Clarendon Press, Oxford. 806 p. ISBN 0-19-850502-7. <https://archive.org/details/foundationsofcol0000hunt>
- Leong, Y. K., Boger, D. V., & Parris, D. (1991). Surface chemistry and rheological properties of zirconia suspensions. *Journal of Rheology*, 35(1), 149-165. <https://doi.org/10.1122/1.550210>
- Luckham, P. F., & Ukeje, M. A. (1999). Effect of particle size distribution on the rheology of dispersed systems. *Journal of Colloid and Interface Science*, 220(2), 347-356. <https://doi.org/10.1006/jcis.1999.6515>
- Martínez-Rojas, R., & Hernández-Ramírez, G. (2015). Caracterización reológica de las pulpas de cieno carbonatado. *Minería y Geología*, 31(4),

70-83.

<https://revista.ismm.edu.cu/index.php/revistamg/article/view/1015>

- Martínez-Rojas, R., Legrá-Lobaina, A. A., Ruiz-Chavarría, G., & Garcell-Puyáns, L. R. (2026). Empirical model for predicting the rheological properties of carbonated slime pulps. *Fluids*, 11(2), 47. <https://doi.org/10.3390/fluids11020047>
- Minale, M. (2013). On the use of rough geometries in rheometry. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 199, 30-40. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2013.05.003>
- Mityukov, A. V., Govorov, V. A., Malkin, A. Y., & Kulichikhin, V. G. (2021). Rheology of Highly Concentrated Suspensions with a Bimodal Size Distribution of Solid Particles for Powder Injection Molding. *Polymers*, DOI: [10.3390/polym13162709](https://doi.org/10.3390/polym13162709)
- Mullineux, G. (2008). Non-linear least squares fitting of coefficients in the Herschel-Bulkley model. *Applied Mathematical Modelling*, 32(12), 2538-2551. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2007.09.010>
- Narayanan, C., Singh, J. S., Nauer, S., Belt, R. J., Palermo, T., & Lakehal, D. (2024). Turbulent flow of non-Newtonian fluid in rough channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 1000, A55. <https://doi.org/10.1017/jfm.2024.891>
- Ness, C., Seto, R., & Mari, R. (2022). The physics of dense suspensions. *Annual Review of Condensed Matter Physics*, 13(1), 97-117 <https://doi.org/10.1146/annurev-conmatphys-031620-105938>
- Pérez-García, L. (2010). *Modelo matemático que correlaciona los principales factores de influencia sobre el comportamiento reológico de las pulpas lateríticas*. (Tesis doctoral, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba).
- Pérez-García, L., & Garcell-Puyáns, L. (2006). Influencia de la distribución de tamaño de las partículas y de la temperatura sobre la reología de suspensiones lateríticas. *Tecnología Química*, 26(1), 88-93. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=445543749012>
- Pérez-García, L., & Garcell-Puyáns, L. R. (2017). Caracterización coloidal-química y reológica de suspensiones acuosas de cieno carbonatado. *Tecnología Química*, 37(3). <https://www.redalyc.org/journal/4455/445552858009/html/>
- Pérez-García, L., Garcell-Puyáns, L., Rojas-Purón, A. L., & Simões, R. (2010). Mineralogía y reología de suspensiones minerales del proceso de lixiviación ácida a presión en Moa, Cuba. *Minería y Geología*, 26(4), 16-35. <https://revista.ismm.edu.cu/index.php/revistamg/article/view/60?articlesBySameAuthorPage=1>
- Piette, J. H., Jia, X., & Hatzikiriakos, S. G. (2024). Coupling slip and thixotropy to model the transient rheological behaviour of kaolinite suspensions.

Rheologica Acta, 63(8), 453-468.
<https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2024AcRhe..63..615P/abstract>

Slatter, P. T. (1997). The rheological characterisation of sludges. *Water Science and Technology*, 36(11), 9-18. [https://doi.org/10.1016/S0273-1223\(97\)00663-X](https://doi.org/10.1016/S0273-1223(97)00663-X)

Sutherland, A. V., Haldenwang, R., Chhabra, R., & van den Heever, E. (2015). *Statistical comparison of non-Newtonian laminar and turbulent pipe flow pressure drop prediction models for sludges*. En 17th International Conference Transport & Sedimentation of Solid Particles. Delft, The Netherlands.

Visintainer, R., Matousek, V., Pullum, L., & Sellgren, A. (2023). *Slurry transport using centrifugal pumps*. Springer Nature. ISBN: 978-3-031-12540-1. https://www.vista.gov.vn/vn-uploads/newbook/2024_10/slurry-transport-using-centrifugal-pumps.pdf

Wagner, N. J., & Mewis, J. (2021). Suspensions of Soft Colloidal Particles. In *Theory and Applications of Colloidal Suspension Rheology*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1016/j.earscrev.2025.105226>

Whorton, J., Jones, T., & Wilson, L. (2025). Mudflow rheology: A review and analysis for Earth and planetary science disciplines. *Earth-Science Reviews*, 270, 105226. <https://doi.org/10.1016/j.earscrev.2025.105226>

Wilson, K. C., Addie, G. R., Sellgren, A., & Clift, R. (2020). *Slurry transport using centrifugal pumps*. 4th ed. Springer. ISBN: 978-3-030-62548-6. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-25440-6>

Yusufi, B. K., Kapelan, Z., & Mehta, D. (2025). Advances in modeling the flow of Herschel-Bulkley fluids in pipes: A review. *Physics of Fluids* 37, 021302 <https://doi.org/10.1063/5.0252248>

Información adicional

Conflicto de intereses

Los autores declaran que no existen conflictos de intereses.

Contribución de autores

RMR: revisión bibliográfica; diseño y escritura el artículo propuesto. Formalización de los modelos, análisis de los resultados, redacción del borrador del artículo y revisión crítica de su contenido. RMR, LRGP, AALL, YRM, GRC: concepción general y ejecución de la investigación, análisis matemático del objeto de estudio y formalización de los modelos, escritura y revisión crítica de la versión inicial del manuscrito. YRM, HLLA, AALL, JLRDC: análisis de los resultados. YRM, JLRDC, HLLA, LRGP, GHR, GRC: búsqueda bibliografía y análisis de los resultados. Todos

los autores participan en la escritura, revisión crítica y aprobación de la versión final del manuscrito.

Financiamiento:

La investigación recibió fondos de los proyectos PS104HO001-057 y PS104HO001-075 del Programa "Aprovechamiento integral de los recursos minerales en la industria cubana del níquel (PS104HO001-001)". Además, fue financiado por los proyectos PS223LH001-047 y PS223LH001-060 del Programa "Educación Superior y Desarrollo Sostenible (PS223LH001)".

ORCID

RMR, <https://orcid.org/0000-0002-6846-1183>

AALL, <https://orcid.org/0000-0002-4793-4754>

LRGP, <https://orcid.org/0000-0001-6740-8017>

GHR, <https://orcid.org/0000-0002-5920-8311>

HLLA, <https://orcid.org/0000-0003-2688-015X>

JLRD, <https://orcid.org/0009-0003-7561-0479>

GRC, <https://orcid.org/0000-0002-7553-0730>

YRM, <https://orcid.org/0000-0002-5098-5675>

Recibido: 29/04/2026

Aceptado: 11/05/2026